Тема 22. **Арифметические и геометрические прогрессии.**

**Арифметической прогрессией** называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом ****. Это число называется **разностью** арифметической прогрессии.

Таким образом, арифметическая прогрессия задается равенством:  где  и  соответственно -й и -й члены прогрессии.

Основные свойства арифметической прогрессии

1. Общий (-й) член арифметической прогрессии определяется формулой **.**
2. Сумма  первых членов арифметической прогрессии определяется формулой **.**
3. Три соседних члена арифметической прогрессии связаны соотношением ****. Справедливо и другое соотношение ****.
4. Для конечной арифметической прогрессии суммы членов, равноотстоящих от концов прогрессии, равны ****. Арифметическая прогрессия является возрастающей, если  и убывающей, если 

**Геометрической прогрессией** называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число ****. Это число называется **знаменателем** прогрессии.

Таким образом, геометрическая прогрессия задается равенством 

Основные свойства геометрической прогрессии.

1. Общий (-й) член геометрической прогрессии определяется формулой ****
2. Сумма первых членов геометрической прогрессии определяется формулой ****, если **** и ****, если **.**
3. Три соседних члена геометрической прогрессии связаны соотношением ****. Справедливо и другое соотношение ****, где .
4. Для конечной геометрической прогрессии произведения членов, равноотстоящих от концов прогрессии, равны ****. Геометрическая прогрессия является возрастающей, если  и . Геометрическая прогрессия является убывающей, если  и .

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия состоит из бесконечного количества членов и ее знаменатель ****.

Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии вычисляется по формуле ****.

Пример 1. Если первый член арифметической прогрессии равен 1, а шестой член равен 21, то сумма первых ее пяти членов равна 1) 40; 2) 45; 3)50; 4) 55; 5) 60.

Решение. Так как , то  Значит 

Ответ: 2.

Пример 2. Найти номер первого отрицательного члена арифметической прогрессии 5,3; 4,9; …

Решение. Нам дано  следовательно,  Каждый член этой прогрессии имеет вид  Для отрицательных членов выполняется неравенство  Поскольку - целое, то  Первый отрицательный член имеет номер 

Ответ: 15.

Пример 3. При каком наименьшем целом  числа  являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии?

Решение. Так как три последовательных члена связаны соотношением  то  Получим тождество  на области определения всех данных логарифмов, т. е. при  Наименьшим целым значением тогда служит 

Ответ: 1.

Пример 4. Количество двузначных натуральных чисел, кратных 6, равно 1) 16; 2) 17; 3) 14; 4) 13; 5) 15.

Решение. Двузначные натуральные числа, кратные 6, образуют арифметическую прогрессию: 12; 18; 24; …; 96. Используем формулу  

Ответ: 5.

Пример 5. Если сумма четвертого, пятого, седьмого и шестнадцатого членов арифметической прогрессии равна 32, то сумма первых пятнадцати членов этой прогрессии равна: 1) 100; 2) 110; 3) 120; 4) 115; 5) 130.

Решение. По условию имеем     По свойству членов арифметической прогрессии  Тогда 

Ответ: 3.

Пример 6. Если - корень уравнения 1+4+7+…+х=176, то значение выражения  равно 1) 2; 2) 3; 3) 2,5; 4) 3,5; 5) 4.

Решение. В левой части уравнения записана сумма арифметической прогрессии, в которой  Из условия  найдем число членов этой прогрессии:  Используя формулу суммы  получим: 

Отсюда   не подходит по смыслу уравнения. Следовательно 

Ответ: 1.

Пример 7. Если сумма шести первых членов геометрической прогрессии равна 1820, а знаменатель равен 3, то сумма первого и пятого членов этой прогрессии равна: 1) 164; 2) 246; 3) 328; 4) 410; 5) 492.

Решение. Согласно условию, ,  Отсюда   Следовательно 

Ответ: 4.

Пример 8. Сумма первых трех членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна  а сумма прогрессии равна  Каков первый член этой прогрессии?

Решение. Выражая первые три члена прогрессии и ее сумму через  и , имеем согласно условию задачи



Ответ: 

Пример 9. При каком значении  числа  образуют геометрическую прогрессию?

Решение. По свойству геометрической прогрессии  получим  

Ответ: 

Пример 10. Решить уравнение

 где 

Решение. Перепишем уравнение в виде

 Во второй скобке - сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии с  Следовательно    

Ответ: 

Пример 11. Три числа, среднее из которых равно 8, составляют возрастающую арифметическую прогрессию. Если от первого числа отнять 1, а к третьему прибавить 19, то полученные новые три числа будут составлять геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

Решение. По условию  - возрастающая арифметическая прогрессия, - геометрическая прогрессия. Тогда  и  Решим систему  Значение  не удовлетворяет условию возрастания арифметической прогрессии. Значит  Тогда 

Ответ: 