**Стандартный вид числа**

Любая десятичная дробь может быть записана в виде a,bc... · 10k. Такие записи часто встречается в научных расчетах. Считается, что работать с ними еще удобнее, чем с обычной десятичной записью.

Сегодня мы научимся приводить к такому виду любую десятичную дробь. Заодно убедимся, что подобная запись — это уже «перебор», и никаких преимуществ в большинстве случаев она не дает.

Для начала — небольшое повторение. Как известно, десятичные дроби можно умножать не только между собой, но и на обычные целые числа (см. урок «[Умножение и деление десятичных дробей](http://www.berdov.com/docs/fraction/decimal_multiplication/)»). Особый интерес представляет умножение на степени десятки. Взгляните:

Задача

Найдите значение выражения: 25,81 · 10; 0,00005 · 1000; 8,0034 · 100.

Решение

Умножение выполняется по стандартной схеме, с выделением значащей части у каждого множителя. Кратко опишем эти шаги:

Для первого выражения: 25,81 · 10.

1. Значащие части: 25,81 → 2581 (сдвиг вправо на 2 цифры); 10 → 1 (сдвиг влево на 1 цифру);
2. Умножаем: 2581 · 1 = 2581;
3. Суммарный сдвиг: вправо на 2 − 1 = 1 цифру. Выполняем обратный сдвиг: 2581 → 258,1.

Для второго выражения: 0,00005 · 1000.

1. Значащие части: 0,00005 → 5 (сдвиг вправо на 5 цифр); 1000 → 1 (сдвиг влево на 3 цифры);
2. Умножаем: 5 · 1 = 5;
3. Суммарный сдвиг: вправо на 5 − 3 = 2 цифры. Выполняем обратный сдвиг: 5 → ,05 = 0,05.

Последнее выражение: 8,0034 · 100.

1. Значащие части: 8,0034 → 80 034 (сдвиг вправо на 4 цифры); 100 → 1 (сдвиг влево на 2 цифры);
2. Умножаем: 80 034 · 1 = 80 034;
3. Суммарный сдвиг: вправо на 4 − 2 = 2 цифры. Выполняем обратный сдвиг: 80 034 → 800,34.

Ответ

258,1; 0,05; 800,34.

Давайте немного перепишем исходные примеры и сравним их с ответами:

1. 25,81 · 101 = 258,1;
2. 0,00005 · 103 = 0,05;
3. 8,0034 · 102 = 800,34.

Что происходит? Оказывается, умножение десятичной дроби на число 10k (где k > 0) равносильно сдвигу десятичной точки вправо на k разрядов. Именно вправо — ведь число увеличивается.

Аналогично, умножение на 10−k (где k > 0) равносильно делению на 10k, т.е. сдвигу на k разрядов влево, что приводит к уменьшению числа. Взгляните на примеры:

Задача

Найдите значение выражения: 2,73 · 10; 25,008 : 10; 1,447 : 100;

Решение

Во всех выражениях второе число — степень десятки, поэтому имеем:

1. 2,73 · 10 = 2,73 · 101 = 27,3;
2. 25,008 : 10 = 25,008 : 101 = 25,008 · 10−1 = 2,5008;
3. 1,447 : 100 = 1,447 : 102 = 1,447 · 10−2 = ,01447 = 0,01447.

Ответ

27,3; 2,5008; 0,01447.

Отсюда следует, что одну и ту же десятичную дробь можно записать бесконечным числом способов. Например: 137,25 = 13,725 · 101 = 1,3725 · 102 = 0,13725 · 103 = ...

Определение

*Стандартный вид числа* — это выражения вида a,bc... · 10k, где a, b, c, ... — обычные цифры, причем a ≠ 0. Число k — целое.

Примеры

1. 8,25 · 104 = 82 500;
2. 3,6 · 10−2 = 0,036;
3. 1,075 · 106 = 1 075 000;
4. 9,8 · 10−6 = 0,0000098.

Для каждого числа, записанного в стандартном виде, рядом указана соответствующая десятичная дробь.

**Переход к стандартному виду**

Алгоритм перехода от обычной десятичной дроби к стандартному виду очень прост. Но перед тем как его использовать, обязательно повторите, что такое значащая часть числа (см. урок «[Умножение и деление десятичных дробей](http://www.berdov.com/docs/fraction/decimal_multiplication/)»). Итак, алгоритм:

1. Выписать значащую часть исходного числа и поставить после первой значащей цифры десятичную точку;
2. Найти образовавшийся сдвиг, т.е. на сколько разрядов сместилась десятичная точка по сравнению с исходной дробью. Пусть это будет число k;
3. Сравнить значащую часть, которую мы выписали на первом шаге, с исходным числом. Если значащая часть (с учетом десятичной точки) меньше исходного числа, дописать множитель 10k. Если больше — дописать множитель 10−k. Это выражение и будет стандартным видом.

Задача

Запишите число в стандартном виде:

1. 9280;
2. 125,05;
3. 0,0081;
4. 17 000 000;
5. 1,00005.

Решение

1. 9280 → 9,28. Сдвиг десятичной точки на 3 разряда влево, число уменьшилось (очевидно, 9,28 < 9280). Результат: 9,28 · 103;
2. 125,05 → 1,2505. Сдвиг — на 2 разряда влево, число уменьшилось (1,2505 < 125,05). Результат: 1,2505 · 102;
3. 0,0081 → 8,1. В этот раз сдвиг произошел вправо на 3 разряда, поэтому число увеличилось (8,1 > 0,0081). Результат: 8,1 · 10−3;
4. 17000000 → 1,7. Сдвиг — на 7 разрядов влево, число уменьшилось. Результат: 1,7 · 107;
5. 1,00005 → 1,00005. Сдвига нет, поэтому k = 0. Результат: 1,00005 · 100 (бывает и такое!).

Ответ

1. 9,28 · 103;
2. 1,2505 · 102;
3. 8,1 · 10−3;
4. 1,7 · 107;
5. 1,00005 · 100.

Как видите, в стандартном виде представляются не только десятичные дроби, но и обычные целые числа. Например: 812 000 = 8,12 · 105; 6 500 000 = 6,5 · 106.

**Когда применять стандартную запись**

По идее, стандартная запись числа должна сделать дробные вычисления еще проще. Но на практике заметный выигрыш получается только при выполнении операции сравнения. Потому что сравнение чисел, записанных в стандартном виде, выполняется так:

1. Сравнить степени десятки. Наибольшим будет то число, у которого эта степень больше;
2. Если степени одинаковые, начинаем сравнивать значащие цифры — как в обычных десятичных дробях. Сравнение идет слева направо, от старшего разряда к младшему. Наибольшим будет то число, в котором очередной разряд окажется больше;
3. Если степени десятки равны, а все разряды совпадают, то сами дроби тоже равны.

Разумеется, все это верно только для положительных чисел. Для отрицательных чисел все знаки меняются на противоположные.

Замечательно свойство дробей, записанных в стандартном виде, заключается в том, что к их значащей части можно приписывать любое количество нулей — как слева, так и справа. Аналогичное правило существует для других десятичных дробей (см. урок «[Десятичные дроби](http://www.berdov.com/docs/fraction/decimal/)»), но там есть свои ограничения.

Задача

Сравните числа:

1. 8,0382 · 106 и 1,099 · 1025;
2. 1,76 · 103 и 2,5 · 10−4;
3. 2,215 · 1011 и 2,64 · 1011;
4. −1,3975 · 103 и −3,28 · 104;
5. −1,0015 · 10−8 и −1,001498 · 10−8.

Решение

1. 8,0382 · 106 и 1,099 · 1025. Оба числа положительные, причем у первого степень десятки меньше, чем у второго (6 < 25). Значит, 8,0382 · 106 < 1,099 · 1025;
2. 1,76 · 103 и 2,5 · 10−4. Числа снова положительные, причем степень десятки у первого из них больше, чем у второго (3 > −4). Следовательно, 1,76 · 103 > 2,5 · 10−4;
3. 2,215 · 1011 и 2,64 · 1011. Числа положительные, степени десятки совпадают. Смотрим на значащую часть: первые цифры тоже совпадают (2 = 2). Различие начинается на второй цифре: 2 < 6, поэтому 2,215 · 1011 < 2,64 · 1011;
4. −1,3975 · 103 и −3,28 · 104. Это отрицательные числа. У первого степень десятки меньше (3 < 4), поэтому (в силу отрицательности) само число будет больше: −1,3975 · 103 > −3,28 · 104;
5. −1,0015 · 10−8 и −1,001498 · 10−8. Снова отрицательные числа, причем степени десятки совпадают. Также совпадают и первые 4 разряда значащей части (1001 = 1001). На 5 разряде начинается отличие, а именно: 5 > 4. Поскольку исходные числа отрицательные, заключаем: −1,0015 · 10−8 < −1,001498 · 10−8.

Ответ

1. 8,0382 · 106 < 1,099 · 1025;
2. 1,76 · 103 > 2,5 · 10−4;
3. 2,215 · 1011 < 2,64 · 1011;
4. −1,3975 · 103 > −3,28 · 104;
5. −1,0015 · 10−8 < −1,001498 · 10−8.