

Открытый урок по теме "Решение тригонометрических уравнений"

Цели урока:

- **Образовательная:** закрепить навыки решения простейших тригонометрических уравнений; показать методы решения тригонометрических уравнений с использованием формул сложения, введением вспомогательного угла, графическим методом; стимулировать интерес студентов к решению уравнений.
- **Развивающая:** развивать познавательную деятельность, самостоятельность, умения применять полученные знания.
- **Воспитательная:** формировать доброжелательные отношения среди студентов группы.

Методическая модель урока математики по теме "Решение тригонометрических уравнений"

Цель	Метод	Прогнозируемая учебная ситуация	Время в мин
1	2	3	4
Организационный момент			
1. Настроить студентов на учебную работу	диалогический	Преподаватель отмечает в журнале студентов, которые отсутствуют на уроке, проверяет готовность студентов к уроку	1
Актуализация опорных знаний			30
2. Знать историю развития тригонометрии, тригонометрических символов.	монологический, объяснительно-иллюстративный	Студент показывает презентацию, подготовленную им, остальные делают краткие записи в тетрадях (фамилии ученых, хронологию развития тригонометрии). Преподаватель следит за выполнением заданий и работой ПК.	7
3. Знать формулы решения простейших тригонометрических уравнений	алгоритмический	Студенты выполняют задания, показанные на доске, по вариантам, оценивая друг друга. Преподаватель следит за выполнением заданий и заполнением оценочного листа.	3

1	2	3	4
4. Уметь решать простейшие тригонометрические уравнения	программированный	Студенты выполняют тест по выбранному ими уровню знаний. Преподаватель следит за выполнением заданий и заполнением оценочного листа.	10
5. Закрепить навыки решения простейших тригонометрических уравнений	алгоритмический	Студенты работают по группам разного уровня, выполняя самостоятельно задания, после окончания работы обсуждают ответы в группе, открывая соответствующие карточки лото. Преподаватель следит за выполнением заданий и заполнением оценочного листа.	10
Формирование новых знаний, умений и навыков			30
6. Развить познавательную деятельность	диалогический	Преподаватель сообщает тему, цель и задачи урока, проводит мотивацию. Студенты записывают в тетрадь тему урока.	
7. Знать методы решения тригонометрических уравнений (графический, с использованием формул, введением дополнительного угла)	диалогический, объяснительно-иллюстративный	Преподаватель объясняет решение тригонометрических уравнений, привлекая в работу студентов. Студенты слушают объяснение преподавателя, отвечают на вопросы, делают записи в тетрадях.	
Закрепление новой темы			25
8. Уметь применять формулы для решения тригонометрических уравнений	алгоритмический	Студенты самостоятельно выполняют уровневые задания и отвечают на дополнительные вопросы, данные в заданиях. Преподаватель наблюдает за работой студентов и помогает в случае необходимости, следит за заполнением оценочного листа.	
Заключительная часть			4

1	2	3	4
9. Подведение итогов урока	диалогический	Студенты заполняют оценочные листы. Преподаватель объявляет рейтинговые оценки, задает вопросы: -что у вас получилось на уроке, а что не получилось? -какой из методов решения вы освоили лучше?	3
10. Уметь применить полученные знания на уроке при выполнении домашнего задания	монологический	Преподаватель выдает студентам домашнее задание	1

1. Организационный момент

Отметить в журнале отсутствующих студентов на уроке. Проверить готовность студентов к уроку.

2. Актуализация опорных знаний

2.1. Выступление студента, сопровождающего показом презентации. Познакомиться с историей развития тригонометрии, настроиться на активную работу на уроке.

Студенты внимательно слушают выступление и делают краткие записи в тетрадях (фамилии ученых математиков, хронологию развития тригонометрии).

2.2. Работа в парах.

Выполните задания по вариантам. Студенты выполняют задания согласно варианту, затем проверяют друг друга.

1 вариант	2 вариант
1. Запишите формулы для решения простейших тригонометрических уравнений	
$\sin x = a$ (1 балл)	$\cos x = a$ (1 балл)
$\operatorname{tg} x = a$ (1 балл)	$\operatorname{ctg} x = a$ (1 балл)
2. При каких значениях a эти уравнения имеют решения? (1 балл)	

Взаимопроверка и самооценка в парах. (Если студент испытывает трудности при проверке, то ему разрешается обратиться к учебнику)

2.3. Проверить уровень умений решения простейших тригонометрических уравнений

Вводный тест с последующей проверкой.

В рабочих тетрадях выполните вводный тест:

- 1) определите и запишите уровень работы и номер варианта;
- 2) приступайте к выполнению работы;
- 3) по окончании работы, используя ключ (ключ возьмите у преподавателя), проверьте себя и оцените.

1-ый вариант	2-ой вариант
Уровень А	
№1. Какие из данных уравнений не имеют корней? (1 балл)	
1) $\sin x = -0,44$	1) $\cos x = -0,33$
2) $\cos x = 5$	2) $\sin x = 4$
3) $\operatorname{tg} x = -10$	3) $\operatorname{ctg} x = -8$
4) $\operatorname{ctg} x = 0$	4) $\operatorname{tg} x = 0$
№2. Решите уравнения и выберите верный ответ.	
а) $2\pi - \sin x = 0$ (1 балл)	а) $2\sin x = \pi$ (1 балл)
1) $(-1)^n \arcsin \pi + \pi n, n \in Z$	1) $(-1)^n \arcsin \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
2) πn	2) 0
3) -1	3) 1
4) нет корней	4) нет корней
б) $2\sin x - 1 = 0$ (1 балл)	б) $1 - 2\cos x = 0$ (1 балл)
1) $\frac{\pi}{6}$	1) $\frac{\pi}{6}$
2) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	2) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$
3) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$	3) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
4) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	4) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$
в) $\sin 2x - \cos \frac{\pi}{4} = 0$ (1 балл)	в) $\operatorname{tg} 2x - 2\sin \frac{\pi}{6} = 0$ (1 балл)
1) $\frac{\pi}{8}$	1) $\frac{\pi}{8}$
2) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	2) $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$
3) $\pm \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in Z$	3) $\pm \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in Z$
4) $(-1)^n \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	4) $(-1)^n \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$
№3. Найти корень уравнения $2\cos x = -1$ на $[0; \pi]$ (2балла)	№3. Найти корень уравнения $2\sin x = 1$ на $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ (2 балла)

Уровень В.	
№4. Найти сумму двух наименьших положительных корней уравнения $\sin x = -1$ (2 балла)	№4. Найти произведение корней уравнения $\cos x = \frac{\pi}{2}$, принадлежащих промежутку $[-\pi; 2\pi]$ (2 балла)
№5. Для каких из данных уравнений число π является корнем? (2 балла)	
а) $2\sin x = 0$ б) $\sin x = \cos x$	а) $3\cos x = 0$ б) $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = 0$
№6. Сколько корней уравнения $\operatorname{tg} 3x = 1$ принадлежат промежутку $[0; \pi]$? (3 балла)	№6. Сколько корней уравнения $\operatorname{ctg} 3x = 1$ принадлежат промежутку $[0; \pi]$? (3 балла)
№7. Решите уравнение: $\sin(\pi \sin x) = -1$. (3 балла)	Решите уравнение: $\sin(\pi \cos x) = -1$. (3 балла)

Ключ – это правильные ответы.

2.4. С целью закрепления навыков в решении простейших тригонометрических уравнений проводится коллективная игра.

Задания выполняются самостоятельно, ответы обсуждаются в группах разного уровня (группы формируются по желанию самих студентов). На доске вывешивается таблица с номерами заданий. Раскладываются карточки с различными вариантами ответов (среди них есть неверные ответы), количество карточек с ответами превышает число 8 (их обычно 10, из них правильных 8) на обороте начерчен график непрерывной функции $y = \arcsin x$

4	3	2	1
8	7	6	5

1) Определите уровень работы: уровень А- простейший, уровень В- средний уровень, уровень С- самый трудный

2) Сядьте в соответствии с выбранным уровнем заданий (1 ряд-уровень А; 2 ряд-уровень В; 3 ряд- уровень С).

3) Выполните задание, работая самостоятельно

1 группа (уровень А - простейший) решает задания 1 - 4

2 группа (уровень В - средний уровень) решает задания № 5, 6

3 группа (уровень С - самый трудный) решает задания 7, 8.

Задания:

1. Решите уравнение и выберите правильный ответ:

Задания	Ответы
1	2
1. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -1$ (1 балл)	а) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
	б) $-\frac{\pi}{2}$
	в) $\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

1	2
	г) $(-1)^n \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
2. $\cos(\pi+x) = \sin \frac{\pi}{2}$ (1 балл)	а) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$
	б) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
	в) $\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$
	г) $\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
3. $2\sin x \cos x = -\frac{1}{3}$ (1 балл)	а) $-\frac{\pi}{3}$
	б) $(-1)^n \frac{1}{2} \arcsin \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \pi n, n \in \mathbb{Z}$
	в) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$
	г) $(-1)^n + \frac{\pi}{3} \square + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
4. $\cos 2x - \sin 2x = -\frac{4}{7}$ (1 балл)	а) $\pm \frac{1}{2} \arccos \frac{4}{7} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
	б) $\pm \frac{4}{7} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
	в) $\pm \frac{1}{2} (\pi - \arccos \frac{4}{7}) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
	г) $(-1)^n \frac{1}{2} \arccos \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5. Решите уравнение:

$$\cos\left(\frac{x}{\pi}\right) = 1 \quad (2 \text{ балла})$$

6. Найти наименьший положительный корень уравнения:

$$\sin(35^\circ + x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2 \text{ балла})$$

7. Решите уравнение:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{\sqrt{x}}\right) = 1 \quad (3 \text{ балла})$$

8. Найти все решения уравнения $2\cos\left(2\pi x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} = 0$, удовлетворяющие условию $-2 < x < 0$. (3 балла)

4) Обсудите ответы в группе.

5) Проверьте правильность ответов, открывая соответствующие карточки лото.

Представитель одной из групп выходит к доске и открывает карточки. На карточках должен получиться график тригонометрической функции.

б) Оцените работу группы по каждому заданию по следующим критериям:

- ответ совпадает полностью – полное количество баллов, указанное в скобках к заданию,
- ответ совпадает частично – половина указанных баллов,
- ответ не совпадает – 0 баллов.

При проверке результатов на каждый № задания накладывается карточка, у которой с одной стороны записан правильный ответ, а с другой рисунок. Накладываются карточки ответами вниз. Когда на все вопросы будут получены правильные ответы, то получается изображение графика непрерывной функции с заданием, т. е. можно переходить к следующему этапу урока. Если изображение графика непрерывной функции не получилось, то в местах искажения рисунка необходимо проверить соответствующие задания, найти ошибку сообща и только потом перейти к следующему этапу урока.

3. Формирование новых умений и навыков. Решение уравнений различными способами.

Цель: показать методы решения тригонометрических уравнений с использованием формул сложения, введением вспомогательного угла, графическим методом

3.1. Сообщение темы, целей и задач урока. Мотивация.

3.2. Изучение нового материала с использованием интерактивной доски

I. Графический метод

Преподаватель предлагает студентам:

1. Предложите возможный вариант задания формулой функции $y = f(x)$, обладающей следующими свойствами: тригонометрическая функция определена при $x \in \mathbb{R}$; период функции равен 2π , функция четная, наибольшее значения функции равно 2. ($f(x) = 2\cos x$)

1. Описать вид графика этой функции.

Решение уравнения $2\cos x = -\frac{4}{3}x + 2$ графическим методом. Преподаватель объясняет у доски решение этого уравнения, задавая попутно вопросы студентам.

Строим графики функций $y = 2\cos x$ и $y = -\frac{4}{3}x + 2$. Студенты помогают построить эти графики, отвечая на вопросы преподавателя:

- что является графиком функции $y = -\frac{4}{3}x + 2$
- через какие точки он проходит и др.

Преподаватель показывает решение этого уравнения, студенты строят графики у себя в тетрадях, и записывают решение данного уравнения.

Ответ $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \pi$, где $\pi \approx 3$.

II. С использованием формул сложения решить уравнение

$$\sin 2x \cdot \cos 4x - \cos 2x \cdot \sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

III. С помощью введения дополнительного угла решить уравнение

$$\sin x + \cos x = 1$$

4. Закрепление новой темы

4.1. Работа в группах

Заранее преподавателем были выбраны 4 лидера, с которыми подробно разобрано решение уравнений указанными выше способами и сформированы 4 группы. Каждый лидер подготовил к уроку, проверив предварительно у преподавателя карточки с заданиями для ребят своей группы.

В процессе работы задачами лидера являются: объяснение ребятам группы, которые слабо усвоили новый материал, решение тригонометрических уравнений указанными методами; проверка того, как ребята его поняли, предложив им решить, составленные заранее карточки. По результатам проверки лидеры выставляют оценки участникам своей группы.

Инструкция членам группы:

1) Выполни упражнения, предложенные лидером группы (самостоятельная работа), если возникнут вопросы, то обратись к лидеру или преподавателю.

Задания:

<u>1, 2 группы-(уровень А)</u>	<u>3, 4 группы-(уровень В)</u>
Решение - 1 балл, ответ на каждый дополнительный ответ - 1 балл	
<i>Решение уравнений с использованием формул сложения</i>	
<u>Карточка №1</u> Решите уравнение $\sin 3x \cdot \cos x - \cos 3x \cdot \sin x = \frac{1}{2}$ а) найти наименьший положительный корень. б) указать корни на промежутке $[0; \frac{\pi}{2}]$. в) <u>Карточка №2.</u> Решите уравнение $\cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = \frac{3}{2}$ а) найти наибольший отрицательный и наименьший положительный корни. указать корни на промежутке $[0; \frac{\pi}{2}]$.	<u>Карточка №1.</u> Решите уравнение. $\cos 4x \cdot \cos 2x + \sin 4x \cdot \sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ а) сколько решений уравнения принадлежат промежутку $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$ в) найти наибольший отрицательный и наименьший положительный корни. <u>Карточка №2.</u> Решите уравнение. $\sin 2x \cdot \cos x - \cos 2x \cdot \sin x = \frac{1}{2}$ а) найти наименьший положительный корень. б) указать корни на промежутке $[0; \frac{3\pi}{2}]$.
<i>Решение уравнений с помощью введения вспомогательного угла</i>	
<u>Карточка №3.</u>	<u>Карточка №3.</u>

<p>Решите уравнение $\sin x + \cos x = 1$ а) сколько решений уравнения принадлежат промежутку $[0; 2\pi]$ <u>Карточка №4.</u></p> <p>Решите уравнение $\sin x - \cos x = 1$ а) сколько решений уравнения принадлежат промежутку $[0; \pi]$</p>	<p>Решите уравнение $3\sin x - \cos x = 1$ а) сколько решений принадлежат промежутку $[0; 2]$? <u>Карточка №4.</u></p> <p>Решите уравнение. $\sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} \cos x = 2$ а) сколько решений принадлежат промежутку $[0; 5\pi]$?</p>
---	---

- 3) Проверь правильность выполнения у лидера группы.
4) Проставь полученную оценку в оценочный лист.

5. Заключительный этап

5.1. Итог урока. Выставление рейтинговой оценки за урок

Цель: рефлексия

1). Подведите итоги вашей работы, суммируя полученные баллы:

Оценочный лист.

Фамилия ,Имя _____		
Этапы урока	Кто оценивает	Количество баллов
Работа в парах	_____	
	Фамилия студента	
Вводный тест по уровням А и В	самооценка	
Работа в разноуровневых группах Игра	самооценка	
Работа в группах по уровням А и В	_____	
	консультант (фамилия)	
Дополнительные задания	_____	
Итого баллов		
Оценка		

«5» - более 17 баллов

«4» - от 13 до 17 баллов

«3» - от 9 до 13 баллов

На уроке получено; «5» - 3, «4» - 15, «3» - 11.

5.2 Домашнее задание. Запишите домашнее задание. Домашнее задание по дидактическому материалу, автор Саакян стр. 24, 25. № 272-279 (уровень А); № 285-291 (уровень В); № 299-305 (уровень С). Выбрать один из уровней.