Элективный курс по математике: «Текстовые задачи в заданиях ГИА-9 и ЕГЭ по математике».

Автор: учитель математики Старокулаткинской СОШ №1 Ахметова Гюзяль Абузяровна.

 **Пояснительная записка.**

Итоговый письменный экзамен по математике за курс основной и средней школ сдают все учащиеся 9-х и 11-х классов.

Учитывая новую форму сдачи государственных экзаменов в форме ГИА и ЕГЭ, предлагаю элективный курс по математике «Текстовые задачи в заданиях ГИА и ЕГЭ по математике».

 Структура экзаменационной работы и организация проведения экзамена отличаются от традиционной системы аттестации, поэтому и подготовка к экзамену должна быть другой.
В школах подготовка к экзаменам осуществляется на уроках, а также во внеурочное время: на факультативных и индивидуальных занятиях. Эти занятия позволят расширить и углубить изучаемый материал по школьному курсу. Умение решать текстовые задачи является одним из показателей уровня математического развития. Решение задач есть вид творческой деятельности, а поиск решения – процесс изобретательства.

В настоящее время ГИА по математике содержит разнообразные текстовые задачи. Часто уровень сложности этих задач выходит за пределы школьного учебника. Работая над материалом курса, обучающиеся должны научиться такому подходу к задаче, при котором задача выступает как объект тщательного изучения, а ее решение – как объект конструирования и изобретения.

Программа курса имеет практическую направленность.

Содержание курса способствует интеллектуальному, творческому, эмоциональному развитию школьников; предусматривает формирование устойчивого интереса к предмету, развитие и выявление математических способностей, ориентацию на профессии, связанные с математикой, выбор профиля дальнейшего обучения.

 Курс рассчитан на 10 занятий. Используются нестандартные формы проведения уроков: лекций, практикумов, семинаров, что соответствует возрастным особенностям обучающихся.

**Цели курса:**

Подготовить учащихся к сдаче ГИА-9 и ЕГЭ в соответствии с требованиями, предъявляемыми новыми образовательными стандартами.

Сформировать у обучающихся умение решать разнообразные текстовые задачи.

Развивать исследовательскую и познавательную деятельность школьников.

Помочь школьникам осознать степень интереса к предмету и оценить возможности овладения им с точки зрения дальнейшей перспективы (выбор профиля обучения).

**Задачи курса:**

Расширение знаний о методах и способах решения текстовых задач.

Развитие исследовательской и познавательной деятельности обучающихся.

Увеличение объёма математических знаний.

**Ожидаемые результаты:**

На основе поставленных задач необходимо достичь следующих результатов:

1.Привести обучающихся к пониманию того, что результат решения задачи зависит от способности понимать условие, вопрос задачи, для чего необходимо изучить математические методы.

2.Уметь анализировать,делать выводы при выполнении задач.

3.Сформировать у обучающихся навыки решения экзаменационных задач.

4.Достичь высокого уровня самостоятельности обучающихся при работе с текстовыми задачами, умения обосновывать свою точку зрения.

**Учебно-тематический план.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ занятия** | **Тема занятия** | **Количество часов** | **Форма занятий** | **Формы контроля** |
| **1** | Задачи на движение. | **2** | Лекция, семинар | Решение тренировочных задач |
| **2** |  Задачи на «работу».  | **2** | Лекция, семинар | Самостоятельная работа со взаимопроверкой |
| **3** |  Задачи на проценты. | **2** | Лекция, семинар | Подготовка презентации |
| **4** |  Задачи на смеси и сплавы. | **2** | Беседа, семинар | Тестирование |
| **5** | Итоговое занятие. | **2** | Практикум. Решение задач разного уровня сложности. | Фронтальный опрос. |

**Содержание элективного курса «Текстовые задачи в заданиях ГИА-9 и ЕГЭ по математике».**

**Тема1.Задачи на движение.**

Виды задач на движение:

-***Простейшие задачи на вычисление компонентов движения.***

Основными компонентами задач на движения являются: пройденный путь-S, скорость-V, время-t.

Записываем формулу: s=v t. Желательно нарисовать рисунок. (Рисунок облегчает составление математической модели задачи, воспитывает и тренирует способность к рассуждениям).

Приводим все величины в задаче к единым единицам измерения.

Неизвестное обозначаем за – х и все данные выражаем через х и заносим в таблицу.

Особо обращаем внимание на величины: путь, скорость, время.

Читаем ещё раз текст задачи, проверяем, все ли данные использовали.

Составляем уравнение.

Решаем уравнение. В ответ записываем число соответствующее условию задачи.

Движение считается равномерным, изменение направления движения и переходы на новый режим движения происходят мгновенно. Скорость-величина положительная.

-***Задачи на совместное движение двух тел.***

При движении навстречу друг другу тела сближаются со скоростью V1+V2. Тогда расстояние, пройденное за время t, равно S=(V1+V2)t.

При движении в противоположных направлениях тела удаляются со скоростью V1+V2.

При движении вдогонку тела как сближаются, так и удаляются, поэтому расстояние между ними может увеличиваться, так и уменьшаться со скоростью │V1-V2│. Расстояния, пройденные этими телами за одно и то же время пропорциональны скоростям.

***-Движение по воде.***

Скорость тела в стоячей воде есть собственная скорость.

Скорость плота - это скорость течения реки.

Скорость по течению равна сумме собственной скорости и скорости реки:

*V*по теч.= *V*соб. + *V*теч.

Скорость против течения реки равна разности собственной скорости и скорости течения реки:

*V*пр.теч.= *V*соб. – *V*теч.

***-Движение по окружности.***

Если тело движется по окружности неизвестной длины, то пройденное расстояние измеряется в угловых градусах.

Если два тела движутся по окружности в противоположных направлениях, то время между их встречами можно вычислить по формуле:

$\frac{2πR}{U+V}=t$*,*R-радиус окружности, V, U-скорости движущихся тел.

Если тела движутся в одном направлении ( вдогонку), и U больше V, то время между встречами вычисляется по формуле:

$$\frac{2πR}{U-V}=t.$$

**Тема2.Задачи на «работу».**

Особенностью задач на «работу» сложный сюжет, который не всегда легко переводится на язык чисел. В этих задачах можно произвести замену понятий « объём выполненной работы» на «пройденный путь» и «производительность» на «скорость»…

В задачах на «совместную работу» используются величины:

-Объём работы (если не является искомым, то принимается за 1);

-время выполнения работы;

-скорость выполнения работы - объём работы выполняемый за единицу времени, т.е. производительность труда.

Для решения таких задач необходимо:

Определить производительность труда каждого объекта (скорость работы v1, V2,V3,V4…);

Определить общую скорость выполнения работы: Vобщ.= V1+V2+V3+…;

Найти общее время совместной работы: tобщ.= (Объём работы) разделить на общую скорость.

Рассмотрим стандартную схему решения задач этого типа.

Пусть *X* – время выполнения некоторой работы первым рабочим,

 *Y*– время выполнения этой же работы вторым рабочим.

Тогда $\frac{1}{X}$ – производительность труда первого рабочего,

$\frac{1}{Y}$ – производительность труда второго рабочего.

 $\frac{1}{X}+\frac{1}{Y}$ – совместная производительность труда.

$\frac{1}{\frac{1}{X}+\frac{1}{Y}}=\frac{XY}{X+Y} $– время, за которое они выполнят задание, работая вместе.

**Тема 3.Задачи на проценты.**

Решение задач этого типа тесно связано с тремя алгоритмами: нахождения части от целого, восстановление целого по его известной части, нахождение процентного прироста. Рассмотрим эти алгоритмы.

1. Пусть известна некоторая величина *А*, надо найти *а* % этой величины.

Если считать, что *А* есть 100%, а неизвестная часть *х* это *а* %, то из пропорции

 имеем .

1. Пусть известно, что некоторое число *b* составляет *а* % от неизвестной величины *А*. Требуется найти *А*.

Рассуждая аналогично, из пропорции получаем .

1. Пусть некоторая переменная величина *А*, зависящая от времени *t*, в начальный момент *t*0 имеет значение *А*0, а в момент *t*1 – значение *А*1.

Тогда абсолютный прирост величины *А* за время *t*1*–t*0 будет равен *А*1*–А*0; относительный прирост этой величины вычисляется по формуле , а процентный прирост по формуле .

**Тема4.Задачи на смеси и сплавы.**

 Обычно в условиях задач на смеси и сплавы речь идет о составлении сплавов, растворов или смесей двух или нескольких веществ. Основные допущения, принимаемые в задачах подобного рода, состоят в следующем:

а) все получающиеся сплавы или смеси однородны, т.е. интересующая нас характеристика смеси одинакова для любой части смеси;

б) при слиянии двух растворов, имеющих объемы *V1* и *V2,* получается смесь, объем которой равен V1 + V2; причем последнее соотношение является именно допущением, т.к. не всегда выполняется в действительности; при слиянии двух растворов не объем, а масса смеси равняется сумме масс составляющих ее компонент.

Одной из наиболее распространенных характеристик смеси является концентрация конкретной составляющей смеси, т.е. отношение количества этой составляющей к общему количеству смеси: СА=$\frac{Vа}{V}$,

 где *СА* - концентрация вещества  ▪*А*, *VА* - объем вещества *А*, *V* - объем всей смеси, где *mA*, *m* - массы. По определению концентрации имеем:



Тогда



*V=VA+VB+VC* ,тогда



На практике концентрации принято выражать в сотых долях единицы - в процентах.

Итак, при решении задач на смеси задается некоторый объем смеси (сплава) и от этого объема начинают отливать (убирать) определенное количество смеси (сплава), а затем доливать (добавлять) такое же или другое количество смеси (сплава) с такой же концентрацией данного вещества или с другой концентрацией. Эта операция проводится несколько раз.

Значит, при решении таких задач необходимо обратить внимание на количество данного вещества и его концентрацию при каждом отливе, а также при каждом доливе смеси. В результате такого контроля получаем разрешающее уравнение.

**ЛИТЕРАТУРА.**

1.Алгебра.9класс. Итоговая аттестация-2009. Под редакцией Ф.Ф. Лысенко. – Ростов – на- Дону; изд. «Легион», 2009. (серия итоговая аттестация).

4.Единый государственный экзамен 2014: Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ – М.: Интеллект-Центр,2013.

5.Единый государственный экзамен по математике. Кодификатор элементов содержания по математике для составления КИМов единого государственного экзамена 2014г. (Электронный ресурс). – Электр. Текст. дан. – Москва: ФИПИ. – 2013.- Режим доступа:www.fipi.ru, свободный.

7.Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА-2012.   Под ред. Лысенко Ф.Ф.

Математика. 2011. Кузнецова Л.В., Суворова С.Б.

8.Подготовка к экзамену по математике. ГИА 9 Ященко И.В., Семенов А.В

 ГИА по математике.

9.Спецификация КИМ для проведения в 2014 году ГИА по математике.

10.Ященко И.В., Шестаков С.А. ГИА 2012. Математика. 9 класс. Типовые тестовые задания.  М.2012.64с.

1. Фоминых Ю. Одну задачу несколькими методами // Математика в школе. – 2004. - №20. - С. 17.

Шевкин А.В. Материалы курса «Текстовые задачи в школьном курсе математики». (Текст).М.:Педагогический университет «Первое сентября», 2006.- 88 с.

Сафонова Л.А. О действиях, составляющих умение решать текстовые задачи. (Текст)/Л.А.Сафонова // Математика в школе.- 2000.-№8.- С.34-36.

Тарануха, Ю.В. Микроэкономика [Текст] : учебник / Ю. В. Тарануха, Д. Н. Земляков. - Москва : Кнорус, 2010. - 320 с.

Интернет-ресурсы: http//1september.ru материалы сайта «Фестиваль педагогических идей».

**Приложение.**

**Дидактический материал для занятий курса по математике: «Текстовые задачи в заданиях ГИА-9 и ЕГЭ по математике».**

**Тема1.Задачи на движение.**

Виды задач на движение:

-***Простейшие задачи на вычисление компонентов движения.***

Основными компонентами задач на движения являются: пройденный путь-S, скорость-V, время-t.

Записываем формулу: s=v t. Желательно нарисовать рисунок. (Рисунок облегчает составление математической модели задачи, воспитывает и тренирует способность к рассуждениям).

Приводим все величины в задаче к единым единицам измерения.

Неизвестное обозначаем за – х и все данные выражаем через х и заносим в таблицу.

Особо обращаем внимание на величины: путь, скорость, время.

Читаем ещё раз текст задачи, проверяем, все ли данные использовали.

Составляем уравнение.

Решаем уравнение. В ответ записываем число соответствующее условию задачи.

Движение считается равномерным, изменение направления движения и переходы на новый режим движения происходят мгновенно. Скорость-величина положительная.

Задача.

Человек проходит 4 км за такое же время, за которое велосипедист проезжает 10 км. Найдите это время, если скорость человека на 6 км/ч меньше скорости велосипедиста.

V=S/t

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | S, км | V, км/ч | t, ч |
| Человек | 4 | 4/ХНа 6 меньше | Х |
| Велосипедист | 10 | 10/Х | Х |

 Уравнение: 10/Х-4/Х=6, Х=1. Ответ: 1.

Задача.

Один из велосипедистов прошёл расстояние 20 км на 20 мин. быстрее, чем другой. Найдите скорость каждого велосипедиста, зная, что один из них двигался на 2 км./ч быстрее, чем другой.

t= S/V, 20 мин. = 1/3 ч.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | S, км. | V,км./ч | t,ч |
| 1велосипедист | 20 | На 2 быстрее, Х | На1/3 быстрее, 20/Х |
| 2велосипедист | 20 | Х-2 | 20/(Х-2) |

Уравнение: 20/(Х-2)-20/Х=1/3, Х=12 (км/ч.)-скорость первого ; 10км/ч-скорость другого.

Задача.

На середине пути между станциями А и В поезд был задержан на 10 мин. Чтобы приехать по расписанию, машинист увеличил скорость на 12 км/ч. Найдите первоначальную скорость поезда, если известно, что расстояние между станциями равно 120 км.

 А М В

* 60 км \* 60км \*

|  |
| --- |
|  Х км/ч 10 мин.=1/6ч. (Х+12) км/ч |

Пусть Х км/ч - первоначальная скорость поезда, тогда (Х+12) км/ч во второй половине пути. Если бы поезд следовал после остановки с прежней скоростью, то затратил бы на 10 мин. больше, чем планировалось по расписанию.

Время по расписанию t=60/Х, время фактически t=60/(Х+12).

t- по расписанию вычитаем t-фактически =1/6, тогда 60/х - 60/(Х+12)=1/6, Х=60.

Ответ: 60 км/ч.

-***Задачи на совместное движение двух тел.***

При движении навстречу друг другу тела сближаются со скоростью V1+V2. Тогда расстояние, пройденное за время t, равно S=(V1+V2)t.

При движении в противоположных направлениях тела удаляются со скоростью V1+V2.

При движении вдогонку тела как сближаются, так и удаляются, поэтому расстояние между ними может увеличиваться, так и уменьшаться со скоростью │V1-V2│. Расстояния, пройденные этими телами за одно и то же время пропорциональны скоростям.

Задача.

Расстояние между пунктами М и N 210 км. Из этих пунктов одновременно навстречу друг другу выехали два автобуса. После встречи один из них был в пути 2 ч., другой 9/8 часа. Найдите скорости автобусов.

 М К N

|  |
| --- |
|  |

Пусть Х км/ч скорость 1 автобуса, У км/ч - скорость второго автобуса. Первый автобус должен проехать расстояние КN за 2 часа: КN= 2Х км, второй автобус - расстояние МК за 9/8 часа, МК=9/8У. Получим уравнение: 2Х + 9/8У = 210. До встречи автобусы потратили одинаковое время: $\frac{МК}{Х}$= $\frac{КN}{У}$, т.е.$\frac{9}{8Х}У=\frac{2Х}{У}$; 9У2 = 16 Х2; 3У=4Х

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **S до встречи** | **V** | **t до встречи** | **S после встречи** | **t после встречи** |
| **1автобус** | **9/8У** | **Х км/ч** | **Одинаковое****9/8У/Х** | **2Х** | **2ч.** |
| **2автобус** | **2Х** | **У км/ч** | **2Х/У** | **9/8У** | **9/8ч.** |

**П**олучили систему: $\left\{\begin{array}{c}3У=4Х,\\2Х+\frac{9}{8У}=210;\end{array}\right.$ Х=60,У=80. Ответ: 60км/ч, 80 км/ч.

**Задача.**

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 18 км, вышли одновременно два пешехода. Один из них прибыл в В на 54 мин. позже другого. Найдите скорость каждого пешехода, если скорость одного из них меньше скорости другого на 1 км/ч.

Решение:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | S, км | V, км/ч | t, ч. |
| 1 пешеход | 18 | Х | На54мин. больше,54мин.=9/10ч.18/Х |
| 2 пешеход | 18 | Х+1 | 18/(Х+1) |

Разница во времени t1-t2=9/10, составим уравнение: $\frac{18}{Х}-\frac{18}{Х+1}=\frac{9}{10}$, Х=4 (км/ч)- скорость первого пешехода, 4+1=5(км/ч) –скорость второго.

Ответ: 4км/ч, 5км/ч.

**Задача.**

Первый турист, проехав 1,5 часа на велосипеде со скоростью 16 км/ч, делает остановку на 1,5 ч, а затем продолжает путь с первоначальной скоростью. Четыре часа спустя после отправки в дорогу первого туриста, вдогонку ему выезжает мотоциклист со скоростью 56 км/ч. Какое расстояние они проедут, прежде чем второй турист догонит первого?

Решение:

Из условия задачи видно, что первый турист вышел в дорогу на 4 часа раньше, чем второй. В точке К он сделал остановку на 1,5 ч. Пусть второй турист догнал первого в точке В.

 А К В

Чтобы проехать расстояние АВ первый затратит на 2,5 ч больше, чем второй, т.к.

 4-1, 5=2,5(ч). Пусть АВ= Х км, тогда время, за которое первый турист проехал расстояние АВ: t1=$ \frac{Х}{16}$(ч); время за которое второй проедет расстояние АВ: t2=$ \frac{Х}{56}$ (ч).

t1 – t2 = 2,5. Получим уравнение: $\frac{Х}{16}$ - $\frac{Х}{56}$ = 2,5, Х = 56 (км).

Ответ: 56 км.

Задача.

 Грузовик проехал расстояние 80 км. Первую половину пути он ехал со скоростью 50 км/ч, а вторую половину - со скоростью 75 км/час. Найдите среднюю скорость движения грузовика.

**Решение**. Было бы ошибкой считать среднюю скорость как полусумму скоростей движения на двух участках. Так нельзя делать потому, что время прохождения одинаковых по протяженности участков различно! Грузовик дольше ехал с меньшей скоростью, поэтому средняя скорость получается меньше полусуммы скоростей. Для нахождения средней скорости нужно разделить пройденный путь на все затраченное время. На прохождение первых 40 км пути грузовик затратил 40/50 часа, а на прохождение оставшихся 40 км - 40/75 часа. Тогда

Vср.=80: ($\frac{40}{50}+\frac{40}{75} )=60$(км/ч.).

Ответ: 60 км/ч.

Задача.

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт  В на 4 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Что здесь лучше всего обозначить за ? Скорость велосипедиста. Тем более что ее и надо найти в этой задаче. Автомобилист проезжает на 40 километров больше, значит, его скорость равна 40.

Нарисуем таблицу. В нее сразу можно внести расстояние — и велосипедист, и автомобилист проехали по 50 км. Можно внести скорость — она равна *x* и *x*+40 для велосипедиста и автомобилиста соответственно. Осталось заполнить графу «время».

Его мы найдем по формуле:  $t=\frac{S}{v}$. Для велосипедиста получим  $t\_{1}=\frac{50}{x}$, для автомобилиста $t\_{2}=\frac{50}{x+40}$ .
Эти данные тоже запишем в таблицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *v* | *t* | S |
| велосипедист | *x* | $$t\_{1}=\frac{50}{x}$$ | 50 |
| автомобилист | *x*+40 | $$t\_{2}=\frac{50}{x+40}$$ | 50 |

Остается записать, что велосипедист прибыл в конечный пункт на 4 часа позже автомобилиста. Позже — значит, времени он затратил больше. Это значит, что $t\_{1}$ на четыре больше, чем $t\_{2}$, то есть $t\_{2}+4=t\_{1}$

Решаем уравнение

$$\frac{50}{x}-\frac{50}{x+40}=4$$

$$x^{2}+40x-500=0$$

*x1*=-50, *x*2=10.

Ответ:10.

Задача.

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть скорость велосипедиста на пути из А в В равна *x.* Тогда его скорость на обратном пути равна *x*+3. Расстояние в обеих строчках таблицы пишем одинаковое — 70 километров. Осталось записать время. Поскольку $t=\frac{S}{v}$  , на путь из А в В велосипедист затратит время $t\_{1}=\frac{70}{x}$, а на обратный путь время $t\_{2}=\frac{70}{x+3}$.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *v* | *t* | S |
| туда | *х* | $$t\_{1}=\frac{70}{x}$$ | 70 |
| обратно | *x*+3 | $$t\_{2}=\frac{70}{x+3}$$ | 70 |

На обратном пути велосипедист сделал остановку на 3 часа и в результате затратил столько же времени, сколько на пути из А в В. Это значит, что на обратном пути он крутил педали на 3 часа меньше.

Значит,$ t\_{2}$  на три меньше, чем $t\_{1}$ . Получается уравнение:

$$\frac{70}{x}-\frac{70}{x+3}=3$$

*x*=-10, *x*=7.

Ответ:7.

Задача . Расстояние между городами А и В равно 60 км. Два поезда выходят одновременно: один из А в В, другой из В в А. Пройдя 20 км, поезд, идущий из А в В, останавливается на полчаса, затем, пройдя 4 минуты, встречает поезд, идущий из В. Оба поезда прибывают к месту назначения одновременно. Найдите скорости поездов.

Решение:

Отобразим все условия задачи на рисунке.

4 мин.

A

B

C

D

*v1*

*v2*

60км

Заметим, что если время в условии задачи выражено как в часах, так и в минутах, то минуты надо перевести в часы. В нашем случае 4 мин*=*4/10 часа*=*1/15 часа.

Так как в задаче надо определить две величины, введем две переменные и составим два уравнения.

Пусть *х* км/ч – скорость поезда, вышедшего из пункта А;

 *у* км/ч – скорость поезда, вышедшего из пункта В.

Так как в задаче известно расстояние, выразим время через скорость и расстояние.

$\frac{20}{x}$ – время, за которое поезд из А прошел 20 км.1

$\frac{20}{x}+\frac{1}{2}+\frac{1}{15}=\frac{20}{x}+\frac{17}{30}$ – время, затраченное поездом из А до встречи в пункте D.

 $\frac{1}{15}×x$ – расстояние, которое прошел поезд из А за 4 минуты после остановки.

Тогда поезд из А до встречи в пункте D прошел $20+\frac{1}{15}$ км.

$60-\left(20+\frac{x}{15}\right)=40-\frac{x}{15}$ км – расстояние, пройденное поездом из В до встречи.

$\frac{40-\frac{x}{15}}{y}$ – время, пройденное поездом из В до встречи в пункте D.

Так как по условию в пункте D поезда встретились, они затратили на путь до встречи одинаковое время, поэтому получаем первое уравнение

$\frac{20}{x}+\frac{17}{30}=\frac{40-\frac{x}{15}}{y}$

.

С другой стороны, выразим время движения поездов после встречи в пункте *D*.

Так как $AD=20+\frac{x}{15}$ , то $\frac{20-\frac{x}{15}}{y}$ – время движения поезда из *В* после встречи.

Так как $DB=40-\frac{x}{15}$, то $\frac{40-\frac{x}{15}}{x}$ – время движения поезда из *А* после встречи.

По условию .

Таким образом, мы составили систему двух уравнений с двумя переменными.

$$\left\{\begin{array}{c}\frac{20}{x}+\frac{17}{30}=\frac{40-\frac{x}{15}}{y};\\\frac{20+\frac{x}{15}}{y}=\frac{40-\frac{x}{15}}{x}.\end{array}\right.$$

Решим систему, для чего из первого уравнения выразим *у* и подставим это выражение вместо *у* во второе уравнение.

$$y=\frac{40-\frac{x}{15}}{\frac{20}{x}+\frac{17}{30}}$$

$$\left(20+\frac{x}{15}\right):\frac{40-\frac{x}{15}}{\frac{20}{x}+\frac{17}{30}}=\frac{40-\frac{x}{15}}{x}$$

$$\left(20+\frac{x}{15}\right)\left(\frac{20}{x}+\frac{17}{30}\right)x=\left(40-\frac{x}{15}\right)^{2}$$

.

Решим полученное уравнение

$$\left(20+\frac{x}{15}\right)\left(20+\frac{17x}{30}\right)=1600-\frac{16}{3}x+\frac{x^{2}}{225}$$

$$400+\frac{380x}{30}+\frac{17x^{2}}{450}=1600-\frac{16}{3}x+\frac{x^{2}}{225}$$

$$x^{2}+540x-36000=0$$

$x\_{1=60}$ ; $x\_{2}=-600$.

Так как *х* – скорость, то *х*2 не подходит по смыслу задачи. Подставим полученное значение *х* в выражение для *у*

$$y=\frac{40-\frac{60}{15}}{\frac{20}{60}+\frac{17}{30}}=\frac{36}{\frac{54}{60}}=\frac{36×60}{54}=40$$

.

Ответ: *v*A*=*60 км/ч, *v*B*=*40 км/ч.

***-Движение по воде.***

Скорость тела в стоячей воде есть собственная скорость.

Скорость плота - это скорость течения реки.

Скорость по течению равна сумме собственной скорости и скорости реки:

*V*по теч.= *V*соб. + *V*теч.

Скорость против течения реки равна разности собственной скорости и скорости течения реки:

*V*пр.теч.= *V*соб. – *V*теч.

**Задача.**

Турист проплыл на байдарке 25 км по озеру и 9 км против течения реки за то же время, какое ему потребовалось для того, чтобы проплыть по течению 56 км. Найдите скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения 2 км/ч.

Решение:

Пусть Х км/ч – собственная скорость байдарки. Время, затраченное по озеру равно 25/Х ч., на путь против течения реки- $9/(X-2)$, по течению- $56/(X+2)$ч.

tпо теч.= tпо озеру + tпр.теч.  Составим уравнение:

$$\frac{25}{X}+\frac{9}{X-2}=\frac{56}{X+2}$$

*Х*=5 и *Х*=10/11 ( не подходит по смыслу задачи).

Ответ: 5 км/ч.

**Задача.**

Пароход плывет из Ульяновска в Волгоград в течение двух суток, а обратно – в течение трех суток. Сколько времени плывет плот из Ульяновска в Волгоград?

Решение:

Скорость плота - это скорость течения реки. Пусть расстояние между городами Sкм, собственная скорость парохода - Х км/ч, скорость течения реки У км/ч. Тогда время, затраченное плотом на путь: S/У. Чтобы найти это отношение составим систему:

$$\left\{\begin{array}{c}\frac{S}{Х+У}=2,\\\frac{S}{Х-У}=3;\end{array}\right.$$

$\frac{S}{У}$=12.

Ответ: 12 суток.

**Задача.**

От пристани вниз по реке отправилась моторная лодка. На расстоянии 60 км от пристани лодка остановилась, а через два часа лодка повернула обратно и вернулась на пристань через 6, 5 часа после отплытия от пристани. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 3 км/ч.

Решение:

Пусть собственная скорость лодки *Х* км/ч. Тогда скорость по течению *Х*+3 (км/ч). Против течения- *Х*-3 (км/ч), Общее время 6,5 – 2 = 4,5 (ч).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | S | *V* | *t* |
| По течению | 60 | Х+3 | 4.5 |
| Против течения | 60 | Х-3 |

Составим уравнение: $\frac{60}{Х+3}+\frac{60}{Х-3}=4,5$, Х=27 и Х=-1/3 (не подходит по смыслу задачи).

Ответ: 27 км/ч.

Задача.

Коля шел домой вверх по течению ручья со скоростью в 1,5 раза большей, чем скорость течения, и держал в руках шляпу и палку. На ходу он бросил в ручей шляпу, перепутав ее с палкой. Вскоре, заметив ошибку, он бросил палку в ручей и побежал назад со скоростью вдвое большей той, с какой шел вперед. Догнав плывущую шляпу, он мгновенно достал ее из воды, повернулся и как ни в чем ни бывало пошел домой с прежней скоростью. Через 40 сек. после того, как он догнал шляпу, он встретил палку, плывущую ему навстречу. Насколько раньше пришел бы он домой, если бы все время шел вперед?

Решение. Пусть Коля бежал назад t секунд. Тогда палка плыла назад (t+40) секунд. Пусть V - скорость течения. Тогда скорость ходьбы 1,5V, бега 3V. S0 - расстояние, которое он бежал назад, S1- расстояние которое плыла палка до встречи с ним, S2 - расстояние, которое Коля шел вперед, выловив шляпу. S0=S1+S2. Учитывая, что S0=3Vt;

$$S\_{1}=1,5V×40$$

$$S\_{1}=V(t+40)$$

3*Vt*=60*V*+*Vt*+40*V* 2*Vt*=100*V* *t*=50 (сек). Время, которое Коля потерял, равно 50 секунд плюс время, которое ему потребовалось, чтобы пройти то же расстояние, а оно вдвое больше.Всего получается

$50+50×2=150$секунд.

Ответ: 2,5 мин. потерял Коля.

Задача.

Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна *X*.

Тогда скорость движения моторки по течению равна $X+1$, а скорость, с которой она движется против течения $X-1$.

Расстояние и в ту, и в другую сторону одинаково, равно 255 км.

Занесем скорость и расстояние в таблицу.

Заполняем графу «время». При движении по течению $t\_{1}=\frac{225}{X+1}$, при движении против течения $t\_{2}=\frac{225}{X-1}$, причем $t\_{2}$ на два часа больше, чем $t\_{1}$.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *V* | t | S |
| по течению | $$X+1$$ | $$t\_{1}=\frac{225}{X+1}$$ | 255 |
| против течения | $$X-1$$ | $$t\_{2}=\frac{225}{X-1}$$ | 255 |

Условие «$t\_{2}$ на два часа меньше, чем $t\_{1}$» можно записать в виде

$$t\_{2}-2=t\_{1}$$

Составляем уравнение:

$$\frac{225}{X-1}-2=\frac{225}{X+1}$$

и решаем его. *Х*1=-16, *Х*2=16, скорость лодки должна быть положительной. Ответ: 16.

Задача.

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Обозначим за X скорость течения. Тогда скорость движения теплохода по течению равна $15+X$, скорость его движения против течения равна $15-X$. Расстояния — и туда, и обратно — равны 200 км.

Поскольку $t=\frac{S}{V}$, время $t\_{1}$ движения теплохода по течению равно $\frac{200}{15+X}$, а время $t\_{2}$, которое теплоход затратил на движение против течения, равно $\frac{200}{15-X}$.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | V | t | S |
| по течению | $$15+X$$ | $$\frac{200}{15+X}$$ | 200 |
| против течения | $$15-X$$ | $$\frac{200}{15-X}$$ | 200 |

В пункт отправления теплоход вернулся через 40 часов после отплытия из него. Стоянка длилась 10 часов, следовательно, 30 часов теплоход плыл — сначала по течению, затем против.

Значит, $t\_{2}+t\_{1}=30$

$$\frac{200}{15+X}+\frac{200}{15-X}=30$$

Разделим обе части уравнения на 10. Оно станет проще

$$\frac{20}{15+X}+\frac{20}{15-X}=3$$

X=5.

Ответ: 5.

Наверное, вы уже заметили, насколько похожи все эти задачи. Текстовые задачи хороши еще и тем, что ответ легко проверить с точки зрения здравого смысла. Ясно, что если мы получили скорость течения, равную 300 километров в час — задача решена неверно.

Задача.

Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

Решение:

Пусть скорость течения равна *X*. Тогда по течению баржа плывет со скоростью $7+X$, а против течения со скоростью $7-X$.

Сколько времени баржа плыла? Ясно, что надо из 16 вычесть 10, а затем вычесть время стоянки. 1 час 20 минут переведем в часы: 1 час 20 минут $=1\frac{1}{3}$ часа. Получаем, что всё время движения баржи (по течению и против) равно $4\frac{2}{3}$ часа.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *V* | t | S |
| по течению | $$7+X$$ | $$t\_{1}$$ | 15 |
| против течения | $$7-X$$ | $$t\_{2}$$ | 15 |

$$t\_{1}+t\_{2}=4\frac{2}{3}$$

$$\frac{15}{7+X}+\frac{15}{7-X}=4\frac{2}{3}$$

$$30×7=\frac{14}{3}×(49-X^{2})$$

$$45=49-X^{2}$$

$$X^{2}=4$$

Поскольку скорость течения положительна, $X=2$.

Ответ: 2.

Задача. Пароход прошел 4 км против течения реки, а затем прошел еще 33 км по течению, затратив на весь путь один час. Найдите собственную скорость парохода, если скорость течения реки равна 6,5 км/ч.

Решение:

Пусть *X* км/ч – собственная скорость парохода.

Тогда $(X+6,5)$ км/ч – скорость парохода по течению.

 $(X-6,5)$км/ч – скорость парохода против течения.

Так как против течения пароход прошел 4 км со скоростью $(X-6,5)$ км/ч, то $\frac{4}{(X-6,5)}$ ч. – время движения парохода против течения.

Так как по течению пароход прошел 33 км со скоростью $(X+6,5)$ км/ч, то $\frac{33}{(X+6,5)}$ ч. – время движения парохода по течению.

По условию $\frac{4}{(X-6,5)}+\frac{33}{(X+6,5)}=1$

решим полученное уравнение

$$\frac{4}{(X-6,5)}+\frac{33}{(X+6,5)}-1=0$$

$$\frac{4\left(X+6,5\right)+33\left(X-6,5\right)-\left(X+6,5\right)(X-6,5)}{(X+6,5)\left(X-6,5\right)}=0$$

Откуда получаем квадратное уравнение

$X^{2}-37X+146,25=0$ ⇒ $X\_{1}=4,5$км/ч и $X\_{2}=32,5$ км/ч.

Осуществим отбор полученных решений.

Через *X* мы обозначили собственную скорость парохода, при этом скорость течения реки 6,5 км/ч, поэтому $X\_{1}$*=*4,5 км/ч не подходит по смыслу задачи (при такой скорости пароход не выплыл бы против течения).

Поэтому, собственная скорость парохода равна 32,5 км/ч.

Ответ: *V=*32,5 км/ч.

***-Движение по окружности.***

Если тело движется по окружности неизвестной длины, то пройденное расстояние измеряется в угловых градусах.

Если два тела движутся по окружности в противоположных направлениях, то время между их встречами можно вычислить по формуле:

$\frac{2πR}{U+V}=t$*,*R-радиус окружности, V, U-скорости движущихся тел.

Если тела движутся в одном направлении ( вдогонку), и U больше V, то время между встречами вычисляется по формуле:

$$\frac{2πR}{U-V}=t.$$

Задача.

По окружности движутся два тела. Первое тело пробегает окружность на 5 сек. скорее второго. Если они движутся по одному направлению, то сходятся через каждые 100 секунд. Какую часть окружности (в градусах) пробегает каждое тело в 1 сек.?

Решение: Пусть в 1 сек. первое тело пробегает Х градусов, второе У градусов, тогда т.к. первое тело пробегает окружность на 5 сек. скорее второго, то получим уравнение:

$\frac{360}{У}-\frac{360}{Х}=5$,

Каждую секунду расстояние между телами увеличивается на $(X-Y)$ градусов. За время, протекающее от одного схождения до следующего (т.е. 100сек.) расстояние должно увеличиваться на 360$°$ . Поэтому $100\left(X-Y\right)=360$.

Получили систему:$\left\{\begin{array}{c}\frac{360}{Y}-\frac{360}{X}=5,\\100\left(X-Y\right)=360;\end{array}\right.$ $X\_{1}=18$, $Y\_{1}=14,4$, $X\_{2}=-18$, $Y\_{2}=14,4$. (Физический смысл тот же, меняются направление движения тел и номера тел).

Ответ: 18$°$; 14$°$ 24.

**Тема2.Задачи на «работу».**

Особенностью задач на «работу» сложный сюжет, который не всегда легко переводится на язык чисел. В этих задачах можно произвести замену понятий « объём выполненной работы» на «пройденный путь» и «производительность» на «скорость»…

В задачах на «совместную работу» используются величины:

-Объём работы (если не является искомым, то принимается за 1);

-время выполнения работы;

-скорость выполнения работы - объём работы выполняемый за единицу времени, т.е. производительность труда.

Для решения таких задач необходимо:

Определить производительность труда каждого объекта (скорость работы v1, V2,V3,V4…);

Определить общую скорость выполнения работы: Vобщ.= V1+V2+V3+…;

Найти общее время совместной работы: tобщ.= (Объём работы) разделить на общую скорость.

Рассмотрим стандартную схему решения задач этого типа.

Пусть *X* – время выполнения некоторой работы первым рабочим,

 *Y*– время выполнения этой же работы вторым рабочим.

Тогда $\frac{1}{X}$ – производительность труда первого рабочего,

$\frac{1}{Y}$ – производительность труда второго рабочего.

 $\frac{1}{X}+\frac{1}{Y}$ – совместная производительность труда.

$\frac{1}{\frac{1}{X}+\frac{1}{Y}}=\frac{XY}{X+Y} $– время, за которое они выполнят задание, работая вместе.

Задача 1. Двое рабочих выполняют некоторую работу. После 45 минут совместной работы первый рабочий был переведен на другую работу, и второй рабочий закончил оставшуюся часть работы за 2 часа 15 минут. За какое время мог бы выполнить работу каждый рабочий в отдельности, если известно, что второму для этого понадобится на 1 час больше, чем первому.

Решение:

Пусть *X* – время работы первого по выполнению всей работы.

 *Y* – время работы второго рабочего.

По условию X=Y-1, и первое уравнение составлено.

Пусть объем всей работы равен 1.

Тогда $\frac{1}{X}$ – производительность труда первого рабочего,

 $\frac{1}{Y} $– производительность труда второго рабочего.

Так как они работали 45 мин.*=*3/4 часа совместно, то

  – объем работы, выполненной рабочими за 45 минут.

Так как второй рабочий работал один 2 часа 15 минут*=*2¼*=*9/4 часа, то

  – объем работы, выполненной вторым рабочим за 2 часа 15 минут.

По условию .

Таким образом, мы получили систему двух уравнений



Решим ее:

 ⇒  ⇒ 4у2–19у+12=0

 ч. и *у*2*=*4 ч.

Из двух значений для у выберем то, которое подходит по смыслу задачи *у*1*=*45 мин., но 45 мин. рабочие работали вместе, а потом второй рабочий работал еще отдельно, поэтому  не подходит по смыслу задачи. Для полученного *у*2*=*4 ч. найдем из первого уравнения первоначальной системы значение *х*

*х=*4*–*1 ⇒ *х=*3 ч.

Ответ: первый рабочий выполнит работу за 3 часа, второй – за 4 часа.

*2 способ:* эту задачу можно было решить, не вводя вторую переменную *у*, а выразить время работы второго рабочего через *х*, тогда нужно было составить одно уравнение и решить его.

Задача.

Одна бригада может убрать поле за 12 дней. Другой бригаде чтобы выполнить эту же работу нужно 75% этого времени. После того как в течение 5 дней работала только 1 бригада, к ней присоединилась вторая, и обе вместе закончили работу. Сколько дней работали бригады вместе?

Решение.

Производительность первой бригады 1/12. Время работы первой бригады 12 дней, тогда 75% от 12 дней будет 9 дней (0,75\*12=9) – время работы второй бригады. Производительность второй бригады: 1/9.

Объём работы первой бригады за 5 дней: $\frac{1}{12}×5=\frac{5}{12}$.

Вся работа:1, тогда осталось выполнить: 1 -$ \frac{5}{ 12}=\frac{7}{12}$;

Производительность двух бригад вместе: 1/12+1/9. Пусть *Х* время их совместной работы, тогда получаем уравнение: ($\frac{1}{12}+\frac{1}{9}$)*Х*=$\frac{7}{12}$ , *Х*= 3.

Ответ: вместе бригады работали 3 дня.

Задача.

Два каменщика, работая вместе, могут выполнить работу за 12часов. Производительность труда первого и второго каменщиков относятся как 1:3. Каменщики договорились работать поочередно. Сколько времени должен проработать первый каменщик, чтобы работа была выполнена за 20 часов?

Решение.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Время на всю работу, ч. | Производительность | Вместе за 1 час. |
| 1каменщик | 3*X* | 1/3*X* | 1/12 |
| 2каменщик | *X* | 1/*X* |  |

1/3х+1/х=1/12, х=16.

Значит, первый за час выполняет 1/48 части работы, а второй 1/16 часть работы. Первый за t ч. Выполнит t/48 работы, а второй за (20-t) ч. Выполнит (20-t)/16 работы.

Получим уравнение: $\frac{t}{48}+\frac{20-t}{16}=1$,

t=6(ч.)- работает первый каменщик.

20-6=14(ч.) - работает второй каменщик.

Ответ: 6 часов.

Задача.

 Двое рабочих, работая вместе, могут окончить некоторую работу в 12 дней. После 8 дней совместной работы один из них заболел, и другой окончил работу один, проработав еще 5 дней. Во сколько дней каждый из них, работая отдельно, может выполнить эту работу?

Решение. Пусть один рабочий может выполнить работу в *X* дней, а другой в *Y* дней. Каждый из них выполняет в день

$\frac{1}{X}$ и $\frac{1}{Y}$ части работы соответственно, а работая вместе $\frac{1}{12}$ часть. Получаем уравнение:

$\frac{1}{X}+\frac{1}{Y}=\frac{1}{12}$

За 8 дней совместной работы они выполнили

$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

работы. Другой рабочий работал еще 5 дней, выполнив $\frac{5}{Y}$ часть всей работы. Зная, что вся работа была сделана, составим уравнение:

$\frac{2}{3}+\frac{5}{Y}=1$.

Получили систему уравнений

$\left\{\begin{array}{c}\frac{1}{X}+\frac{1}{Y}=\frac{1}{12}\\\frac{2}{3}+\frac{5}{Y}=1\end{array}\right.$.

 *X*=60; *Y*=15

Ответ: 60дней, 15дней.

Задача.

Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Решение:

Так же, как и в задачах на движение, заполним таблицу.

В колонке «работа» и для первого, и для второго рабочего запишем: 110. В задаче спрашивается, сколько деталей в час делает второй рабочий, то есть какова его производительность. Примем ее за *X*. Тогда производительность первого рабочего равна $X+1$ (он делает на одну деталь в час больше). Поскольку $t=\frac{A}{V}$, время работы первого рабочего равно $t\_{1}=\frac{110}{X+1}$ , время работы второго равно $t\_{2}=\frac{110}{X}$.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | p | t | A |
| первый рабочий | $$X+1$$ | $$t\_{1}=\frac{110}{X+1}$$ | 110 |
| второй рабочий | $$X$$ | $$t\_{2}=\frac{110}{X}$$ | 110 |

Первый рабочий выполнил заказ на час быстрее. Следовательно,  на 1 меньше, чем , то есть

$$t\_{1}=t\_{2}-1$$

$\frac{110}{Х}-\frac{110}{Х+1}=1$, *Х*=10, *Х*=-11 ( не подходит по смыслу задачи).

Ответ: 10.

Задача.

 Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

Решение:

В этой задаче ничего не сказано о том, какая это работа, чему равен ее объем. Значит, работу можем принять за единицу.

 Пусть *X* — производительность первого рабочего. Производительность второго обозначим за *Y*.

По условию, первый рабочий за два дня делает такую же часть работы, какую второй — $Y=\frac{2}{3}∙X$ за три дня. Значит, $2X=3Y$. Отсюда,

Работая вместе, эти двое сделали всю работу за 12 дней. При совместной работе производительности складываются, значит,

$\left(X+Y\right)∙12=1$,

$\left(X+\frac{2}{3}X\right)∙12=1$,

$\frac{5}{3}X∙12=1$,

$20X=1$,

$X=\frac{1}{20}$.

Первый рабочий за день выполняет $\frac{1}{20}$ всей работы. Значит, на всю работу ему понадобится 20 дней.

Ответ: 20.

Задача . Две бригады рабочих начали работу в 8 часов. Сделав вместе 72 детали, они стали работать раздельно. В 15 часов выяснилось, что за время раздельной работы первая бригада сделала на 8 деталей больше, чем вторая. На другой день первая бригада делала за 1 час на одну деталь больше, а вторая бригада за 1 час на одну деталь меньше. Работу бригады начали вместе в 8 часов и, сделав 72 детали, снова стали работать раздельно. Теперь за время раздельной работы первая бригада сделала на 8 деталей больше, чем вторая, уже к 13 часам. Сколько деталей в час делала каждая бригада?

Решение:

Пусть *X* деталей в час изготовляет первая бригада (производительность первой бригады).

 *Y* – производительность второй бригады.

 *X+Y* – совместная производительность бригад.

Так как вместе они сделали 72 детали, то

$\frac{72}{X+Y}$ – время совместной работы бригад.

Так как бригады работали с 8 до 15 часов, всего 7 часов, то

$7-\frac{72}{X+Y}$ – время работы бригад раздельно, тогда

$\left(7-\frac{72}{X+Y}\right)X$– число деталей, которое изготовила первая бригада, работая отдельно

$\left(7-\frac{72}{X+Y}\right)Y$– число деталей, которое изготовила вторая бригада, работая отдельно

По условию $\left(7-\frac{72}{X+Y}\right)X-\left(7-\frac{72}{X+Y}\right)Y=8$ или $\left(7-\frac{72}{X+Y}\right)\left(X-Y\right)=8$

Составим второе уравнение. По условию:

 *X+*1 – производительность труда первой бригады на другой день.

 *Y–*1 – производительность труда второй бригады на другой день.

 *X+*1*+Y–*1=*X+Y* – совместная производительность (такая же, как и в первый день).

Так как бригады работали с 8 до 13 часов – всего 5 часов, то

$\left(5-\frac{72}{X+Y}\right)\left(X+1\right)$ – число деталей, которые изготовила первая бригада, работая отдельно, во второй день.
$\left(5-\frac{72}{X+Y}\right)\left(Y-1\right)$ – число деталей, которые изготовила вторая бригада, работая отдельно, во второй день.

По условию $\left(5-\frac{72}{X+Y}\right)\left(X+1\right)-\left(5-\frac{72}{X+Y}\right)\left(Y-1\right)$ или $\left(5-\frac{72}{X+Y}\right)\left(X-Y+2\right)=8$.

Таким образом, мы составили систему двух уравнений:

$$\left\{\begin{array}{c}\left(7-\frac{72}{X+Y}\right)\left(X-Y\right)=8;\\\left(5-\frac{72}{X+Y}\right)\left(X-Y+2\right)=8.\end{array}\right.$$

Решим эту систему методом замены переменных:

Пусть $\frac{72}{X+Y}=u$, $X-Y=V$ (1)

Тогда имеем:

$\left\{\begin{array}{c}\left(7-u\right)V=8,\\\left(5-u\right)\left(V+2\right)=8.\end{array}\right.$ ⇒ $\left\{\begin{array}{c}7V-uV=8;\\5V-uV-2u+2=0.\end{array}\right.$

Выразим из первого уравнения $u=\frac{7V-8}{V}$ и подставим во второе уравнение

 ⇒ *v*2*+*2*v*–8*=*0 ⇒ *v*1*=*2, *v*2*=–*4.

Значение *v*2*=–*4 не подходит по смыслу задачи (из условия ясно, что производительность первой бригады выше, чем второй, а значит *х–у=v*>0). Найдем значение *u*, соответствующее *v*2*=*2, подставив значение *v*2 в выражение для *u*:

.

Так как нам нужно найти значения *х* и *у*, подставим полученные значения для *u* и *v* в (1)

 ⇒  ⇒  ⇒  ⇒ 

Ответ: 13 деталей в час изготавливала первая бригада; 11 деталей в час изготавливала вторая бригада.

Задача.

 Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

Решение:

Всевозможные задачи про две трубы, которые наполняют какой-либо резервуар для воды — это тоже задачи на работу. В них также фигурируют известные вам величины — производительность, время и работа.

Примем производительность первой трубы, за Х. Тогда производительность второй трубы равна Х+1, поскольку она пропускает на один литр в минуту больше, чем первая. Заполним таблицу

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | P, производительность | t,время | A, работа |
| первая труба | Х | t1$=\frac{110}{Х}$ | 110 |
| вторая труба | Х+1 | t2=$\frac{99}{Х+1}$ | 99 |

Первая труба заполняет резервуар на две минуты дольше, чем вторая. Значит,    t1-t2=2 . Составим уравнение:

$$\frac{110}{Х}-\frac{99}{Х+1}=2$$

и решим его.

Ответ: 10.

**Тема 3. Задачи на проценты.**

 Решение задач этого типа тесно связано с тремя алгоритмами: нахождения части от целого, восстановление целого по его известной части, нахождение процентного прироста. Рассмотрим эти алгоритмы.

1. Пусть известна некоторая величина *А*, надо найти *а* % этой величины.

Если считать, что *А* есть 100%, а неизвестная часть *х* это *а* %, то из пропорции

 имеем .

1. Пусть известно, что некоторое число *b* составляет *а* % от неизвестной величины *А*. Требуется найти *А*.

Рассуждая аналогично, из пропорции получаем .

1. Пусть некоторая переменная величина *А*, зависящая от времени *t*, в начальный момент *t*0 имеет значение *А*0, а в момент *t*1 – значение *А*1.

Тогда абсолютный прирост величины *А* за время *t*1*–t*0 будет равен *А*1*–А*0; относительный прирост этой величины вычисляется по формуле , а процентный прирост по формуле .

Задача 1. Для офиса решили купить 4 телефона и 3 факса на сумму 1470 долларов. Удалось снизить цену на телефон на 20%, и в результате за эту же покупку уплатили 1326 долларов. Найти цену факса.

Решение:

Пусть *х* – стоимость факса,

 *у* – стоимость телефона.

По условию 4*у+*3*х=*1470.

Так как цену на телефон снизили на 20%, то телефон стал стоить 80% от первоначальной цены, то есть

 0,8*у* – стоимость телефона после снижения.

По условию 3*х+*4⋅0,8*у=*1326.

Решим полученную систему двух уравнений методом алгебраического сложения.



Так как нам нужно найти только *х*, исключим *у* из системы, для чего первое уравнение умножим на (–0,8) и сложим со вторым: 0,6*х=*150 ⇒ *х=*250.

Ответ: факс стоит 250 долларов.

**Тема4.Задачи на смеси и сплавы.**

 Обычно в условиях задач на смеси и сплавы речь идет о составлении сплавов, растворов или смесей двух или нескольких веществ. Основные допущения, принимаемые в задачах подобного рода, состоят в следующем:

а) все получающиеся сплавы или смеси однородны, т.е. интересующая нас характеристика смеси одинакова для любой части смеси;

б) при слиянии двух растворов, имеющих объемы *V1* и *V2,* получается смесь, объем которой равен V1 + V2; причем последнее соотношение является именно допущением, т.к. не всегда выполняется в действительности; при слиянии двух растворов не объем, а масса смеси равняется сумме масс составляющих ее компонент.

Одной из наиболее распространенных характеристик смеси является концентрация конкретной составляющей смеси, т.е. отношение количества этой составляющей к общему количеству смеси: СА=$\frac{Vа}{V}$,

 где *СА* - концентрация вещества  ▪*А*, *VА* - объем вещества *А*, *V* - объем всей смеси, где *mA*, *m* - массы. По определению концентрации имеем:



Тогда



*V=VA+VB+VC* ,тогда



На практике концентрации принято выражать в сотых долях единицы - в процентах.

Содержание какого-либо драгоценного металла в сплаве с примесями обычно называют пробой и обозначают числом тысячных долей единицы. Например, говоря о серебре 925 пробы, мы подразумеваем, что в каждых 1000 г такого "серебра" содержится только 925 г чистого серебра.

Пример . В каких пропорциях нужно смешать раствор 50-процентной и раствор 70-процентной кислоты, чтобы получить раствор 65-процентной кислоты?

Решение. Пусть мы смешаем х г раствора 50-процентной и y г раствора 70-процентной кислоты. Тогда в первом растворе содержится чистой кислоты

 г, а во втором - г. Смешав два раствора, мы получим (х+у) г

смеси, в которой чистой кислоты будет

 что должно составлять 65% от смеси, т.е.

 Получаем уравнение: 

Откуда 50x+70y = 65x+65y или 5y = 15x. Таким образом, растворы нужно смешивать в пропорции 1: 3, т.к.

 т.е. к 1 части 50 % -ного раствора нужно добавить 3 части 70 % -ного.

Итак, при решении задач на смеси задается некоторый объем смеси (сплава) и от этого объема начинают отливать (убирать) определенное количество смеси (сплава), а затем доливать (добавлять) такое же или другое количество смеси (сплава) с такой же концентрацией данного вещества или с другой концентрацией. Эта операция проводится несколько раз.

Значит, при решении таких задач необходимо обратить внимание на количество данного вещества и его концентрацию при каждом отливе, а также при каждом доливе смеси. В результате такого контроля получаем разрешающее уравнение. Рассмотрим конкретные задачи.

Задача 1. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

Решение:

Пусть *х* кг олова надо добавить к сплаву. Так как процентное содержание меди в сплаве равно 45 %, то масса меди в первоначальном сплаве *m=*0,45⋅12=5,4 кг (где 0,45 – концентрация меди в сплаве).

Тогда 12*+х* – масса нового сплава

И так как масса меди в первоначальном сплаве равна 5,4 кг, то

  – концентрация меди в новом сплаве.

По условию , решая уравнение, получаем *х=*1,5 кг.

Ответ: нужно добавить 1,5 кг чистого олова.

Задача 2. Имеются два раствора кислоты разной концентрации. Объем одного раствора 4 л, другого – 6 л. Если их слить вместе, то получится 35 % раствор кислоты. Если же слить равные объемы этих растворов, то получится 36 % раствор кислоты. Сколько литров кислоты содержится в каждом из первоначальных растворов?

Решение:

Пусть *х* л кислоты содержится в первом растворе,

 *у* л кислоты содержится во втором растворе.

Тогда  – концентрация кислоты в первом растворе,

  – концентрации кислоты во втором растворе.

Если слить два раствора, то получим раствор массой 4л*+*6л*=*10л, причем масса кислоты в нем будет *х+у*, тогда

  – концентрация кислоты, после сливания обоих растворов.

Так как по условию в полученном таким образом растворе содержится 35% кислоты, то ее концентрация там равна 0,35.

Таким образом, получаем:  или *х+у=*3,5.

Если будем сливать равные объемы растворов по *m* литров, то

  – масса кислоты в полученном растворе,

 2*m* – масса полученного раствора,

тогда

  – концентрация кислоты в полученном растворе.

По условию

 или .

Таким образом, получили систему двух уравнений

 ⇒  ⇒  ⇒

⇒  ⇒ 

Ответ: в первом растворе содержится 1,64 л кислоты, во втором 1,86 л.

Задача 3. Руда содержит 40 % примесей, а выплавляемый из нее металл содержит 4 % примесей. Сколько металла можно получить из 24 т руды?

Решение. Пусть из 24 т руды выплавлено *х* т металла. Тогда количество тонн чистого металла (без примесей) будет равно

$$\frac{60}{100}∙24m$$

 с одной стороны, или $\frac{96}{100}х m $, получим уравнение:

0,6 \*24=0,96Х, Х=15 (*т*). Ответ: можно получить 15 т металла.

Задача4. За весну Костя похудел на 25 %, затем за лето прибавил в весе 20 %, за осень похудел на 10 %, а за зиму прибавил 20 %. Похудел он или поправился за год и на сколько %?

Решение. Здесь в качестве неизвестного х возьмем первоначальный вес Кости. Тогда к началу лета его вес стал (1-0,25)х = 0,75х (кг). Затем он прибавил 20% к имеющемуся весу, т.е. стал весить0,75.(1+0,2*х*)= 0,75.1,2*х*(кг). За осень Костя похудел на 10 %, т.е. его вес стал 0,75\*1,2\*(1-0,1)Х=0,75\*1,2\*0,9Х(кг). Учитывая, что за зиму он вновь прибавил 20 % , получим его вес к концу года

0,75$∙$1,2$∙ $0,9(1+0,2)Х=0,75$∙$1,2$∙$ 0,9 $∙$ 1,2Х= 0,972Х

 Вес Кости стал составлять 0,972 от прежнего, то делаем вывод, что за год он похудел.

Ответ: похудел на 2,8 %.

 **Задачи на смеси из вариантов ЕГЭ.**

1. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение**:**

5л\*0,12 = 0,6л - вещества в растворе   5л+7л=12л

12л - 100%

0,6л - х%      -->   x= 0,6\*100/12 = **5**%

1. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение**:** Взяли каждого р-ра х.   0,15х+0,19х = 0,34х.     n%= 0,34x / (2x) \*100% = 17%

Если не понятно, составьте пропорцию

х+х    —  100%

0,34х  —   n%          -->  n=17

1. Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

4\*15% - кол-во вещества в 4литрах,  6\*25% - кол-во в-ва в 6 литрах.

Получили после слияния 10 литров раствора с n% содержания в-ва.

4\*15% + 6\* 25% = 10\* n%        n=21

60%+150% = 10\*n%;     210% = 10\*n%;  n% = 210%/10 = 21%.

**4.** Виноград содержит 90% влаги, а изюм  — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

Ответ:     190.

1. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй  — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго? Ответ: 100

х кг - первый сплав, (200 - х) кг  - второй.

**0,1х + 0,3(200 - х) = 200·0,25**

Можно решать системой:

**х + у = 200**

**0,1х + 0,3у = 0,25·200**

**6.** Первый сплав содержит 10% меди, второй  — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах. Ответ:9.

Пусть масса первого сплава х, тогда второго х+3 кг.

0,1х - меди в первом сплаве, 0,4(х+3) - меди во втором.

Третий сплав получили, сплавив 1-й и 2-й сплавы, значит, его масса равна сумме масс,

т.е. х+ (х+3), а меди в нем —   0,3(х+х+3).

0,1х +0,4(х+3) = 0,3(х+х+3)        х=3   Масса = 2х+3= 9

**7.** Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и, добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси? Ответ: 60.

**8.** Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй  — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Решение. Пусть концентрация первого р-ра х%, а второго у%.  **30х/100 + 20у/100 = 0,68(30+20)    (1)**

Возьмем каждого раствора m кг, тогда**mx/100 + my/100 = 2m\*70/100  (2)**

Упростим (1) и (2), получим систему:

**{3x +2y = 340**

**{x + y = 140                     x=60.**

30\*60% = 30\*0,6 = **18 кг кислоты в первом сосуде.**

**Заключение.**

Мною внимательно изучена литература, методические пособия, положительный опыт по использованию методов решения текстовых задач на движение, на «работу», на проценты, смеси и сплавы. Элективный курс «Текстовые задачи в заданиях ГИА и ЕГЭ по математике» позволит восполнить некоторые пробелы по математике, обобщить и систематизировать знания учащихся, закрепить умения переходить от реальной ситуации к математической модели. Решение задач развивает мышление, способствует воспитанию терпения, настойчивости. Эти упражнения можно применить в разных областях учебного процесса: при построении упражнений для повседневной учебной деятельности, для разработки заданий контрольных работ, устного опроса.

При выполнении заданий курса учащиеся ознакомились с материалами ГИА-9 и ЕГЭ по математике по данной теме, повторили решение квадратных, дробно-рациональных уравнений, вспомнили разные формулы, решили много тестовых заданий.

В результате было выяснено, что существует множество различных задач. Конечно, все их виды рассмотреть невозможно, но большинство учащихся научились правильно анализировать условия задачи и решать их разными методами: путем составления уравнений и систем уравнений, путём составления таблиц.

В 2011-2012 уч.г. два раза в месяц в 9 классе были проведены внеурочные занятия по теме «Текстовые задачи в заданиях ГИА и ЕГЭ по математике».



**Разные текстовые задачи из ЕГЭ по математике.**

1**.** Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор. Ответ:8.

2**.** Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней. Ответ:97.

3. Васе надо решить 490 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней. Ответ:65.

Решение: Sn=490   a1=5    a1-?     n=14

Sn = (a1+an)\*n/2

490= (5+an)\*14/2     --> an=65

4.Заказ на изготовление 154 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. сколько деталей за час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Решение:

 Пусть за час второй изготавливает **х** деталей, тогда первый **—  х+3**детали.

154 детали второй изготовит за **154/х** часов, а первый 154 детали —  за **154/(х+3)**часов, что на 3 часа меньше.

154/х - 154/(х+3) = 3,  154х +154·3 – 154х = 3х(х+3)

**х2 +3х - 154 = 0.**     Х1=-14, Х2=11.

Ответ: 11.

5.Положив в банк 2000 рублей, вкладчик получил через 2 года 4380рублей 80 копеек. Какой процент начислял банк ежегодно**?**

 Решение**: 2000 руб. — 100%.**

 Через год банк начислит **х%, вклад станет равен**

2000\*(100%+х%)/100% = 2**0\*(100+x)**руб.

Еще через год процедура повторится и вклад станет равен

20(100+х)\*(100%+х%)/100% = 0,2(100+х)(100+х).

100% = 0,2(100+х)(100+х).

   **0,2(100+х)2= 4380,8,    х==48%.**

6.Ученик идёт в школу со скоростью 5 км/ч. За минуту до звонка он
спохватывается и бежит весь оставшийся путь со скоростью 20 км/ч.
В результате он опаздывает на урок всего на одну минуту. За сколько
секунд до звонка должен был спохватиться школьник, чтобы успеть
вовремя?

7.На изготовление  621 детали первый рабочий затрачивает на 4 часа меньше, чем второй рабочий  на изготовление 675 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий ?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Всего деталей | Деталей в час | Время |
| первый | 621 | х | 621/x |
| второй | 675 | х-2 | 675/(x-2) |

675/(x-2) - 621/x = 4

8.Расстояние между городами A и B равно 390 км. Из города A в город B выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 250 км от города A. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

**Второй до встречи проехал 390-250 = 140 км за время 140:70 = 2 часа. Первый был в пути 3+2 = 5 часов. Скорость первого 250:5 = 50 км/час. Ответ: 50.**

**9.В течение года завод дважды увеличивал выпуск продукции на одно и то же число %.**

**Найти это число, если в январе выпустили 600 изделий, а в декабре этого же года - 726 изделий.**

**Решение:**

**Пусть на х% увеличивал выпуск.**

**600\*(1+х/100)\*(1+x/100) = 726**

(1+x/100)2= 726/600

(1+x/100)2 = 1,21

1+x/100 = 1,1

x/100 = 0,1

**x=10%. Ответ: 10%.**

10.Из пункта А в пункт В одновременно выехали два мотоциклиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 50 км/ч, а вторую половину пути со скоростью, на 15 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым мотоциклистом. Найдите скорость первого мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Скорость первого х. Весь путь равен 2S, тогда половина пути равна S.

Определим время движения первого: 2S/x.

Время второго:  S/50 + S/(x+15).

**2S/x = S/50 + S/(x+15)**    Сокращаем на S.

**2/x = 1/50 + 1/(x+15)**

Привести к общему знаменателю и решить.

х2 -35х -1500 - 0        **х=60**

11.Человек ехал на яхте туда  средняя скорость которой 20км/ч, обратно на самолёте 480 км/ч. **Найдите среднюю скорость на всем пути.**

**Решение:**

Пусть весь путь х. Время движения на яхте х/20, а на самолете х/480., **Vср. = S/t.**

Vср. = 2х/(x/20 + x/480) = 2x / (500x / 9600) = 9600\*2 / 500 = 9600\*4 / 1000 = 9,6\*4 = **38,4.**

**Ответ:38,4.**

**12.Два маляра,**работая вместе ,могут покрасить забор за три часа. Производительность труда первого и второго маляров относятся как 3:5. Маляры договорились работать поочерёдно. За сколько часов они покрасят забор, если второй маляр сменит первого после того, как тот покрасит половину  всего забора?

Решение:

Пусть производительность первого**3х**( количество работы за 1 час), а второго - **5х.**

Вместе за 1 час 3х+5х=8х, а за 3 часа 8х\*3 =**24х - это вся работа.**Половина работы - это 12х.

Первый на половину работы затратит **12х /(3x) = 4часа,** а второй — **12х/(5х) = 2,4 часа.**

Всего будет затрачено времени 4+2,4 = **6,4 часа.   Ответ: 6,4.**

13.Поезд,двигаясь равномерно со скоростью 90км./ч ,проезжает мимо платформы, длина которой 400м,за 20с. Найдите длину поезда в метрах.

90км/ч=25м/с, пусть длина поезда Х м., тогда поезд пересекает платформу полностью и проезжает 400м+Х м, получим уравнение: 400+Х=25\*20, Х=100. Ответ: 100.

14.Паша пустился догонять Борю, когда тот отбежал от него на 360м,и догнал через 9мин. С какой скоростью бежал Паша, если скорость Бори была 0,2км/мин?

15.Расстояние между городами A и B равно 430 км. Из города A в город B со скоростью 70 км/ч выехал первый автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 75 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

70\*2=140 это первый успел проехать

430-140=290 расстояние между ними осталось

70х + 75х=290

145х=290

х=2 это время до встречи

70\*2=140 проехал 1 после начала движения 2-го

140+140=280 км расстояние от пункта А до места встречи

### 16.Том Сойер и Гек Финн вместе красят забор за 9 часов, Том и Бекки Тэтчер вместе красят забор за 18 часов, а Гек и Бекки вместе за 12 часов. За сколько часов Том, Гек и Бекки покрасят забор, если будут работать втроём?

Решение:

Пусть Том сам красит забор за х часов, тогда в час он красит 1/х часть забора (это его производительность). Аналогично, пр-ть Гека 1/y,  Бекки - 1/z.

**1/x + 1/y = 1/9**

**1/x + 1/z =  1/18**

**1/y + 1/z = 1/12**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

2/x + 2/y + 2/z = 1/9 + 1/18 + 1/12       НОЗ=36(для правой части)

2/x + 2/y + 2/z = 1/4                          1/x + 1/y + 1/z = 1/8 - производительность втроем, т.е. все вместе за 1 час выполняют 1/8 часть всей работы.

Для выполнения всей работы им надо 8 часов.

**Ответ: 8.**

**17.Велосипедист от дома до места работы** едет со средней скоростью 10 км/ч, а обратно со средней скоростью 15 км/ч, поскольку дорога идёт немного под уклон. Найдите среднюю скорость движения велосипедиста на всём пути от дома до места работы и обратно.

S/10 + S/15 = S/6 - время туда и обратно

Vср= 2S/время = 2S/(S/6) = 2\*6 =12

**Ответ: 12.**

18.В свежих яблоках 80% воды, а в сушеных- 20%. На сколько процентов уменьшается масса яблок при сушке?

Решение:

Пусть масса свежих яблок Х. в них 0,8Х воды и 0,2х-сухих яблок. После сушки0,2Х- составляют 100%-20%=80%. Найдем массу высушенных яблок.

0,2Х-80%

m-100%, m=0,25Х

Определим, на сколько % уменьшилась масса яблок: Х- 0,25Х=0,75Х. На 75%.

19.Имеется два раствора соли: 30% и 3%. В каком отношении их надо смешать, чтобы получить 12% раствор?

Решение: 1 раствор- Х

 2 раствор- У, (Х+У)- масса всей смеси, 0,3Х+0,03У – соли в смеси,

(Х+У)\*0,12-соли в смеси массой (Х+У). Получили равенство: 0,3Х+0,03У= 0,12(Х+У), 2Х=У, Х:У=1:2. Ответ: 1:2.

 20.Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 2 дня выполняет та4кую же часть работы, какую второй за три дня?

Решение:

Производительность первого x, второго - y,  вся работа – 1.

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней.
12(x+y)=1,
за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня
2x=3y отсюда x=3у\2.
Подставим в первое уравнение:
12(3у\2+y)=1, 12(5у\2)=1, 30у=1,у=1\30,х=1\20

Производительность первого 1\20, значит, он выполнит всю работу за 20 дней

21.Илья и Саша выполняют одинаковый тест. Илья отвечает за час на 15 вопросов текста, а Саша — на 29. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Илья закончил свой тест позже Саши на 112 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Пусть в тесте х вопросов. Илья затратит время в часах: х/15, а Саша: х/29.

х/15 - х/29 = 112/60

14х / (15\*29) = 28/15

х/(15\*29) = 2/15                х/29 = 1   х=29. Ответ: 29.

22.Аня и Таня пропалывают грядку за 36 минут, а одна Таня — за 52 минуты. За сколько минут пропалывает грядку одна Аня?

Решение: Производительность Тани: 1/52, тогда производительность Ани равна 1/36-1/52=1/117. Значит, Аня вскопает грядку за время: 117/1=117мин.

23.Из пункта А в пункт Б одновременно выехали 2 автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 4 км\ч , а вторую половину пути со скоростью - 30 км\ч, в результате чего прибыл в пункт Б одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 20 км\ч. Ответ дайте в км\ч.

Решение:

Пусть весь путь равен S, скорость первого автомобилиста х км/ч, тогда времени он затратит S/x часов.

Половине пути - 0,5S второй прошел со скоростью х-4 км/ч, а всего затратил времени

 0,5S/(x-4) +0,5S/30/

**S/x = 0,5S/(x-4) + 0,5S/30       /** делим на S обе части и умножаем на 2.

2/x = 1/(x-4) + 1/30

2/x = (30+x-4) / 30(x-4)

2/x = (26+x) / 30(x-4)

2\* 30(х-4) = х(26+х)

**х2 -34х+240 = 0**

х1=24, х2=10 ( не уд. усл х>20)

**Ответ: 24.**

**Задачи для самостоятельного решения.**

1. Расстояние 450 км один из поездов проходит на 1,5 ч. быстрее другого. Найдите скорость каждого из поездов, если известно, что первый проходит 240 км за то же время, что второй проходит 200 км.

.2. Расстояние между городами А и В равно 50 км. Из города А в город В выехал велосипедист, а через 1 ч. 30 мин. вслед за ним выехал мотоциклист. Обогнав велосипедиста, он прибыл в город В на 1 ч. раньше него. Найдите скорость мотоциклиста, если известно, что она в 2,5 раза больше скорости велосипедиста.

3. В реку впадает приток. Катер отходит от пункта А, находящегося на притоке, идет по течению 80 км до впадения притока в реку в пункте В, а затем идет вверх по реке до пункта С. На путь от А до С он затратил 18 ч., на обратный – от А до С – 15 ч. Найдите расстояние от пункта А до С, если известно, что скорость течения реки 3 км/ч, а собственная скорость катера 18 км/ч.

4. Бассейн может наполниться водой из двух кранов. Если первый кран открыть на 10 мин., а второй – на 20 мин., то бассейн будет наполнен. Если первый кран открыть на 5 мин., а второй – на 15 мин., то заполнится 3/5 бассейна. За какое время из каждого крана в отдельности может заполниться весь бассейн?

5. Двум рабочим была поручена работа. Второй приступил к работе на час позже первого. Через 3 ч. после того, как первый приступил к работе, им осталось выполнить 9/20 всей работы. По окончанию работы оказалось, что каждый выполнил половину всей работы. За сколько часов каждый, работая отдельно, может выполнить свою работу?

6. Двое рабочих вытачивают вместе 136 деталей за 8 часов. Если бы первый делал на две детали в час меньше, а второй на 1 деталь больше, то на изготовление одной детали второй рабочий затратил бы на 4 минуты меньше, чем первый. Сколько деталей в час изготавливается первый рабочий?

7. В сосуде было 12 л соляной кислоты. Часть кислоты отлили и сосуд долили водой. Затем снова отлили столько же и опять залили водой. Сколько жидкости отливали каждый раз, если в сосуде оказался 25% раствор кислоты?

8. Имеется сталь двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько стали того и другого сорта надо взять, чтобы после переплавки получить 140 тонн стал и с содержанием никеля 30%?

9. Из 22 кг свежих грибов получается 2,5 кг сухих грибов. Содержащих 12% воды. Какой процент воды в свежих грибах?

10. Два завода по плану должны были выпустить за месяц 360 станков. Первый завод выполнил план на 112%, а второй – на 110%, вместе заводы выполнили за месяц 400 станков. Сколько станков сверх плана выпустил каждый завод в отдельности?

### Задачи на смеси и сплавы:

**Задачи на добавление (удаление) одного вещества**.

Старайтесь решать задачи на смеси и сплавы с помощью таблиц. Каждая такая таблица составляется отдельно для каждого сплава или смеси. Каждому веществу в ней отводится своя строка, в которой записываются данные о нем в классических единицах измерения (в литрах, граммах, килограммах) и в относительных (в процентах).

1. В 5 кг сплава олова и цинка содержится 80% цинка. Сколько кг олова надо добавить к этому сплаву, чтобы процентное содержание цинка стало 40%?

2. Масса смеси, состоящей из двух вещество равна 900г. После того, как из этой смеси выделили (взяли)  первого вещества и 70% второго, в ней осталось первого вещества на 18л меньше, чем второго. Сколько каждого вещества осталось в смеси?

3. В сплаве цинка и меди содержалось на 640г меньше цинка, чем меди. После того, как из этого сплава выделили (взяли) имевшейся в нем меди и 60 % цинка, получился сплав массой 200г. Найдите массу первоначального сплава.

4. Имеется 4 литра 20%-го раствора спирта. Сколько воды него нужно, чтобы получился 10%-й раствор спирта?

5. к 40%-му раствору соляной кислоты добавили 50г чистой соляной кислоты, в силу чего концентрация такого раствора стала равной 60%. Найти первоначальный вес раствора.

6. Имелось два сплава серебра. Процент содержания серебра в первом сплаве был на 25% выше, чем во втором. Когда их сплавили вместе, то получили сплав, содержащий 30% серебра. Найдите вес сплавов, если в первом сплаве было 4кг, а во- втором 8 кг.

7. К раствору, содержащему 30г соли, добавили 400г воды, после чего концентрация соли уменьшилась на 10%/. Найти начальную концентрацию соли.

8. В первом сосуде растворили 0,36 л, а во втором 0,42 л чистого спирта. Процентное содержание спирта в первом сосуде оказалось на 6% больше, чем во втором. Каково процентное содержание спирта во втором и первом
сосудах, если известно, что раствора в первом сосуде на 4 литра меньше?

9. К 5 килограмм сплава олова и цинка добавили 4 кг олова. Найдите первоначальное процентное содержание цинка в первоначальном сплаве, если в новом сплаве цинка стало в 2 раза меньше олова.

10. Собрали 100кг грибов. оказалось, что их влажность равна 99%. Когда их подсушили, то влажность снизилась до 95 % вода. Какова масса этих грибов после того, как их подсушили.

**Задачи на смешивание**

В задачах на смешивание важно помнить, что вес или объем одного и того же вещества накапливается суммированием его веса по всем смешивающимся смесям. Обычно такие задачи решаются с введением двух переменных, каждая для своего начального сплава (смеси).

1. Имеется два раствора некоторого вещества. Один 15%-ный, а второй 65%-ный. Сколько нужно взять литров каждого раствора, чтобы получить 200л раствора, содержание вещества в котором равно 30%?

2. Имеется два сплава никеля с другой сталью, в которых содержание никеля составляет 5% и 40%. Сколько тонн каждого сплава нужно сплавить, чтобы получилось 140 тонн новой стали с 30-ным содержанием никеля?

3. Имеется два разных сплава меди, процент содержания которой в первом сплаве на 40% меньше, чем во втором. Когда оба сплава соединили вместе, то новый сплав получился с 36-ным содержанием меди. Известно, что в первом сплаве было 6 кг меди, а во втором в 2 раза больше. Каково процентное содержание меди в обоих сплавах?

4. Смешали 30-ный раствор соляной кислоты с 10-ным. В итоге получилось 600г раствора с 15-ным содержанием соляной кислоты. Найдите, сколько взято было каждого раствора.

5. В какой пропорции нужно смешать 10-ный и 15-ный растворы аммиачной селитры, чтобы приготовить из них 15-ный раствор селитры.

**Задачи на выливание.**

При решении задач на отливание необходимо использовать главную отличительную особенность, о которой в тексте задач умалчивают: при выливании не меняется **процентное содержание** веществ. Значение концентрации, полученные в таблице для одного раствора нужно перенести в другую для другого раствора.

1. Из бака, полностью заполненного кислотой, вылили несколько литров кислоты и долили доверху водой, затем снова вылили такое количество литров смеси и после чего в баке осталось 24 литра чистой кислоты. Емкость бака составляет 54 литра. Сколько кислоты вылили в первый раз?

2. Из бутылки, наполненной 12%-ным раствором соли, отлили 1 литр и долили 1 литр воды. В бутылке оказался 3%-нывй раствор соли . Найти вместимость бутылки.

3. В сосуде находится 10%-ный раствор соли. Из сосуда отлили  его содержимого и долили водой так, что сосуд оказался заполненным на  первоначального объема. Каково оказалось процентное содержание соли в сосуде?

**Комбинированные задачи на многократное смешивание**

1. Если к сплаву меди и цинка добавить 20г меди, то содержание меди в сплаве станет равным 70%. Если же к первоначальному сплав добавить 70г сплава, содержащего 40% меди, то содержание меди станет равным 52%. Найдите первоначальный вес сплава.$$

2. Если к раствору спирта добавить 10 г спирта, то его концентрация станет равной 37,5%. Если же к первоначальному раствору добавить 50г раствора с 30%-ным содержанием спирта, то его концентрация станет равной 32,5%. Найти первоначальное количество спирта в растворе.

3. Если к раствору кислоты добавить 50г воды, то его концентрация станет равной 15%. Если же к первоначальному раствору добавить 50г кислоты, то его концентрация станет равной 40%. Найдите первоначальную концентрацию раствора.

4.Когда к раствору серной кислоты добавить 100г воды, то его концентрация уменьшилась на 40%. Если бы к начальному раствору добавили 100г серной кислоты, то его концентрация увеличилась бы на 10%. Какова у раствора концентрация кислоты?

**Текстовые задачи на процентное повышение и понижение.**

**1.** В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

**2.**Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

**3.** Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

**4.** Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

**5.** Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон  — 42000 рублей, Гоша  — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

**Ответы:    1. 20%               2.   15               3.  27                4.   11               5.    530000**

**Решение задачи № 5.**

Митя  внес 14%,   Антон внес 42тыс./200тыс.\*100% =21%,     Гоша -  12% , тогда Борис внес 100%–(14%+21%+12%) = **53%.** Борис получит 1000 000 \*53% = **530000**руб.

6.В среду акции компании подорожали на некоторое количество процентов,а в четверг подешевели на то же самое количество процентов. .В результате они стали стоить на 25 % дешевле. На сколько процентов подорожали акции?

Акции были 100%, подорожали на х%, значит стали (100+х)%.   Потом подешевели на х%, значит стали

(100+х)% - (100+х)%\*х/100  и это равно по условию 100%-25%=75%

100+х - 100х/100 -х\*х/100 = 75            100+х-х -х\*х/100=75

х\*х/100=25   х\*х=2500    х=50    Ответ 50%

7.За 1 квартал цена на телевизор понизилась на 10%, а за 2 квартал - еще на 15%. на сколько процентов снизилась цена на телевизор?

Пусть цена 100 руб,

если она понизилась на 10%, то станет равной 90 руб.

потом эти 90 рублей понизили на 15%,значит, стала 76,5 рублей.

100р.-100%

76,5 -?%       => 76,5\*100/100=76,5. и 100-76,5=23,5%.

Ответ: 23,5

**7.Чтобы приготовить молочный коктейль, в миксер положили 200г мороженного жирностью 10% и добавили 300г молока жирностью 6%. Определите жирность полученного коктейля.**

Алгоритм решения задачи: определим количество жира в мороженном, в молоке,  найдем общую массу смеси и определим %-ное содержание всего жира в нем.

200\*0,1=20,    300\*0,06=18,      жира всего 38 г.,          масса коктейля 200+300=500г.

38/500\*100%=**7,6%.**