ВТЖТ – филиал РГУПС

Методическая разработка

занятия по теме:

***«Действия над комплексными числами»***

Преподаватель ВТЖТ – филиала РГУПС:

Марченко Любовь Евгеньевна

2013 г.

***План занятия***

|  |  |
| --- | --- |
| Учебная дисциплина | Математика |
| Тема занятия по КТП | *Действия над комплексными числами* |
| Тип занятия | Практическое |
| Цели занятия: |  |
| *образовательные* | 1. формировать навыки выполнения алгебраических действий над комплексными числами; 2. актуализировать, обобщить и систематизировать знания, умения и навыки студентов о комплексных числах. |
| *развивающие* | 1. развивать мыслительную деятельность студентов на занятии посредством разнообразия форм заданий; 2. способствовать формированию навыков самостоятельной работы и работы в мини-группах; 3. развивать интерес к дисциплине через включение в план занятия исторического материала и практических заданий. |
| *воспитательные* | 1. воспитывать у студентов чувство личной ответственности за достижение положительных результатов при самостоятельной работе и в группе. |
| Формы работы: | 1. индивидуальная; 2. индивидуально-коллективная (парами). |
| *Оборудование:* | * компьютер, мультимедийный проектор; * презентация; * учетный лист занятия; * кроссворд; * рабочие тетради; * вопросы с заданиями. |

**Ход занятия.**

* 1. ***Организационный момент. Приветствие. Проверка домашнего задания (сдача работ преподавателю) (3 мин).***
  2. ***Постановка целей занятия (3 мин).***

Сегодня на занятии мы с Вами продолжим знакомство с комплексными числами.

Как писал немецкий математик, физик и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц:

*«Комплексное число – это тонкое и поразительное средство божественного духа, почти амфибия между бытием и небытием».*

Мы же попытаемся снять дух мистики, привнесенный Лейбницем, да и другими математиками, в математическую науку.

Итак, наши цели:

1) актуализировать, обобщить и систематизировать знания, умения и навыки о комплексных числах, полученные на прошлом занятии;

2) формировать навыки выполнения алгебраических действий над комплексными числами.

* 1. ***Актуализация опорных знаний (7 мин).***

Перед Вами лежит контрольный лист, который Вам необходимо будет заполнять в ходе выполнения практических заданий. В конце мы подведем итог вашей работе.

***Контрольный лист***

Фамилия, имя студента \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Карточка \_\_\_\_\_

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ***Задания*** | ***Ответы*** | | | | | | | | | | | | ***Сумма баллов*** |
| **1.** | Задание «Да – Нет» | 1 | | 2 | | | 3 | | 4 | | | 5 | |  |
|  | |  | | |  | |  | | |  | |
| **2.** | Название чисел |  | | | | | | | | | | | |  |
| **3.** | Имя ученого |  | | | | | | | | | | | |  |
| **4.** | Год открытия |  | | |  | | |  | | |  | | |  |
| **5.** | Термин (кроссворд) |  |  |  | |  |  |  |  |  | |  |  |  |
| **Итого:** | | | | | | | | | | | | | |  |

Прежде чем приступать к изучению чего-то нового, освежим уже известные нам факты о комплексных числах. И сделаем мы это при помощи задания, оно расположено перед Вами. На карточке написано пять высказываний о комплексных числах. Ваша задача – определить истинное оно или ложное. Если вы согласны с высказыванием, в соответствующей таблице в контрольном листе напротив номера высказыванием записываете слово «ДА», в противном случае – «НЕТ». На выполнение задания Вам отводится 5 минут.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Карточка 1**  1. Сопряженным для действительного числа является само это число.  2. Если комплексное число  задано в виде , то число 2 называют мнимой частью числа .  3. Число 0 не является комплексным.  4. Число  называют сопряженным числу .  5. У комплексного числа , . | **Карточка 2**  1. Модулем комплексного числа  называют число .  2. Число, сопряженное , это само число .  3. У комплексного числа  мнимая часть равна нулю.  4. Действительная и мнимая части комплексного числа  соответственно равны 3 и 2.  5. Число – 6 не является комплексным. | **Карточка 3**  1. Действительная и мнимая части комплексного числа  соответственно равны 11 и – 5.  2. Число  является комплексным.  3. Мнимые части сопряженных чисел отличаются только знаками.  4. Модулем комплексного числа  является .  5. Если  является действительным, то . |
| **Карточка 4**  1. Модулем комплексного числа  является .  2. Число  является комплексным.  3. Для числа  сопряженным является число .  4. У комплексного числа  действительная часть равна нулю.  5. Действительная и мнимая части комплексного числа  соответственно равны 1 и 0. | **Карточка 5**  1. Сопряженным для числа является само это число.  2. Число 5,7 – комплексное.  3. Действительная и мнимая части комплексного числа  соответственно равны  и 2.  4. Если комплексное число задано в виде , то число 7 называют мнимой частью числа .  5. Модулем комплексного числа  называют число . | **Карточка 6**  1. Сопряженным для действительного числа является само это число.  2. Если комплексное число  задано в виде , то число 2 называют мнимой частью числа .  3. Число 0 не является комплексным.  4. Число  называют сопряженным числу .  5. У комплексного числа , . |
| **Карточка 7**  1. Модулем комплексного числа  называют число .  2. Число, сопряженное , это само число .  3. У комплексного числа  мнимая часть равна нулю.  4. Действительная и мнимая части комплексного числа  соответственно равны 3 и 2.  5. Число – 6 не является комплексным. | **Карточка 8**  1. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 11 и – 5.  2. Число является комплексным.  3. Мнимые части сопряженных чисел отличаются только знаками.  4. Модулем комплексного числа является .  5. Если  является действительным, то . | **Карточка 9**  1. Модулем комплексного числа является .  2. Число является комплексным.  3. Для числа сопряженным является число .  4. У комплексного числа  действительная часть равна нулю.  5. Действительная и мнимая части комплексного числа  соответственно равны 1 и 0. |
| **Карточка 10**  1. Сопряженным для числа является само это число.  2. Число 5,7 – комплексное.  3. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны и 2.  4. Если комплексное число задано в виде , то число 7 называют мнимой частью числа .  5. Модулем комплексного числа  называют число . | **Карточка 11**  1. Сопряженным для действительного числа является само это число.  2. Если комплексное число задано в виде , то число 2 называют мнимой частью числа .  3. Число 0 не является комплексным.  4. Число называют сопряженным числу .  5. У комплексного числа , . | **Карточка 12**  1. Модулем комплексного числа называют число .  2. Число, сопряженное , это само число .  3. У комплексного числа мнимая часть равна нулю.  4. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 3 и 2.  5. Число – 6 не является комплексным. |
| **Карточка 13**  1. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 11 и – 5.  2. Число является комплексным.  3. Мнимые части сопряженных чисел отличаются только знаками.  4. Модулем комплексного числа является .  5. Если является действительным, то . | **Карточка 14**  1. Модулем комплексного числа является .  2. Число является комплексным.  3. Для числа сопряженным является число .  4. У комплексного числа действительная часть равна нулю.  5. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 1 и 0. | **Карточка 15**  1. Сопряженным для числа является само это число.  2. Число 5,7 – комплексное.  3. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны и 2.  4. Если комплексное число задано в виде , то число 7 называют мнимой частью числа .  5. Модулем комплексного числа называют число . |
| **Карточка 16**  1. Сопряженным для действительного числа является само это число.  2. Если комплексное число задано в виде , то число 2 называют мнимой частью числа .  3. Число 0 не является комплексным.  4. Число называют сопряженным числу .  5. У комплексного числа , . | **Карточка 17**  1. Модулем комплексного числа называют число .  2. Число, сопряженное , это само число .  3. У комплексного числа мнимая часть равна нулю.  4. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 3 и 2.  5. Число – 6 не является комплексным. | **Карточка 18**  1. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 11 и – 5.  2. Число является комплексным.  3. Мнимые части сопряженных чисел отличаются только знаками.  4. Модулем комплексного числа является .  5. Если является действительным, то . |
| **Карточка 19**  1. Модулем комплексного числа является .  2. Число является комплексным.  3. Для числа сопряженным является число .  4. У комплексного числа действительная часть равна нулю.  5. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 1 и 0. | **Карточка 20**  1. Сопряженным для числа является само это число.  2. Число 5,7 – комплексное.  3. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны и 2.  4. Если комплексное число задано в виде , то число 7 называют мнимой частью числа .  5. Модулем комплексного числа называют число . | **Карточка 21**  1. Сопряженным для действительного числа является само это число.  2. Если комплексное число задано в виде , то число 2 называют мнимой частью числа .  3. Число 0 не является комплексным.  4. Число называют сопряженным числу .  5. У комплексного числа , . |
| **Карточка 22**  1. Модулем комплексного числа называют число .  2. Число, сопряженное , это само число .  3. У комплексного числа мнимая часть равна нулю.  4. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 3 и 2.  5. Число – 6 не является комплексным. | **Карточка 23**  1. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 11 и – 5.  2. Число является комплексным.  3. Мнимые части сопряженных чисел отличаются только знаками.  4. Модулем комплексного числа является .  5. Если является действительным, то . | **Карточка 24**  1. Модулем комплексного числа является .  2. Число является комплексным.  3. Для числа сопряженным является число .  4. У комплексного числа действительная часть равна нулю.  5. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 1 и 0. |
| **Карточка 25**  1. Сопряженным для числа является само это число.  2. Число 5,7 – комплексное.  3. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны и 2.  4. Если комплексное число задано в виде , то число 7 называют мнимой частью числа .  5. Модулем комплексного числа называют число . | **Карточка 26**  1. Сопряженным для действительного числа является само это число.  2. Если комплексное число задано в виде , то число 2 называют мнимой частью числа .  3. Число 0 не является комплексным.  4. Число называют сопряженным числу .  5. У комплексного числа , . | **Карточка 27**  1. Модулем комплексного числа называют число .  2. Число, сопряженное , это само число .  3. У комплексного числа мнимая часть равна нулю.  4. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 3 и 2.  5. Число – 6 не является комплексным. |
| **Карточка 28**  1. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 11 и – 5.  2. Число является комплексным.  3. Мнимые части сопряженных чисел отличаются только знаками.  4. Модулем комплексного числа является .  5. Если является действительным, то . | **Карточка 29**  1. Модулем комплексного числа является .  2. Число является комплексным.  3. Для числа сопряженным является число .  4. У комплексного числа действительная часть равна нулю.  5. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны 1 и 0. | **Карточка 30**  1. Сопряженным для числа является само это число.  2. Число 5,7 – комплексное.  3. Действительная и мнимая части комплексного числа соответственно равны и 2.  4. Если комплексное число задано в виде , то число 7 называют мнимой частью числа .  5. Модулем комплексного числа называют число . |

Ответы:

**Карточка 1, 6, 11, 16, 21, 26**: Да, Да, Нет, Нет, Да.

**Карточка 2, 7, 12, 17, 22, 27**: Да, Да, Нет, Нет, Нет.

**Карточка 3, 8, 13, 18, 23, 28**: Нет, Да, Да, Нет, Да.

**Карточка 5, 10, 15, 20, 25, 30**: Да, Да, Да, Нет, Нет.

**Ответ впишите в строку № 1 контрольного листа.**

* 1. ***Изучение нового материала (40 мин).***

**Правило каждого действия над комплексными числами выводится из определения этого действия. Определения действий над комплексными числами не вымышлены произвольно, а установлены с таким расчетом, чтобы согласовались с правилами действий над действительными числами.**

**Начнем с действия «СЛОЖЕНИЕ».**

**1. Сложение комплексных чисел (7 мин).**

**Определение. Суммой комплексных чисел  и  называют комплексное число .**

**Определение соответствует правилам действий с многочленами.**

**Рассмотрим пример:  и .**

**Решение: **

***Задания:* Найти , если: Ответы:**

**1)  и ; 1) ;**

**2)  и ; 2) ;**

**3)  и ; 3) ;**

**4)  и . 4) .**

**2. Вычитание комплексных чисел (6 мин).**

**Определение. Разностью комплексных чисел  и  называют комплексное число .**

**Определение соответствует правилам действий с многочленами.**

**Рассмотрим пример:  и .**

**Решение: **

***Задания:* Найти , если: Ответы:**

**1)  и ; 1) ;**

**2)  и ; 2) ;**

**3)  и . 3) .**

**3. Умножение комплексных чисел (8 мин).**

**Определение. Произведением комплексных чисел  и  называют комплексное число .**

**На практике нет нужды пользоваться формулой произведения. Можно перемножить данные числа, как двучлены.**

**Пример:  и .**

**Решение: **

***Задания:* Найти , если: Ответы:**

**1)  и ; 1) ;**

**2)  и ; 2) ;**

**3)  и . 3) .**

**4. Деление комплексных чисел (10 мин).**

***Для того чтобы разделить комплексное число  на число  необходимо числитель и знаменатель полученной дроби  домножить на число, сопряженное знаменателю, .***

**Рассмотрим данное правило на примере:  и .**

**Решение: **.**

***Задания:* Найти , если: Ответы:**

**1)  и ; 1) ;**

**2)  и . 2) .**

**5. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом (9 мин).**

**Рассмотрим пример: .**

**Решение: . Преобразуем дискриминант .**

**Находим корни уравнения:**

**; .**

**Заметим, что корни уравнения в случае отрицательного дискриминанта получаются комплексно-сопряженные.**

***Задания:* Решите уравнение: Ответы:**

**1) ; 1) ; .**

**2) . 2) ; .**

***5. Практическая работа (30 мин).***

На прошлых занятиях мы знакомились историей развития понятия числа. Напомним некоторые сведения.

Древнегреческие математики считали «настоящими» только натуральные числа.

Наряду с натуральными числами применяли дроби – числа, составленные из целого числа долей единицы.

Введение отрицательных чисел было сделано китайскими математиками за два века до н. э.

Уже в VIII веке было установлено, что квадратный корень из положительного числа имеет два значения – положительное и отрицательное, а из отрицательных чисел квадратный корень извлекать нельзя.

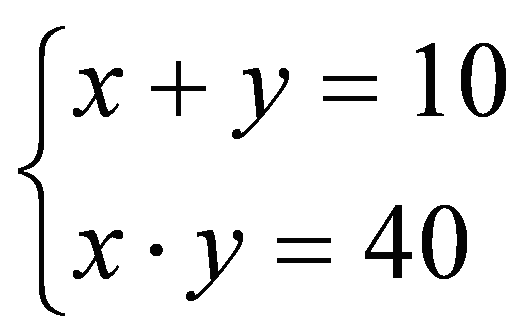
В XVI веке в связи с изучением кубических уравнений оказалось необходимым извлекать квадратные корни из отрицательных чисел.

В формуле для решения кубических уравнений вида:  кубические и квадратные корни:



Эта формула безотказно действует в случае, когда уравнение имеет один действительный корень, а если оно имеет три действительных корня, то под знаком квадратного корня оказывалось отрицательное число. Получалось, что путь к этим корням ведет через невозможную операцию извлечения квадратного корня из отрицательного числа.

Итальянский алгебраист Дж. Кардано в 1545 г. предложил ввести числа новой природы. Он показал, что система уравнений



не имеющая решений во множестве действительных чисел, имеет решения вида

, .

нужно только условиться действовать над такими выражениями по правилам обычной алгебры и считать что

.

**Вопрос 1.** Как Дж. Кардано назвал такие величины? Для ответа на вопрос найдите сумму корней следующего квадратного уравнения:

**. (Ответ: Чисто отрицательные).**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Настоящие | Чисто отрицательные | Лживые |
| 0 | – 1 | 1 |

**Ответ впишите в строку № 2 контрольного листа.**

Уже в 1572 году вышла книга итальянского алгебраиста Р. Бомбелли, в которой были установлены первые правила арифметических операций над такими числами, вплоть до извлечения из них кубических корней.

Такие числа назвали в 1637 году «*мнимые числа*».

**Вопрос 2.** Какой ученыйввел данное понятие? Для ответа на вопрос выполните действие , если ** и . (Ответ: Р. Декарт).**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| К. Гаусс | Дж. Кардано | Р. Декарт |
|  |  |  |

Один из крупнейших математиков – Л. Эйлер предложил использовать первую букву французского слова *imaginaire* (мнимый) для обозначения числа (мнимой единицы). Этот символ вошел во всеобщее употребление благодаря К. Гауссу. Термин “*комплексные числа*” так же был введен Гауссом в 1831 году.

**Ответ впишите в строку № 3 контрольного листа.**

**Вопрос 3.** В каком году Л. Эйлер ввел букву для обозначения мнимой единицы? Для ответа на вопрос выполните действия. Ответы, полученные в ходе решения, и составят год открытия. (Ответ: 1777 год).

1) ;

2) ;

3) ;

4) .

**Ответ впишите в строку № 4 контрольного листа.**

Слово комплекс (от лат. *complexus*) означает связь, сочетание, совокупность понятий, предметов, явлений и т. д. Образующих единое целое.

После создания теории комплексных чисел возник вопрос о существовании «гиперкомплексных» чисел – чисел с несколькими «мнимыми» единицами. Такую систему построил в 1843 году ирландский математик У. Гамильтон.

.

**Вопрос 4.**

После создания теории комплексных чисел возник вопрос о существовании «гиперкомплексных» чисел – чисел с несколькими «мнимыми» единицами. Такую систему построил в 1843 году ирландский математик Уильям Гамильтон. Как назвал он гиперкомплексные числа? Для ответа на вопрос необходимо разгадать кроссворд. Полученное по вертикали слово и есть ответ на данный вопрос.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1.** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **2.** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **3.** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | **4.** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **5.** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **6.** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | **7.** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **8.** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **9.** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **10.** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**1**. Раздел математики, изучающий числа, их отношения и свойства.

**2.** Равенство, верное при любых значениях переменных

**3.** Четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

**4.** Одна сотая доля.

**5.** Натуральное число, стоящее под знаком обыкновенной дроби.

**6.** Результат умножения.

**7.** Символ, обозначающий какое-то число в алгебраическом выражении.

**8.**  Отрезок, соединяющий центр окружности с любой точкой, лежащей на окружности.

**9.** Оценка отклонения измеренного значения величины от её истинного значения.

**10.** Математический символ, обозначающий вычитание.

**Ответы на кроссворд:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1**.А | Р | И | Ф | М | Е | Т | И | **К** | А |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **2.**Т | О | Ж | Д | Е | С | Т | **В** | О |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **3.**П | **А** | Р | А | Л | Л | Е | Л | О | Г | Р | А | М | М |
|  |  | **4**.П | Р | О | Ц | Е | Н | **Т** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **5.**З | Н | А | М | **Е** | Н | А | Т | Е | Л | Ь |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **6.**П | **Р** | О | И | З | В | Е | Д | Е | Н | И | Е |  |  |
|  |  | **7.**П | Е | Р | Е | М | Е | **Н** | Н | А | Я |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **8.**Р | А | Д | **И** | У | С |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **9**.П | **О** | Г | Р | Е | Ш | Н | О | С | Т | Ь |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **10**.М | И | **Н** | У | С |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Ответ впишите в строку № 5 контрольного листа.**

Комплексные числа, несмотря на их «лживость» и недействительность, имеют очень широкое применение. Они играют значительную роль не только в математике, а также в таких науках, как физика, химия. В настоящее время комплексные числа активно используются в электромеханике, компьютерной и космической индустрии.

***6. Подведение итогов работы. Выставление оценок (7 мин).***

Вот и подходит к концу наше занятие. Подведем итоги нашей работы.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ***Задания*** | ***Ответы*** | | | | | | | | | | | | ***Сумма баллов*** |
| **1.** | Задание «Да – Нет» | 1 | | 2 | | | 3 | | 4 | | | 5 | | 5 |
| Да | | Нет | | | Да | | Нет | | | Да | |
| **2.** | Название чисел | Чисто отрицательные | | | | | | | | | | | | 1 |
| **3.** | Имя ученого | Р. Декарт | | | | | | | | | | | | 1 |
| **4.** | Год открытия | 1 | | | 7 | | | 7 | | | 7 | | | 4 |
| **5.** | Термин (кроссворд) | к | в | а | | т | е | р | н | и | | о | н | 10 |
| **Итого:** | | | | | | | | | | | | | | **21** |

**Оценка за занятие**

|  |  |
| --- | --- |
| 20-21 балл | отлично |
| 16-19 баллов | хорошо |
| 10-15 баллов | удовлетворительно |
| Менее 10 баллов | неудовлетворительно |

**Домашнее задание.** Богомолов Н.В. Практические занятия по математике, Гл.14, §2, №23,25,26 (чет).

**Рефлексия.**

Вопросы:

* 1. Что нового Вы узнали на занятии?
  2. Какое задание показалось Вам наиболее легким, интересным, затруднительным?

**Список используемой литературы:**

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. - М.: Высшая школа,2007.
2. Богомолов, Н.В. Сборник задач по математике: Учеб. Пособие для техникумов. М.: Дрофа, 2008.
3. Башмаков, М.И. Математика (базовый уровень) 10 - 11 Академия, 2008.