Тема 4. **Исследование квадратного трехчлена.**

Квадратным трехчленом называется выражение  где  Преобразование вида

 называется выделением полного квадрата.

Графиком соответствующей квадратной функции является парабола с вершиной 

Если  то квадратный трехчлен имеет два различных корня, а парабола пересекает ось  в двух точках.

Если  то квадратный трехчлен имеет два равных корня, и парабола касается оси  (т.е. имеет с осью  одну общую точку).

Если  то график квадратичной функции, расположен выше  или ниже  оси .

Пример 1. Выделить полный квадрат в квадратном трехчлене 

Решение.



Пример 2. Определить значение , при котором квадратный трехчлен  является полным квадратом.

Решение. Из преобразования   следует, что квадратный трехчлен является полным квадратом, если  Применительно к нашему примеру это означает, что 

Ответ: 2.

Пример 3. При каком  график квадратичной функции  пересечет положительную полуось  в двух точках.

Решение. Для того, чтобы график квадратичной функции пересекал положительную полуось  в двух точках, необходимо, чтобы  т.е. 

//////////////// //////////////////////

0 4 

///////////////////////////////////////

1 

///////////////////////////////////////////////////////

-0,5 

Ответ: 

Пример 4. При каком значении  функция  принимает наименьшее значение.

Решение. Эту задачу можно решить графически. Постоим схематично график заданной функции, указав при этом характерные точки графика. Первым шагом построения будет построение графика функции  Это парабола, пересекающая ось  в точках  и  а ось  в точке (0; 6). Координаты вершины параболы  

 

1,2-

1-

0,8-

0,6-

0,4-

0,2-

2,5-

2 -

1,5-

1 -

0,5-

0 0,5 1 1,5 2 2,5 3  0 0,5 1 1,5 2 2,5 3 

Полученный график преобразуем так: часть графика, находящуюся выше оси , оставим без изменения, а часть графика, лежащую ниже оси , отобразим на верхнюю полуплоскость симметрично относительно оси . Из графика видно, наименьшее значение функция  принимает в точках  и 

II способ решения. Наименьшее значение  равно 0. Рассмотрим уравнение  Его корнями являются числа 2 и 3. Следовательно, наименьшее значение, равное 0, функция  принимает при  и 

Ответ: , 

Пример 5. При каком  квадратный трехчлен  положителен при любых .

Решение. Для выполнения условия задачи необходимо, чтобы старший коэффициент квадратного трехчлена был положителен, а  т.е. нужно решить систему неравенств 

/////////// //////////////

-1 1 

///// //////////////

-3 1 

Ответ: 

Пример 6. Какой вид имеет уравнение параболы, вершиной которой является точка (-1; 2) и парабола пересекает ось  в точке 

Решение. Если парабола  пересекает ось  в точке , то . Координаты вершины параболы определяются по формулам 

Уравнение параболы имеет вид 

Ответ: 

*Упражнения по теме «Исследование квадратного трехчлена».*

1. При каком  парабола  имеет с осью  две общие точки.

Ответ: 

2. Квадратный трехчлен  принимает только отрицательные значения. При каком  это условие будет выполнено?

Ответ: 

3. Найти значения , при которых парабола  касается оси .

Ответ: 

4. При каком  квадратный трехчлен  можно представить в виде полного квадрата.

Ответ: 

5. Найти , при которых квадратный трехчлен  принимает только положительные значения.

Ответ: 

6. Выделить полный квадрат в квадратном трехчлене 

Ответ: 

1. Записать уравнение параболы с вершиной в точке

(2; -1), пересекающей ось  в точке 

Ответ: 

8. Функция  принимает наименьшее значение в точках 1)  2)  3) 4)

Ответ: 1) 