**Решение систем уравнений на основе ассоциаций, аналогий или заимствований.**

Решение систем уравнений широко представлено в курсе математики как основной, так и средней школы. Широко известны основные методы решения систем: метод подстановки, метод алгебраического сложения, метод замены переменной. Однако, есть такие системы, для решения которых требуется нестандартный подход, нестандартные методы решения, так как обычные методы либо приводят к громоздким вычислениям, либо вовсе не позволяют решить систему. В своей статье я попыталась такие способы продемонстрировать. К числу нестандартных методов решения систем уравнений могут быть отнесены метод ассоциаций, аналогий и заимствований. Считаю, что материал, представленный в моей работе, поможет и учителям, и учащимся: первым - при подготовке и проведении уроков математики, вторым – при подготовке к ГИА и ЕГЭ.

Рассмотрим очень простой пример.

Пример 1.

Сразу можно решить эту систему известным методом подстановки:

Решим второе уравнение отдельно:

*D=25-24=1*

*, =2*

*,=3*

Ответ:

Но спросим себя: "Где нам встречались выражения "х + у" и "ху"? Возможно в предыдущих темах курса алгебры, а, возможно, в геометрии, физике. Но сразу же, конечно, припоминается теорема Виета, вернее, теорема, обратная теореме Виета: "Если х, у удовлетворяют равенствам х + у = -р, ху = q, то х и у - корни уравнения z2 + pz + q = 0".

Применение этой теоремы к искомым числам х и у позволяет утверждать, что х и у - корни уравнения z2 - 5z + 6 = 0.

После решения этого уравнения можем записать ответ:

т.е.

и

Эта же идея может реализоваться и при решении более сложных заданий.

Пример 2. Решить систему уравнений:

Система содержит три переменных, поэтому, скорее всего, имеет смысл применить теорему, обратную теореме Виета для многочлена третьей степени: "Если х, у, z удовлетворяют равенствам

х + у + z = -р, ху + yz + xz = q, xyz = -г, то x,y,z - корни уравнения

u3 + pu2 + qu + г = 0"

Следовательно, x,y,z - корни уравнения u3 – 6u2 + 11u — 6 = 0

Решая его, находим

*, ,*

Запишем ответ:

***Пример 3.***

Сразу бросается в глаза, что это необычная система, что в нее входят три переменных, а уравнений только два. Можно выразить одну переменную через другие из второго уравнения и подставить в первое. При реализации этой идеи много "неинтересных вычислений", поэтому поищем что-нибудь другое. Обратимся к первому уравнению. С чем оно ассоциируется? Во-первых, относительно x, первое уравнение является квадратным; во-вторых, имеются квадраты переменных и их произведения; в-третьих, напоминает что-то, связанное с неравенствами.

Покажем, что каждая из этих ассоциаций приводит к решению.

*D=,*

*,* следовательно , тогда

(1)

т.к. , , то равенство (1) возможно лишь в случае , т.е.

Сложим почленно эти неравенства

Равенство возможно в том и только в том случае, если

Далее как в (1) и (2) Приходим к системе:

Решая ее, находим

Ответ

Я посчитала, что интересным будет также решение систем, содержащих не только уравнения, но и неравенства, то есть смешанных систем.

***Пример 4.*** Решить систему:

Выделим полный квадрат и преобразуем исходную систему к следующему виду:

Если () – решение системы, то

Тогда

Выделяя полные квадраты в правой части последнего неравенства относительно либо , либо , получим

(2)

Заметим, что

И что

Теперь ясно, что неравенство (2) равносильно системе:

(3)

Итак, все решения системы (1) содержатся среди решений совокупности (3)

Подстановкой убеждаемся, что решением исходной системы являются:

Вот еще одно заимствование из алгебры:

***Пример 5.***

Разделим обе части второго уравнения на :

Обозначим за *a*

Решение этого уравнения приводит нас к следующей совокупности двух систем:

Решая первую систему, находим:

и

Из второй системы получаем:

и

Ответ: (; (-3;1); (;; (

***Пример 6.***

Рассмотрим первое уравнение системы:

Перепишем его следующим образом:

Получаем систему: , которая равносильна совокупности систем:

Корней нет.

Объединение множеств решений этих систем является множеством решений системы (1).

Ответ:

***Пример 7.***

Перепишем первое уравнение системы в виде:

Которая равносильна совокупности систем:

1. 2)

Корней нет.

Ответ:

***Пример 8.***

или

Корней нет.

Ответ: (2;0), (0;2)

***Пример 9.***

Обозначим за **a**

Получаем системы:

Ответ: ); (;;

***Пример 10.***

3

или

Корней нет.

Ответ: (1;1); (3;3)

***Пример 11.***

Посмотрим на первое уравнение и рассмотрим переменные x и y. Решим первое уравнение относительно или решим относительно *x*:

1. 2. 2

Получаем системы: Получаем системы:

и и

Ответ: Ответ:

***Пример 12.***

+

Это условие выполнится лишь в случае *x=y=z=1*

***Пример 13.***

Вычтем из первого уравнения второе:

Откуда:

Решая эту систему, получаем:

***Пример 14.***

Из системы получаем условие:

, которое равносильно условию *x=y=z*

3

Получаем

Ответ: (2;2;2), (-2;-2;-2)

***Пример 15.***

3

или

Корней нет.

Ответ: (1;1), (3;3)

***Пример 16.***

(1)

2

Обозначим

2

Система (1) равносильна совокупности двух систем:

1. 3 2.

Ответ: (

***Пример 17.***

1. 2.

Ответ: (2;-3), (2;1), (-2;-1), (-2;3)

***Пример 18.***

или

Ответ: (0; 1)

***Пример 19.***

или

1. 3 2. 3

- 3

Корней нет

Ответ: (1;1), (-1;-1)

***Пример 20.***

Складываем почленно:

или

Ответ: (0;

***Пример 21.***

1. 2.

Ответ: (-1;2), (, (0;1)

***Пример 22.***

Составим 2 системы:

- -

Ответ: (8;-2), (-2;8), (-8;2), (-2;-8)

***Пример 23.***

(

-

Ответ: (, (

***Пример 24.***

Пусть x=t, где t>0

y=z, где z>0

Тогда система примет вид:

Тогда x=5; x=

y=1; y=

Ответ: (5;1), (-5;-1), (5;-1), (-5;1)

***Пример 25.***

Заменяя u=x+y, v=xy, приходим к системе:

Решив которую, получаем:

и , т.е.

Решая эти системы, основываясь на теорему, обратную теореме Виета, получаем ответы:

(-2;3), (3;-2), (0;4), (4;0)

***Литература.***

1. Н.И.Зильбергер. Алгебра – 9 для углубленного изучения математики. Псков, 1999г.
2. Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков. Алгебра – 9. Учебник для школ и классов с углубленным изучением математики. Москва, 2003г.
3. С.В.Кравцов, Ю.Н.Макаров и др. Методы решения задач по алгебре. Москва, 2003г.
4. М.Л.Галицкий, А.М.Гольдман, Л.И.Звавич. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. Москва, «Просвещение», 1997г.
5. А.С.Мерзляков, Л.Э.Медников. Математическая олимпиада. Ижевск, 1997г.