Министерство образования и науки самарской области

Государственное автономное образовательное учреждение

дополнительного профессионального образования

(повышение квалификации) специалистов

Самарский областной институт повышения квалификации и переподготовки работников образования

**ИТОГОВАЯ РАБОТА**

на курсах повышения квалификации по ИОЧ ВБ

«Дифференцированное обучение математике в старшей школе»

(07.02 – 11.02.2011 г.)

по теме: «Методы решения систем уравнений»

Выполнила учитель математики

МОУ лицея «Классический»

Железнодорожного района

городского округа Самара

Глинская Надежда Вениаминовна

Самара 2011

Поворот школ в России к учащемуся вызвал большой интерес педагогического общества к идеям личностно-ориентированного образования, которое в настоящее время определяет направленность инновационной деятельности.

Главная цель средней общеобразовательной школы – способствовать умственному, нравственному, эмоциональному и физическому развитию личности, всемерно раскрывать её творческие возможности, обеспечивать разнообразные условия для расцвета индивидуальности ребёнка с учётом его возрастных особенностей – это личностно- ориентированное образование. Всякое обучение по своей сущности есть создание условий для развития личности. Личность – это психическая, духовная сущность человека, выступающая в разнообразных обобщённых системах качеств. Личностно- ориентированное образование ориентировано на ученика, на его личностные особенности, на культуру, на творчество как способ самоопределения человека в культуре и жизни. Принцип дифференцированного образовательного процесса как нельзя лучше способствует осуществлению личностного развития учащихся и подтверждает сущность и цели общего среднего образования.

Дифференцированный процесс обучения – это широкое использование различных форм, методов обучения и организации учебной деятельности на основе результатов психолого-педагогической диагностики учебных возможностей, склонностей, способностей учащихся. Использование этих форм и методов, одним из которых является уровневая дифференциация, основываясь на индивидуальных особенностях обучаемых, создают благоприятные условия для развития личности в личностно-ориентированном образовательном процессе. Отсюда следует:

* построение дифференцированного процесса обучения невозможно без индивидуальности каждого ученика как личности и присущим только ему личностным особенностям;
* обучение, основанное на уровневой дифференциации, не является целью, это средство развития личностных особенностей как индивидуальности;
* только раскрывая индивидуальные особенности каждого ученика в развитии, т.е.
* в дифференцированном процессе обучения, можно обеспечить осуществление личностно-ориентированного процесса обучения.

Основная задача дифференцированной организации учебной деятельности - раскрыть индивидуальность, помочь ей развиться, устояться, проявиться, обрести избирательность и устойчивость к социальным воздействиям. Дифференцированное обучение сводится к выявлению и к максимальному развитию задатков и способностей каждого учащегося.

Развитие личности школьника в условиях дифференцированного обучения в личностно-ориентированном образовании ставит своей целью обеспечить учащимся свободный выбор обучения на вариативной основе дифференцированного подхода индивидуальных особенностей личности на основе государственного образовательного стандарта образования, выведенного на смысловой уровень.

Применение дифференцированного подхода к учащимся на различных этапах учебного процесса в конечном итоге направлено на овладение всеми учащимися определённым программным минимумом знаний, умений и навыков.

Дифференциация обучения и воспитания основана на различии особенностей личности ученика, его способностей, интересов, склонностей, готовности к образованию.

Она должна быть гибкой и подвижной, позволяющей учителю в процессе обучения подходить индивидуально к каждому ученику и способствовать общей активизации класса. Постоянное осуществление на всех этапах учебного процесса «единства требований» ко всем учащимся без учёта особенностей их индивидуально-психологического развития тормозит их нормальное обучение, становится причиной отсутствия учебных интересов.

Дифференцированная организация учебной деятельности с одной стороны учитывает уровень умственного развития, психологические особенности учащихся,  
абстрактно-логический тип мышления. С другой стороны, во внимание принимается индивидуальные запросы личности, её возможности и интересы в конкретной образовательной области. При дифференцированной организации учебной деятельности эти две стороны пересекаются.

Её осуществление в личностно-ориентированном образовании потребует:

* изучение индивидуальных особенностей и учебных возможностей учащихся;
* определение критериев деления учащихся на группы;
* умение совершенствовать способности и навыки учащихся при индивидуальном руководстве;
* умение анализировать их работу, подмечая сдвиги и трудности;
* перспективное планирование деятельности учащихся (индивидуальное и групповое) направленное на руководство учебным процессом;
* умение заменить малоэффективные приёмы дифференциации руководства учением более рациональным.

Каждый учащийся как носитель собственного (субъективного) опыта уникален. Поэтому с самого начала обучения необходимо создать для каждого не изолированную, а более разностороннюю школьную среду, дающую возможность проявить себя. И только тогда когда эта возможность будет профессионально выявлена педагогом, можно рекомендовать наиболее благоприятные для развития учащихся дифференцированные формы обучения.

Принимая это во внимание, необходимо отчётливо представлять, в чём состоит развитие личности в условиях дифференцированного обучения, какие движущие силы определяют качественные изменения учащихся, в структуре их личности, когда эти изменения происходят наиболее интенсивно и, разумеется, под влиянием каких внешних, социальных, педагогических и внутренних факторов. Понимание этих вопросов позволяет выявить как общие, так и индивидуальные тенденции в формировании личности, нарастания возрастных внутренних противоречий и избрать наиболее эффективные способы помощи учащимся.

Личностно-ориентированный подход – главная идея в программе гуманизации современного образования. В связи с этим нуждаются в пересмотре организационный, содержательный и управленческий компоненты образовательного процесса с точки зрения их влияния на развитие личности, повышения качества образовании. Важным аспектом реализации этой стратегии является осуществление индивидуального дифференцированного подхода к учащимся в педагогическом процессе, так как именно он предполагает ранее выявление склонностей и способностей детей. Создание условий для развития личности. Умелое применение приёмов и способов внутренней дифференциации делает педагогический процесс природосообразным – в максимальной степени адекватным своеобразию индивидуальной природы личности учащегося и в значительной мере содействующим формированию его неповторимых черт и качеств.

Дифференциация в обучении предполагает разделение учащихся на группы по каким-либо признакам, которое осуществляется для последующего группирования, т.е. в дифференциации обязательно присутствует интеграция, выражающаяся в объединении   
Учащихся. Другим не менее важным аспектом является различное построение процесса обучения в группах. Таким образом, при дифференциации обучения осуществляется учёт индивидуально типологических особенностей личности в форме группировки учащихся и различное построение процесса обучения в выделенных группах.

Организация учителем внутриклассной дифференциации включает несколько этапов:

1. Определение критерия, на основе которого выделяются группы учащихся для дифференцированной работы.  
2. Проведение диагностики по выработанному критерию.  
3. Распределение детей по группам с учётом результатов диагностики.  
4. Выбор способов дифференциации, разработка разноуровневых заданий для созданных групп учащихся.  
5. Реализация дифференцированного подхода к школьникам на различных этапах урока.  
6. Диагностический контроль за результатами работы учащихся, в соответствии с которым может изменяться состав групп и характер дифференцированных заданий.

Для организации дифференцированного обучения я в своих классах на протяжении многих лет использую групповую форму. В группы детей формирую по способу обученности, а также на основании индивидуальных особенностей, способностей, интересов.

Первая группа комплектуется из учащихся с высоким уровнем учебных возможностей и высокими показателями успеваемости, а также я включила сюда и учащихся со средними учебными возможностями и высоким уровнем развития познавательного интереса. Для этой группы главным является организация обучения в соответствующем темпе, не тормозящая естественный ускоренный процесс развёртывания психологических функций. Существенным моментом является ориентация на самостоятельность учащихся. Для наиболее одарённых детей разрабатываю индивидуальные задания и упражнения.

Вторую группу комплектую из учащихся со средними показателями успеваемости по предмету. Для этой группы наиболее важным для учителя будет деятельность по формированию произвольной внутренней мотивации учащихся, стабилизации школьных интересов и личностной направленности на интеллектуальный труд.

Третью группу составляют учащиеся с низкими познавательными способностями, низким уровнем сформированности познавательного интереса, низкими показателями успеваемости по предметам.

Наибольших усилий требует работа со школьниками третьей группы. Неоднородность индивидуальных особенностей учащихся этой группы предполагает осуществление дифференциации и индивидуального подхода в обучении внутри самой группы.

Осуществляя групповую дифференциацию, я руководствуюсь следующими требованиями: создаю атмосферу, благоприятную для учащихся, ибо для того, чтобы учебный процесс был мотивирован и ребёнок учился согласно своим индивидуальным возможностям и особенностям, он должен чётко представлять себе и понимать, чего от него ждут.

Математика – один из основных предметов в любом общеобразовательном учебном заведении. В настоящее время каждый выпускник, несмотря на будущую профессию, должен обладать достаточными математическими знаниями. Коллектив лицея даёт прочные знания выпускникам, что ежегодно подтверждается итоговой аттестацией и поступлением выпускников в вузы.

Индивидуализация и дифференциация учащихся – один из ведущих принципов развивающего обучения. На основе индивидуального и дифференцированного подходов можно учесть особенности мышления, скорость протекания мыслительных процессов, уровень познавательного интереса, уровень развития ребенка и др.

Смысл уровневой дифференциации заключается в том, что, обучаясь в школе по единой программе в гетерогенном коллективе, дети могут усваивать материал на различных уровнях. Определяющим при этом является уровень обязательной подготовки. Его достижение свидетельствует о выполнении учеником необходимых требований к усвоению содержания преподаваемых дисциплин. На его основе формируется более высокое овладение учебным материалом. При этом учащиеся имеют возможность многократного изменения уровня усвоения изучаемого материала в течение учебного года.

Предоставление учащимся возможности выбора, уже само по себе стимулирует возникновение интереса к предмету, способствует развитию индивидуальных склонностей. Такой подход позволяет активизировать учащихся на более углубленное изучение учебного материала и в этом смысле уровневая дифференциация отвечает задачам личностно ориентированного образования.

Уровневая дифференциация несет в себе не только дидактическую, но и тесно связанные с ней воспитательную и развивающую функции. Их взаимосвязь позволяет в полной мере реализовать идею развития личности как субъекта образовательного процесса. Система работы по уровневой дифференциации способствует саморазвитию не только личности школьника, но и педагога.

В рамках уровневой дифференциации ученик представлен не только субъектом учения, но и жизни. Овладевая материалом учебного предмета, каждый ученик находит в нем свой личностный смысл, и в этом состоит его деятельность и ее осмысление, формируются некоторые универсальные способы мыследеятельности (понимание, нахождение детьми личностных смыслов, рефлексия и т.п.), а не просто усваиваются некоторые понятия и алгоритмы.

К методологическим принципам, лежащим в основе технологии уровневой дифференциации, ее разработчики относят:

* отказ от «селекции» школьников, их обучение в едином разнородном коллективе;
* формирование опоры, обеспечивающей всем учащимся независимо от их способностей, овладение базовой системой знаний, умений;
* выделение и открытое предъявление всем участникам учебного процесса уровня обязательной подготовки по типу «ученик должен» как основы дифференцированного обучения;
* введение повышенного уровня требований по типу «ученик хочет и может»;
* «ножницы» между уровнем обязательных требований и уровнем обучения, поскольку учебный процесс не должен быть ограничен обязательными требованиями и результатами обучения;
* явное, а не искусственно формальное признание права ребенка на выбор уровня усвоения материала и отчетности;
* соответствие содержания, контроля и оценивания знаний уровневому подходу, в соответствии с которым контроль должен предусматривать проверку у всех учащихся достижения уровня обязательной подготовки, дополненной проверкой усвоения материала на более высоком уровне. Эффективным способом организации контроля в данном случае выступает зачетная система.

**Цели** дифференцированного обучения можно выделить с различных позиций:

* Психолого-педагогической – индивидуализация обучения, основанная на создании оптимальных условий для выявления задатков, развития интересов и способностей каждого учащегося;
* Дидактической (методической) - решение назревших проблем школы путем создания новой методической системы дифференцированного обучения, основанной на принципиально иной мотивационной основе;
* Социальной – целенаправленное воздействие обучения на формирование творческого интеллекта, профессионального потенциала общества в целях рационального использования возможностей каждого члена общества.

В исследованиях выделяют внутреннюю и внешнюю дифференциацию. ***Внутренняя дифференциация*** – подход, при котором учащиеся не выделяются в группы, а учитель, зная особенности учащихся, дает им задания разного уровня сложности. ***Внешняя дифференциация,*** при которой происходит разделение учащихся на группы по определенным критериям, реализуется в организации профильных классов, классов с углубленным изучением предметов, факультативов, гимназий и лицеев. Промежуточной является разноуровневая (уровневая) дифференциация в рамках одного класса, при которой в классе дети делятся на группы, каждая из которых усваивает учебный материал разного уровня – базовый, повышенный и углубленный.

В мировой практике выделяют следующие модели дифференциации:

1. Модель потоков.

Основная характеристика модели: несколько классов, строго поделенных на разные потоки, работают в одной и той же школе. Классы выделяются по уровню сложности преподавания предмета – продвинутый, средний, низкий. Все предметы преподаются в данном классе на одном уровне. Распределение учащихся производится в соответствии с уровнем их интеллектуальных способностей, определяемых на основе тестов и наблюдения.

В данной модели нормы отбора учащихся строго определены, а возможности перехода с одного уровня на другой ограничены. Особенно сложно детям переходить на более высокий уровень. Классы группируются на учебный год, а иногда и на весь период обучения в школе.

1. Модель гибкого состава классов.

В такой модели по ряду предметов ученики занимаются в одноуровневых классах (продвинутый, средний, низкий), а по другим – в разнородных группах. Отбор в разнородные классы может быть произвольным. Отнесение ученика к определенному уровню производится так же, как и в первой модели. Требования и нормы по предметам фиксированы, и ученик может переходить с одного уровня на другой на основе оценки успеваемости.

1. Модель разнородных классов.

В данной модели ученик по всем предметам учится в разнородном классе. Учебный материал при этом сгруппирован в модули, продолжительностью около пяти недель. По окончании изучения модуля проводится оценка знаний и умений учащихся, на основе, которой одним ученикам дается материал для углубленного изучения, другим – коррекционные задания.

1. Интегративная модель.

Ученики с разными способностями помещаются в разноуровневый класс. Задача учителя – учесть при работе с классом особенности всех учащихся и подобрать каждому свою программу обучения и скорость изучения материала.

Базовый уровень определяет и задает так называемые обязательные результаты обучения, которые должны быть достигнуты всеми учащимися. Поэтому значительная часть времени уделяется их отработке на основе блочной подачи материала. Деление его на части осуществляется учителем мысленно и ставит при этом цель сформировать у учащихся систему знаний с учетом их индивидуально-психологических черт, связанность и последовательность, которой при этом не нарушается. Критерием деления является доступность содержания учебного материала.

Введение базового уровня продиктовано следующим:

1. гарантированное достижение каждым школьником образовательного минимума обеспечивает эквивалентность образования, полученного в различных классах, школах;
2. он задает нижнюю границу полноценного и качественного школьного образования. Возможность ограничиться этим уровнем обеспечивает достаточные пределы усвоения школьного предмета;
3. одновременно является средством ликвидации перегрузки школьников. Только освободив ученика от непосильной суммарной нагрузки, мы можем направить его усилия в область склонностей и интересов, способствуя развитию ребенка.

Таким образом, обязательные результаты становятся основой для дифференциации и индивидуализации. Совокупность планируемых результатов обучения должна быть реально выполнима абсолютному большинству учащихся. Вся система обязательных результатов обучения должна быть заранее известна и понятна школьнику.

Будучи основным механизмом новой технологии, базовый уровень должен обеспечить ее гибкость и адаптивность, возможности для эволюционного развития. С этой целью его не следует чрезмерно жестко фиксировать и тесно увязывать с какой-либо одной методической схемой.

С целью максимального развития каждого школьника целесообразно обозначать и уровень повышенной подготовки. Их различие определяется глубиной овладения содержанием образования.

Следовательно, для эффективной реализации развивающего обучения содержание образования не может быть ограничено требованиями минимума. Из сказанного выше следует, что уровневая дифференциация предполагает ознакомление школьников с обязательными требованиями, создающее основу для осознанного индивидуального выбора содержания образования, обеспечивает индивидуально избранную траекторию возможно более полного развития ученика в соответствии с его способностями и интересами.

Работа в таком режиме находит поддержку среди учащихся: сильным ученикам особенно нравятся задания, которые требуют большого напряжения и дают дополнительную информацию, слабые же получают удовлетворение от успеха, поскольку им приходится работать со значительно более доступным материалом, чем прежде.

Свободный выбор разноуровневого задания предполагает умение правильно соотнести свои возможности со степенью трудности его выполнения. В.И. Загвязинский убедительно показал необходимость системы постепенного и последовательного приучения школьников к самостоятельному выбору вариантов заданий. Он выделяет три основных этапа такой подготовительной работы:

1. степень трудности заданий указывает учитель, и он же для учеников выбирает варианты;
2. степень трудности указывается учителем, а учащийся сам выбирает задание;
3. степень трудности определяется учениками, и они на основании этого сами производят выбор.

Работая в условиях дифференцированного обучения, учитель может разделить детей на три группы в соответствии с Государственным стандартом (базовый, повышенный, углубленный). Соответственно он может давать детям задания репродуктивного, конструктивного и творческого уровней. Репродуктивный уровень характеризуется осознанным воспроизведением, классификацией, подстановкой, различением. Конструктивный отражает умение применять в знакомой ситуации алгоритмы. Творческий уровень выражается в умении применять знания в незнакомой ситуации, выбирать вариант решения, наиболее подходящий для ситуации. В соответствии с выделенными уровнями для учащихся составляются обучающие задания и проверочные работы. Задание каждого уровня при проверке знаний оценивается разным количеством баллов. К примеру, ученики должны выполнить работу за 20-25 минут. При этом, на оценку «5» они должны набрать 35-40 баллов, на «4» – 30-35 баллов, на «3» – 20-30 баллов. Задание творческого уровня оценивается в 15 баллов, конструктивного – в 20, репродуктивного – в 5 баллов.

Поиск эффективных форм дифференциации в настоящее время продолжается. Эта работа требует серьезной экспериментальной проверки, поскольку от правильной дифференциации зависит формирование личности, способность человека реализовать себя в обществе.

Очень важно сообщать учащимся цель и план их работы, а в конце подводить итоги. Повышению организованности учащихся на уроке способствует индивидуализация цели выполнения общеклассной работы. Давая задание всему классу, следует не забывать о пробелах и интересах каждого отдельного ученика, напоминая при инструктировании, на что тем или иным ученикам следует обратить внимание.

Дифференциация заданий позволяет следить за усвоением знаний каждым учеником, что способствует оказанию своевременной помощи школьникам.

Для определения того, достигнуты ли поставленные цели, формируемые через результаты обучения и выражаемые в действиях учащихся, используются такие компоненты системы уровневой дифференциации как контроль и рефлексия. Контроль за усвоением учебного материала в рамках данной технологии осуществляется постоянно. При этом используются различные его формы

***МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ***

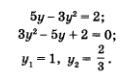
**Данный урок** является первым по теме. По объему рассчитан на один лицейский урок (80 минут). Урок – лекция.

**Цели:** повторить алгоритм использования метода подстановки при решении систем двух уравнений с двумя переменными, способ алгебраического сложения, применяемый в седьмом классе; показать способ решения систем уравнений методом введения новых переменных; научить применять методы решения систем уравнений, содержащих уравнение второй степени; развивать логическое мышление учащихся.

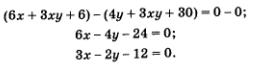
**1.Орг. момент.**

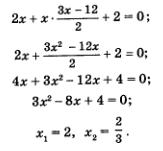
*На этом уроке мы обсудим три метода решения систем уравнений, более надежные, чем графический метод, который рассмотрели на прошлых уроках.*

**2. Изучение нового материала.**

***2.1. Метод подстановки****. Этот метод мы применяли в 7-м классе для решения систем линейных уравнений. Тот алгоритм, который был выработан в 7-м классе, вполне пригоден для решения систем любых двух уравнений (не обязательно линейных) с двумя переменными х и у (разумеется, переменные могут быть обозначены и другими буквами, что не имеет значения). Фактически этим алгоритмом мы воспользовались в предыдущем параграфе, когда задача о двузначном числе привела к математической модели, представляющей собой систему уравнений. Эту систему уравнений мы решили выше методом подстановки (см. пример 1 из § 4).****Алгоритм использования метода подстановки при решении системы двух уравнений с двумя переменными х, у.******1.****Выразить у через х из одного уравнения системы.****2.****Подставить полученное выражение вместо у в другое уравнение системы.****3.****Решить полученное уравнение относительно х.****4.****Подставить поочередно каждый из найденных на третьем шаге корней уравнения вместо х в выражение у через х, полученное на первом шаге.****5.****Записать ответ в виде пар значений (х; у), которые были найдены соответственно на третьем и четвертом шаге.  
Переменные х и у, разумеется, равноправны, поэтому с таким же успехом мы можем на первом шаге алгоритма выразить не у через х, а х через у из одного уравнения. Обычно выбирают то уравнение, которое представляется более простым, и выражают ту переменную из него, для которой эта процедура представляется более простой.****Пример 1.*** *Решить систему уравнений [Al61.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al61.jpg)****Р е ш е н и е. 1)*** *Выразим х через у из первого уравнения системы: х = 5 - 3у.****2)****Подставим полученное выражение вместо х во второе уравнение системы: (5 - 3у) у — 2.****3)****Решим полученное уравнение: [](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al62.jpg)****4)****Подставим поочередно каждое из найденных значений у в формулу х = 5 - Зу. Если [Al63.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al63.jpg)то [Al64.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al64.jpg)****5)****Пары (2; 1) и [Al65.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al65.jpg)решения заданной системы уравнений.*

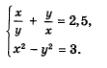
***О тв е т:*** *(2; 1); [Al65.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al65.jpg)****2.2. Метод алгебраического сложения*** *Этот метод, как и метод подстановки, знаком вам из курса алгебры 7-го класса, где он применялся для решения систем линейных уравнений. Суть метода напомним на следующем примере.****Пример 2.*** *Решить систему уравнений [Al66.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al66.jpg)****Решение.*** *Умножим все члены первого уравнения системы на 3, а второе уравнение оставим без изменения: [Al67.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al67.jpg)  
Вычтем второе уравнение системы из ее первого уравнения:*

*[](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al68.jpg)  
В результате алгебраического сложения двух уравнений исходной системы получилось уравнение, более простое, чем первое и второе уравнения заданной системы. Этим более простым уравнением мы имеем право заменить любое уравнение заданной системы, например второе. Тогда заданная система уравнений заменится более простой системой: [Al69.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al69.jpg)  
Эту систему можно решить методом подстановки. Из второго уравнения находим [Al610.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al610.jpg)Подставив это выражение вместо у в первое уравнение системы, получим*

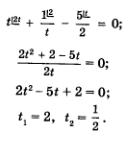
*[](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al611.jpg)  
Осталось подставить найденные значения х в формулу [Al612.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al612.jpg)*

*Если х = 2, то [Al613.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al613.jpg)  
Таким образом, мы нашли два решения системы: [Al614.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al614.jpg)*

***Ответ:****[Al615.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al615.jpg)*

***2.3. Метод введения новых переменных.*** *С методом введения новой переменной при решении рациональных уравнений с одной переменной вы познакомились в курсе алгебры 8-го класса. Суть этого метода при решении систем уравнений та же самая, но с технической точки зрения имеются некоторые особенности, которые мы и обсудим в следующих примерах.****Пример 3.*** *Решить систему уравнений [](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al616.jpg)*

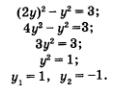
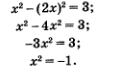
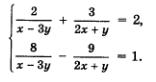
***Решение.*** *Введем новую переменную [Al617.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al617.jpg)Тогда первое уравнение системы можно будет переписать в более простом виде: [Al618.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al618.jpg)Решим это уравнение относительно переменной t:*

*[](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al619.jpg)  
Оба эти значения удовлетворяют условию [Al620.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al620.jpg), а потому являются корнями рационального уравнения с переменной t.  
Но [Al621.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al621.jpg)значит, либо [Al622.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al622.jpg)откуда находим, что х = 2у, либо [Al623.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al623.jpg)  
Таким образом, с помощью метода введения новой переменной нам удалось как бы «расслоить» первое уравнение системы, достаточно сложное по виду, на два более простых уравнения:  
х = 2 у; у — 2х.*

*Что же дальше? А дальше каждое из двух полученных простых уравнений нужно поочередно рассмотреть в системе с уравнением х2 - у2 = 3, о котором мы пока не вспоминали. Иными словами, задача сводится к решению двух систем уравнений:*

*[Al624.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al624.jpg)*

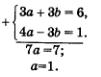
*Надо найти решения первой системы, второй системы и все полученные пары значений включить в ответ. Решим первую систему уравнений:*

*[Al625.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al625.jpg)  
Воспользуемся методом подстановки, тем более что здесь для него все готово: подставим выражение 2у вместо х во второе уравнение системы. Получим [](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al626.jpg)  
Так как х = 2у, то находим соответственно х1 = 2, х2 = 2. Тем самым получены два решения заданной системы: (2; 1) и (-2; -1). Решим вторую систему уравнений: [Al627.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al627.jpg)  
Снова воспользуемся методом подстановки: подставим выражение 2х вместо у во второе уравнение системы. Получим [](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al628.jpg)  
Это уравнение не имеет корней, значит, и система уравнений не имеет решений. Таким образом, в ответ надо включить только решения первой системы.****Ответ:*** *(2; 1); (-2;-1).  
Метод введения новых переменных при решении систем двух уравнений с двумя переменными применяется в двух вариантах.* ***Первый вариант:*** *вводится одна новая переменная и используется только в одном уравнении системы. Именно так обстояло дело в примере 3.****Второй вариант:*** *вводятся две новые переменные и используются одновременно в обоих уравнениях системы. Так будет обстоять дело в примере 4.****Пример 4.*** *Решить систему уравнений [](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al629.jpg)*

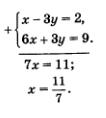
***Решение.*** *Введем две новые переменные: [Al630.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al630.jpg) Учтем, что тогда [Al631.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al631.jpg)*

*Это позволит переписать заданную систему в значительно более простом виде, но относительно новых переменных а и b:*

*[Al632.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al632.jpg)  
Применим для решения этой системы метод алгебраического сложения:*

*[](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al633.jpg)  
Так как а = 1, то из уравнения а + 6 = 2 находим: 1 + 6 = 2; 6=1. Таким образом, относительно переменных а и b мы получили одно решение:*

*[Al634.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al634.jpg)  
Возвращаясь к переменным х и у, получаем систему уравнений*

*[](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al635.jpg)  
Применим для решения этой системы метод алгебраического сложения: [](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al636.jpg)  
Так как [Al637.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al637.jpg)то из уравнения 2x + y = 3  находим: [Al638.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al638.jpg)  
Таким образом, относительно переменных хиу мы получили одно решение: [](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al639.jpg)****Ответ:*** *[Al640.jpg](http://school.xvatit.com/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Al640.jpg)  
Завершим эту часть урока кратким, но достаточно серьезным теоретическим разговором. Вы уже накопили некоторый опыт в решении различных уравнений: линейных, квадратных, рациональных, иррациональных. Вы знаете, что основная идея решения уравнения состоит в постепенном переходе от одного уравнения к другому, более простому, но равносильному заданному. На прошлых уроках мы ввели понятие равносильности для уравнений с двумя переменными. Используют это понятие и для систем уравнений.****Определение.*** *Две системы уравнений с переменными х и у называют равносильными, если они имеют одни и те же решения или если обе системы не имеют решений.  
Все три метода (подстановки, алгебраического сложения и введения новых переменных), которые мы обсудили, абсолютно корректны с точки зрения равносильности. Иными словами, используя эти методы, мы заменяем одну систему уравнений другой, более простой, но равносильной первоначальной системе.*

1. **Итоги урока.**
2. **Домашнее задание.**