

Департамент образования города Москвы  
Государственное образовательное учреждение  
высшее профессиональное образование города Москвы  
“Московский городской педагогический университет”

Институт педагогики и психологии образования  
факультет начальных классов

Кафедра математики и методики ее преподавания в начальных классах

## **ДИПЛОМНАЯ РАБОТА**

Обучение младших школьников решению текстовых задач с  
использованием графических моделей

Исполнитель:

студентка 6 курса

очно-заочной формы обучения

Кудрявцева Евгения Валерьевна

Научный руководитель:

старший преподаватель

Попова Евгения Андреевна

Рецензент:

кандидат педагогических наук,

доцент

Конобеева Татьяна Анатольевна

Зав. Кафедрой:

кандидат педагогических наук,

профессор

Потапов Игорь Владимирович

Москва

2010-2011

## Содержание

<b>Введение</b> .....	<b>3</b>
<b>Глава 1. Методические основы обучения младших школьников решению текстовых задач</b>	
§ 1. Понятие “текстовая задача” и процесса ее решения.....	6
§ 2. Методические подходы к обучению решению задач в начальной школе.....	14
<b>Глава 2. Использование графических моделей при обучении решению текстовых задач во 2 классе</b>	
§ 1. Особенности моделирования при обучении решению текстовых задач в начальной школе.....	22
§ 2. Методические приемы обучения младших школьников решению текстовых задач с использованием графических моделей.....	27
§ 3. Опытное обучение и его результаты.....	37
Заключение.....	59
Список литературы.....	60
<b>Приложение</b>	

## Введение

На различных этапах развития начального математического образования проблема обучения младших школьников решению текстовых задач была одной из самых актуальных. Значительное место в курсе математики начальных классов отводится решению текстовых задач. Это традиционно трудный для большинства школьников материал. Текстовая задача помогает ученику усваивать математические понятия, глубже выяснять различные стороны взаимосвязей в окружающей его жизни, дает возможность применять изучаемые теоретические положения; решение задач способствует развитию логического мышления. Поэтому важно, чтобы учащийся имел представления о текстовой задаче, о ее структуре, умел решать задачи разными способами.

Работа по формированию умения решать задачи начинается с первых дней обучения в школе. Первые шаги при решении простых задач не вызывают у учащихся особых затруднений, но самостоятельное решение составных задач оказывается многим не по силам. Причиной трудностей является несформированность умений анализировать текст задачи, правильно выделять известное и неизвестное, устанавливать между ними связь. Решение текстовых задач арифметическим способом - с опорой на схемы, таблицы, краткие записи и другие модели - одно из требований Государственного образовательного стандарта.

Чтобы облегчить решение текстовой задачи используют графические модели. При этом используются такие операции мышления, как анализ через синтез, сравнение, классификация, обобщение, которые способствуют развитию мышления.

Графические модели необходимо использовать, так как отбрасывается излишняя информация; текст задачи преобразовывается в форму, удобную

для поиска плана решения<sup>1</sup>. Именно графические модели показывают взаимосвязь между известными и неизвестными в задаче величинами.

В литературе предложено немало практических приемов, облегчающих поиск способа решения задачи. Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины освоения учебного материала. Именно моделирование поможет в эффективном обучении решению текстовых задач. Необходимо проводить специальную работу в этой области.

Все это и определило тему исследования: “Обучение младших школьников использованию графических моделей в процессе решения текстовых задач”.

**Объект исследования:** процесс решения текстовых задач в начальной школе.

**Предмет исследования:** использование графического моделирования при обучении младших школьников решению текстовых задач.

**Цель исследования:** выявить влияние использования графических моделей на общее умение младших школьников решать текстовые задачи.

**Гипотеза исследования:** использование методических приемов при обучении графическому моделированию будет способствовать формированию у младших школьников общего умения решать текстовые задачи.

**Задачи исследования:**

- 1) проанализировать существующие методические приемы обучения решению задач в начальной школе;
- 2) выявить методические приемы работы с графической моделью при

---

<sup>1</sup> Обучение младших школьников решению текстовых задач: Сборник статей / Сост. Н.Б. Истомина, Г.Г. Шмырева. – 2-е изд. – Смоленск: Изд-во «Ассоциация 21 век», 2007.

обучении решению текстовых задач;

3) апробировать выявленные методические приемы работы с графическими моделями при обучении решению текстовых задач во 2 классе.

**Методы исследования:**

- 1) изучение методико-математической литературы;
- 2) опытная работа и анализ ее результатов.

**База исследования:** 2 «В» класс ГОУ города Москвы СОШ «Школа здоровья» №384. Учитель: Смирнова Дина Михайловна.

# Глава 1. Методические основы обучения младших школьников решению текстовых задач

## §1. Понятие “текстовая задача” и процесс ее решения

Текстовой задачей называется описание некоторой ситуации (явления, процесса) на естественном и (или) математическом языке с требованием либо дать количественную характеристику какого-то компонента этой ситуации (определить числовое значение некоторой величины по известным числовым значениям других величин и зависимостям между ними), либо установить наличие или отсутствие некоторого отношения между ее компонентами или определить вид этого отношения, либо найти последовательность требуемых действий.<sup>2</sup> В начальном курсе математики понятие «задача» обычно используют тогда, когда речь идет об арифметических задачах. Они формулируются в виде текста, в котором находят отражение количественные отношения между реальными объектами. Поэтому их называют «текстовыми», «сюжетными», «вычислительными»:

- ✓ текстовыми, т.к. сформулированы на естественном языке;
- ✓ сюжетными, т.к. в них обычно описывается количественная сторона явлений;
- ✓ арифметическими, т.к. они представляют собой задачи на разыскание искомого и сводятся к вычислению неизвестного значения некоторой величины с помощью арифметических операций над числами.

При обучении младших школьников математике решению этих задач уделяется большое внимание.

---

<sup>2</sup> Стойлова Л.П. Математика: Учебник для студентов высших педагогических учебных заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2002.

Это обусловлено следующим<sup>3</sup>:

- ✓ в сюжетах находят отражение практические ситуации, имеющие место в жизни ребенка. Это помогает ему осознать реальные количественные отношения между различными объектами (величинами) и тем самым углубить и расширить свои представления о реальной действительности;
- ✓ решение этих задач позволяет ребенку осознать практическую значимость тех математических понятий, которыми он овладевает в начальном курсе математики;
- ✓ в процессе их решения у ребенка можно формировать умения, необходимые для решения любой математической задачи (выделять данные и искомое, условие и вопрос, устанавливать зависимость между ними, строить умозаключения, моделировать, проверять полученный результат).

Термин «решение задачи» употребляется в научно-методической работе обычно в четырех разных смыслах<sup>4</sup>:

1. Процесс перехода от условия к выполнению требования задачи (к ответу на вопрос задачи) или процесс выполнения плана решения;
2. Запись результата процесса решения (Покажи мне свое решение);
3. Ответ на вопрос задачи или вывод о выполнении требования (Назови свое решение);
4. Способ, метод перехода от условия к выполнению требования задачи (Какое красивое решение найдено!).

---

3 Белошистая А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений. - М.: Гуманитар. Изд. центр ВЛАДОС, 2007.

4 Александрова Э.И. Как научить решать текстовые задачи? Методические рекомендации // Начальная школа. - 1999. - № 7.

Царева С.Е.<sup>5</sup> в своей статье «Методика обучению решению задач» обращает наше внимание на то, что понятия «решение задач» и «обучение решению задач» имеют существенные различия. Обучение решению задач – это специально организованное взаимодействие учителя и учащихся, цель которого – формирование у учащихся умения решать задачи (формирование общего умения решать задачи и умения решать задачи определенного вида).

Следует иметь в виду, что понятие «решение задачи» можно рассматривать с различных точек зрения:

- решение как результат, то есть как ответ на вопрос, поставленный в задаче;
- решение как процесс нахождения этого результата.

«Решить задачу — значит раскрыть связи между данными и искомыми, заданные условием задачи, на основе чего выбрать, а затем выполнить арифметические действия и дать ответ на вопрос задачи».<sup>6</sup>

Согласно этому определению, для полноценной работы над задачей ребенок должен уметь:

- ✓ хорошо читать и понимать смысл прочитанного;
- ✓ анализировать текст задачи, выявляя его структуру и взаимоотношения между данными и искомыми;
- ✓ правильно выбирать и выполнять арифметические действия (и следовательно, быть хорошо знакомым с ними);
- ✓ записывать решение задачи с помощью соответствующей математической символики.

Из выше изложенных фактов видно — задача является неотъемлемой частью любой программы по математике, и необходимость ее включения в эти программы ясна, но, к сожалению, не все возможности задачи

---

5 Обучение младших школьников решению текстовых задач: Сборник статей/ Сост. Н.Б.Истомина, Г.Г. Шмырева. – 2-е изд. – Смоленск: Изд-во «Ассоциация 21 век», 2007.

6 М.А. Бантова, Г.В. Белютькова «Методика преподавания математики в начальных классах». М., 1984.

реализуются на данный момент в начальной школе. Решение любой задачи – процесс сложной умственной деятельности. Чтобы овладеть им, надо знать основные этапы решения задачи и некоторые приемы их выполнения.

Деятельность по решению задачи арифметическим методом включает несколько основных этапов, которые не имеют четких границ и не всегда выполняются одинаково полно. Все зависит от уровня знаний и умений решающего. Рассмотрим таблицу, предложенную Стойловой Л.П.<sup>7)</sup>, в которой приведены этапы решения задачи и приемы их осуществления:

№	Этап решения задачи	Назначение этапа	Возможные приемы
1	Анализ задачи (всегда направлен на ее требование)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- понять в целом ситуацию, описанную в задаче;</li> <li>- выделить условия и требования;</li> <li>- назвать известные и искомые объекты, выделить все отношения (зависимости) между ними.</li> </ul>	<p><i>Задать специальные вопросы и ответить на них:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. О чем задача?</li> <li>2. Что требуется найти в задаче?</li> <li>3. Что обозначают те или иные слова в тексте задачи?</li> <li>4. Что в задаче неизвестно?</li> <li>5. Что является искомым?</li> </ol> <p><i>Перефразировка текста задачи:</i> замена данного в задаче описания некоторой ситуации другим, сохраняющим все отношения, связи, качественные характеристики, но более явно их выражающим. Отбрасывается несущественная, излишняя информация, текст задачи преобразовывается в форму, удобную для поиска плана</p>

<sup>7</sup> Стойлова Л.П. Математика: Учебник для студентов высших педагогических учебных заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2002.

			<p>решения.</p> <p><i>Разбиение текста на смысловые части:</i> эффективно использовать с приемом перефразировки, в результате чего выделяются основные ситуации.</p> <p><i>Построение вспомогательной модели задачи:</i> служит формой фиксации анализа текстовой задачи и является основным средством поиска плана ее решения; основное назначение – представить задачу в знаково-символической форме так, чтобы она оказалась для решающего максимально понятной.</p>
2	<p>Поиск и составление плана решения задачи</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- установить связь между данными и исходными объектами;</li> <li>- наметить последовательность действий.</li> </ul>	<p><i>Разбор задачи по тексту:</i></p> <p>проводится в виде цепочки вопросов:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- от данных к вопросу (в тексте выделить пару данных и на основе знания связи между ними определить, какое неизвестное м.б. найдено по этим данным и с помощью какого арифметического действия, и так до тех пор, пока не получим искомое);</li> <li>- от вопроса к данным (обратить внимание на вопрос и установить, что достаточно узнать для ответа на этот вопрос, обратиться к условиям и выяснить хватает ли</li> </ul>

			данных, составить план решения). <i>Разбор задачи по ее вспомогательной модели:</i> модель выполняется в процессе анализа, с помощью нее ищем план решения.
3	Осуществление плана решения задачи	Найти ответ на требование задачи, выполнив все действия в соответствии с планом.	<i>Запись по действиям:</i> - с пояснением (к каждому выполненному действию записываем пояснение); - без пояснения (даем их устно или не даем вообще); - с вопросами. <i>Запись в виде выражения:</i> осуществляем поэтапно, сначала записываем отдельные шаги в соответствии с планом, затем составляют выражение и находят его значение. Пояснения к действиям можно не записывать, а давать их в устной форме.
4	Проверка решения задачи	Установить правильность или ошибочность выполненного решения.	<i>Установление соответствия между результатом и условиями задачи:</i> найденный результат вводится в текст задачи и на основе рассуждений устанавливается, не возникает ли при этом противоречия. Проверяются все отношения, имеющиеся в задаче, и если устанавливается, что противоречия не возникает, то делают вывод о том, что задача

			<p>решена верно.</p> <p><i>Решение задачи другим способом:</i></p> <p>если решение задачи другим способом приводит к тому же результату, то делаем вывод о том, что задача решена верно.</p>
--	--	--	--

Также рассмотрим назначение каждого этапа, предложенные Смолеусовой Т.В. в статье «Этапы, методы и способы решения задачи»<sup>8</sup>:

Название этапа	Цель этапа	Приемы выполнения этапа
Восприятие задачи	Понять задачу, т.е. выделить все множества и отношения, величины и зависимости между ними, числовые данные, лексическое значение слов	<ul style="list-style-type: none"> <li>- драматизация, обыгрывание задачи;</li> <li>- разбиение текста задачи на смысловые части;</li> <li>- постановка специальных вопросов;</li> <li>- переформулировка;</li> <li>- перефразирование (заменить термин содержанием; заменить описание термином, словом; заменить синонимом; убрать несущественные слова; конкретизировать, добавив не меняющие смысл подробности);</li> <li>- построение модели (схема, рисунок, таблица, чертеж, предметная модель, выражение);</li> <li>- определение вида задачи и выполнение соответствующей схемы – краткой записи (частный подход).</li> </ul>
Поиск плана решения задачи	«Связать» вопрос и условие	<ul style="list-style-type: none"> <li>- рассуждения (от условия к вопросу, от вопроса к условию, по модели, по словесному заданию отношений);</li> <li>- составление уравнения;</li> <li>- знания о решении «таких» задач, название вида, типа задачи (частный подход).</li> </ul>

<sup>8</sup> Обучение младших школьников решению текстовых задач: Сборник статей/ Сост. Н.Б. Истомина, Г.Г. Шмырева. – 2-е изд. – Смоленск: Изд-во «Ассоциация 21 век», 2007.

Выполнение плана	Выполнить операции в соответствующей математической области (арифметика, алгебра, геометрия, логика и др.) устно или письменно	<ul style="list-style-type: none"> <li>- арифметические действия оформляем: выражением, по действиям (без пояснения, с пояснением, с вопросами);</li> <li>- измерение, счет на модели;</li> <li>- решение уравнений;</li> <li>- логические операции;</li> <li>- выполнение алгоритма решения «таких» задач, название вида, типа задачи (частный подход).</li> </ul>
Проверка	Убедиться в истинности выбранного плана и выполненных действий, после чего сформулировать ответ задачи	<p>До решения: прикидка ответа или установление границ с точки зрения здравого смысла, без математики.</p> <p>Во время решения: по смыслу полученных выражений; осмысление хода решения по вопросам.</p> <p>После решения задачи: решение другим способом; решение другим методом; подстановка результата в условие; сравнение с образцом; на малых числах; составление и решение обратной задачи.</p>

Из данных таблиц видно, что этапы схожи. Многие методисты придерживаются данного алгоритма решения задачи. Итак, выделим еще раз этапы решения задачи:

- 1) Чтение и осмысление (анализ) текста задачи.
- 2) Поиск плана решения задачи.
- 3) Осуществление плана решения задачи.
- 4) Проверка решения задачи.

## §2. Методические подходы к обучению решению задач в начальной школе

Существуют разные методики обучения школьников решению задач. В рамках методической концепции развивающего обучения младших школьников математике<sup>9</sup> на первый план выдвигается формирование у учеников:

- ✓ общего подхода к работе над текстом любой задачи;
- ✓ умения осуществлять моделирование в процессе ее решения.

Как уже было отмечено выше: «Решить задачу — значит раскрыть связи между данными и искомыми, заданные условием задачи, на основе чего выбрать, а затем выполнить арифметические действия и дать ответ на вопрос задачи».<sup>10</sup> Смолеусова Т.В. в своей статье «Этапы, методы и способы решения задачи»<sup>11</sup> предлагает следующую схему, которая отражает подходы к обучению решению задач в начальной школе:



**Частный подход** — нацелен на формирование у учащихся умения решать ряд типовых задач.

Задача — средство раскрытия смысла арифметических действий и

---

9 Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах. Учебное пособие для студентов сред. пед. учеб. заведений и факультетов начальных классов педвузов. - М., 1998.

10 Бантова М.А., Белютькова Г.В. «Методика преподавания математики в начальных классах». М., 1984.

11 Обучение младших школьников решению текстовых задач: Сборник статей/ Сост. Н.Б. Истомина, Г.Г. Шмырева. – 2-е изд. – Смоленск: Изд-во «Ассоциация 21 век», 2007.

формирования других математических понятий и способов действий.

**Общий подход** — нацелен на умение осуществлять поиск решения любой задачи. Цель данного подхода научить детей выполнять семантический и математический анализ текстовых задач, выявлять взаимосвязи между условием и вопросом, данными и искомыми и представлять эти связи в виде схематических и символических моделей<sup>12</sup>.

Задача — объект для изучения.

При частном подходе дети сначала учатся решать простые задачи. А затем составные, включающие в себя различные сочетания простых задач.

Процесс обучения решению простых задач является одновременно процессом формирования математических понятий. В связи с этим, в зависимости от тех понятий, которые рассматриваются в курсе математики начальных классов, простые задачи делятся на три группы<sup>13</sup>.

Первая группа включает простые задачи, при решении которых дети усваивают конкретный смысл каждого из арифметических действий (1 — нахождение суммы; 2 — нахождение остатка; 3 — нахождение суммы одинаковых слагаемых; 4 — деление на равные части; деление по содержанию).

Вторая группа включает простые задачи, при решении которых учащиеся усваивают связь между компонентами и результатами арифметических действий. Это простые задачи на нахождение неизвестного компонента (8 видов).

Третья группа — простые задачи, при решении которых раскрываются понятия разности (6 видов) и кратного отношения (6 видов).

---

12 Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах. Учебное пособие для студентов сред. пед. учеб. заведений и факультетов начальных классов педвузов. - М., 1998.

13 Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Методика преподавания математики в начальных классах, - М., Просвещение, 1984.

Основным методом обучения решению составных задач при данном подходе является «показ способов решения определенных видов задач и значительная, порой изнурительная практика по овладению ими»<sup>14</sup>.

Ниже представлена таблица, более подробно отражающая суть каждого подхода.<sup>15</sup>

<b>Параметры сравнения</b>	<b>Частный подход</b>	<b>Общий подход</b>
<b><i>Приоритетная цель действий</i></b>	Умение решать задачи определенных типов.	Умение осуществлять поиск плана решения любой задачи.
<b><i>Общий план действий</i></b>	- ознакомление с характерными признаками типа и соответствующим алгоритмом решения задач; - упражнения в распознавании типа той или иной задачи и в выборе соответствующего алгоритма действий; - тренировки в решении задач разных типов различной сложности.	- выделение круга специальных знаний о задаче и процессе ее решения, а также системы общих умений и методических приемов работы с задачей любого типа; - организация учебной деятельности учащихся, направленной на усвоение этого круга знаний и умений.
<b><i>Функции текстовых задач в курсе начальной математики</i></b>	- средство раскрытия смысла арифметических действий и формирование других математических понятий и способов действий курса	- объект для изучения; - материал для организации постановки и решения учебных задач, связанных с процессом формирования

14 Фридман Л.М., Турецкий Е.И. Как научить решать задачи. - М., Просвещение, 1989.

15 Овчинникова В.С. Методика обучения решению задач в начальной школе. Учебное пособие по курсу «Методика обучения математике» для студентов педагогических факультетов высших учебных заведений. - М.: Жизнь и мысль, 2003.

	<p>начальной математики, а также те условия, в которых школьники учатся пользоваться математическими знаниями в жизни;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- тренировочный материал для освоения учащимися умения решать типовые задачи, круг которых обозначен программой обучения математике;</li> <li>- решение типовых задач — среда, в которой формируются представления о задаче вообще и о процессе решения любой задачи (эта функция реализуется спонтанно, благодаря объективно существующей связи частного с общим).</li> </ul>	<p>представлений о задаче и процессе ее решения, а также с освоением технических приемов, которые облегчают поиск решения и проверку найденного решения любой задачи;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- средство для обучения использованию ранее приобретенных ЗУН, то есть средство формирования более высокого уровня усвоения математического содержания курса начальной математики;</li> <li>- решение задач — среда, в которой дети учатся выделять некоторые типы задач на основе общего для каждого типа способа решения, то есть учатся самостоятельно составлять простейшие алгоритмы действий, по которым решаются выделенные типы задач (умение складывается на основе выделения частного из общего).</li> </ul>
<p><b><i>Характер способов формирования у младших школьников представления о задаче</i></b></p>	<p>Представление о том, что такое «задача» формируется эмпирическим путем. Знакомство со структурой</p>	<p>Представление о том, что такое «задача» формируется путем организации условий проживания детьми</p>

	<p>задачи носит формальный характер.</p>	<p>проблемных ситуаций, порождающих у них ощущение неизвестного, которое, в свою очередь, вызывает потребность в анализе условий, в которых будет осуществляться поиск неизвестного. Таким образом учащимся дается возможность увидеть процесс возникновения задачи и понять значение связи между искомыми и данными. В качестве ведущих методов познания выступают анализ и сравнение, направленных на выделение существенных признаков понятия «задача».</p>
<p><i>Характер представлений, формируемых у младших школьников о том, что значит «решить задачу»</i></p>	<p>Главную роль играют вычисления.</p> <p>Формируется представление о решении задачи как о результате (нашел число — значит решил).</p> <p>Понимание словосочетания «решить задачу» как призыва к распознаванию типа задачи и применению соответствующего алгоритма действий приобретает школьниками эмпирическим путем.</p>	<p>Главное — развитие личности ребенка.</p> <p>Факт получения численного значения искомой величины преподносят как венец, как свидетельство успешного завершения решения задачи, разумеется после проверки истинности полученного результата.</p> <p>Систематически организуя поиск «идеи» решения той или иной задачи, достижение ключевого момента поиска и</p>

	<p>Представление о решении задачи как о процессе поиска «идеи» решения задачи, имеющем определенный состав действий и последовательность их выполнения (осмысление задачи в той форме, в которой она представлена; поиск плана действий; реализация намеченного плана; проверка правильности решения), может быть получено спонтанно одаренными детьми.</p>	<p>переживание озарения догадкой, учитель отождествляет в представлениях детей решение задачи с работой мысли, направленной на отыскание способа действия и составление развернутого плана действий.</p> <p>Вычислительные операции при работе с текстовыми задачами воспринимаются детьми как следствие из найденного решения, как шаги по реализации плана решения, которые выделяются в самостоятельные вычислительные задачи (при этом вполне допускается ситуация, когда дети еще не могут решить эти вычислительные задачи, так как не владеют необходимыми для этого знаниями и умениями, но могут решить данную текстовую задачу).</p>
--	---	--

Все выше изложенное показывает, что более эффективная работа над задачей, способствующая всестороннему развитию личности ребенка, идет при общем подходе. Процесс решения задач (простых и составных) рассматривается как переход от словесной модели к модели математической

или схематической. В основе осуществления этого перехода лежит математический анализ текста (выделение математических понятий и отношений) и семантический анализ. Естественно, учащиеся должны быть подготовлены к этой деятельности. Отсюда следует, что знакомству младших школьников с текстовой задачей должна предшествовать специальная работа по формированию математических понятий и отношений, которые они будут исследовать при решении текстовых задач.

Так как процесс решения задач связан с выделением посылок и построением умозаключений, необходимо также сформировать у младших школьников (до знакомства с задачей) те логические приемы мышления (анализ, синтез, обобщение, сравнение), которые обеспечивали бы их мыслительную деятельность в процессе решения задач.

До знакомства с задачей учащимся также необходимо приобрести определенный опыт в соотнесении предметных, текстовых, схематических и символических моделей, который они смогут использовать для интерпретации текстовой модели.

Таким образом, готовность школьников к знакомству с текстовой задачей предполагает сформированность:

- а) навыков чтения;
- б) представлений о смысле действий сложения и вычитания, их взаимосвязи, понятий «увеличить (уменьшить) на», разностного сравнения;
- в) основных мыслительных операций: анализ и синтез, сравнение;
- г) умения описывать предметные ситуации и переводить их на язык схем и математических символов;
- д) умения чертить, складывать и вычитать отрезки;
- е) умения переводить текстовые ситуации в предметные и схематические модели.

Современный учитель должен обучать решать задачи в начальной школе в русле общего подхода. Именно работа в русле общего подхода позволяет не спонтанно формировать понятие о задаче и процессе ее решения, а вести целенаправленную работу по формированию и развитию общего умения решать задачи. Такая работа невозможна без использования моделирования при обучении решению текстовых задач в начальной школе.

## **Глава 2. Использование графических моделей при обучении решению текстовых задач в начальной школе**

### **§1. Особенности моделирования при обучении решению текстовых задач в начальной школе**

Рассматривая процесс решения текстовой задачи, мы неоднократно использовали термин «модель», «моделирование». Чтобы решить задачу, надо построить ее математическую модель (описание какого-либо реального процесса на математическом языке). Математической моделью текстовой задачи является выражение, если задача решается арифметическим методом, и уравнение, если задача решается алгебраическим методом.

В процессе решения задачи четко выделяются три этапа математического моделирования:

1 этап – перевод условий задачи на математический язык; при этом выделяются необходимые для решения данные и искомые и математическими способами описываются связи между ними;

2 этап – внутримодельное решение (т.е. нахождение значения выражения, выполнение действий, решение уравнения);

3 этап – интерпретация, т.е. перевод полученного решения на тот язык, на котором была сформулирована исходная задача<sup>16</sup>.

Наибольшую сложность представляет первый этап. Чтобы облегчить эту процедуру, строят вспомогательные модели – таблицы, схемы и др. Тогда процесс решения задачи можно рассматривать как переход от одной модели к другой (от словесной к вспомогательной, затем к математической).

Такой подход к процессу решения задачи разделяют и психологи. Они

---

<sup>16</sup> Стойлова Л.П. Математика: Учебник для студентов высших педагогических учебных заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2002.

считают, что процесс решения задачи есть сложный процесс поиска системы моделей и определенной последовательности перехода от одного уровня моделирования к другому, более обобщенному, что решение задачи есть процесс ее переформулирования. При этом основная форма мышления, осуществляющая это переформулирование, есть анализ через синтез, когда объект в процессе мышления включается во все новые связи и в силу этого выступает во все новых качествах. Главным средством переформулирования является моделирование.

Прием моделирования заключается в том, что для исследования какого-либо объекта выбирают другой объект, в каком-то отношении подобный тому, который исследуют. Построенный новый объект изучают, с его помощью решают исследовательские задачи, а затем результат переносят на первоначальный объект.

Все модели можно разделить (по видам средств, используемых для их построения) на схематизированные и знаковые. Рассмотрим подробнее их в таблице<sup>17</sup>:

№	Классификация моделей (по видам средств, используемых при построении)	Классификация моделей (по действию, которое они выполняют)	Пояснения
1	Схематизированные	- вещественные (предметные)	- обеспечивают физическое действие с предметами; - они могут строиться из каких-либо предметов (пуговиц, спичек и т.д.); - они м.б. представлены разного рода инсценировками сюжета задач;

<sup>17</sup> Бородулько М.А., Стойлова Л.П. Обучение решению задач и моделирование // Начальная школа — 1996. - № 8.

			- мысленное воссоздание реальной ситуации, описанной в задаче, в виде представлений.
		- графические	- используются для обобщения, схематического воссоздания ситуации задачи; К ним относятся: 1. Рисунок; 2. Условный рисунок; 3. Чертеж (выполняется с помощью чертежных инструментов с соблюдением заданных отношений); 4. Схематический чертеж (или просто схема – выполняется от руки, указываются все данные и искомые).
2	Знаковые	- на естественном языке	- краткая запись задачи; - таблица (используется, когда в задаче имеется несколько взаимосвязанных величин, каждая из которых задана одним или несколькими значениями).
		- на математическом языке	- выражение; - уравнение; - система уравнений; - запись решения задачи по действиям.

Модели, выполненные на математическом языке, называются *решающими* моделями (поскольку на этих моделях происходит решение задачи). Остальные схематизированные и знаковые модели, выполненные на естественном языке, называются *вспомогательными* (обеспечивают переход

от текста задачи к математической модели). Так как модель – это своеобразная копия задачи, на ней должны быть представлены все ее объекты, все отношения между ними, указаны требования.

Для большинства текстовых задач приходится строить различные вспомогательные модели. С одной стороны, эти модели представляют собой результат анализа задачи, но с другой – построение таких моделей организует и направляет детальный и глубокий анализ задачи.

Основными принципами построения учебной модели являются следующие<sup>18</sup>:

- ✓ модель должна отражать особые (в данном случае количественные) отношения реальной действительности;
- ✓ модель может и должна замещать соответствующие реальные объекты, явления, процессы, ради которых она была создана;
- ✓ модель, отображая структуру исследуемого объекта, процесса, ситуации способна замещать его так, что ее изучение дает нам новую информацию об этом объекте, процессе, ситуации.

Средствами построения графической модели могут служить символы, знаки, рисунки, чертежи, схемы.

Необходимо помнить, что не всякая краткая запись или чертеж, выполненные для данной задачи, являются ее моделями. Так как модель – это своеобразная копия задачи, то на ней должны быть представлены все ее объекты, все отношения между ними, указаны требования<sup>19</sup>.

Важно научить младших школьников использовать различные виды моделей в процессе решения текстовых задач. В этом учителю могут помочь

---

18 Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике: История, теория, методика: Учебное пособие для учителей и студентов педвузов и колледжей. - М., 2002.

19 Попова Е.А. Методика обучения младших школьников решению текстовых задач на процессы. - М., 2008.

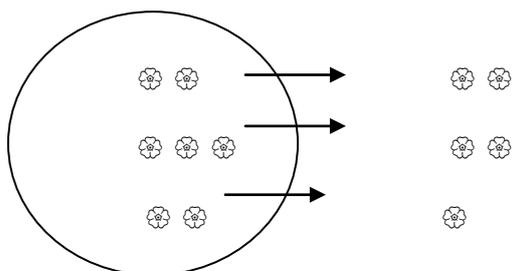
специально подобранные методические приемы обучения использованию моделей.

## §2. Методические приемы обучения младших школьников решению текстовых задач с использованием графических моделей

Известный отечественный психолог А.Н. Леонтьев<sup>20</sup> писал: «Актуально сознается только то содержание, которое является предметом целенаправленной активности субъекта». Поэтому, чтобы структура задачи стала предметом анализа и изучения, необходимо отделить ее от всего несущественного и представить в таком виде, который обеспечивал бы необходимые действия. Сделать это можно путем особых знаково-символических средств – моделей, однозначно отображающих структуру задачи и достаточно простых для восприятия младшими школьниками. Уровень овладения моделированием определяет успех решающего. Поэтому обучение моделированию занимает особое и главное место в формировании умения решать задачи.

*Графические модели*, как правило, используются для обобщения, схематического воссоздания ситуации задачи. Модели этого вида сохраняют наглядность, присущую предметным моделям, но воспроизводят реальную ситуацию, описываемую в задаче, обобщенно: в виде рисунка, чертежа, схематического чертежа (схемы).

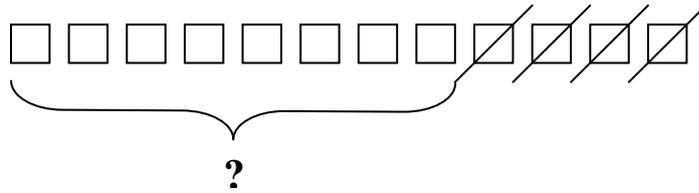
Например, *рисунок* к задаче: «На клумбе было 12 цветов. Маша набрала букет из 5 цветов. Сколько цветов осталось на клумбе?» может быть таким:



---

20 Леонтьев А.Н. Психологические вопросы сознательности учения.// Известия АПН РСФСР — М., 1947. вып. 7.

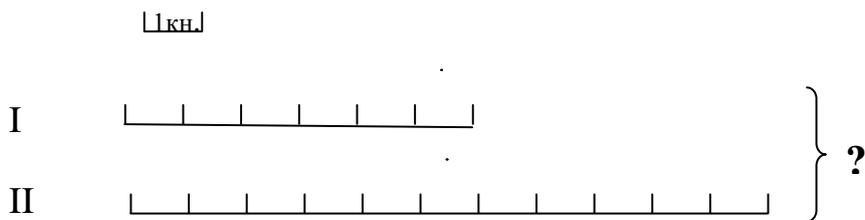
**Условный рисунок** может выглядеть так:



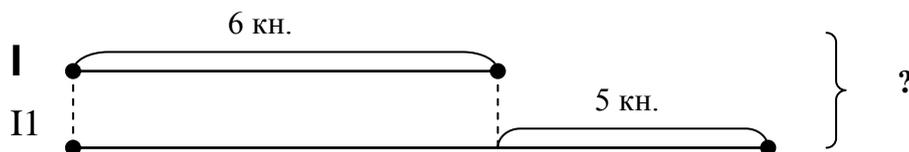
Работа с рисунком аналогична работе с предметной моделью, только рисунок не обеспечивает непосредственное физическое действие с предметами, и прежде чем с ним работать, его нужно выполнить на бумаге (на доске).

**Чертеж** как вспомогательная модель выполняется при помощи чертежных инструментов с соблюдением заданных отношений (масштаб), а **схематический чертеж (схема)** может выполняться от руки, но и на нем указываются все данные и искомые.

Например, к **задаче**: «На одной полке стоит 6 книг, на другой на 5 больше. Сколько книг на двух полках?» можно выполнить такой чертеж:



И следующий схематический чертеж (схема):

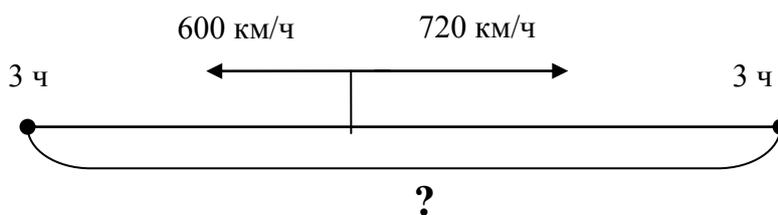


Для моделирования задач на движение двух тел (встречное движение, движение в одном направлении, движении в противоположных направлениях) также используется схематический чертеж. Но особенность

его заключается в том, что величины расстояние и время моделируются в виде отрезка, а скорость и направление движения в виде вектора (стрелки).

Например, задача: «С одного аэродрома одновременно в противоположных направлениях вылетели два самолета. Скорость одного из них 600 км/ч, скорость другого – 720 км/ч. На каком расстоянии друг от друга находились самолеты через 3 часа?»

Схематический чертеж будет выглядеть следующим образом<sup>21</sup>:



Какие же приемы использовать для того, чтобы научить детей моделировать? С чего начать работу по моделированию?

Для ответа на эти вопросы обратимся к мнению различных методических рекомендаций. В пособие «Как научить детей решать задачи» Лавриенко Т.А. предложены приемы работы с рисунками и схемами<sup>22</sup>:

**1.** Начинать с дочислового периода выполнять практические упражнения по всем видам задач, объяснять полученный результат и выборочно зарисовывать в тетрадь.

Примеры заданий:

**№ 1.** Положите три красных кружка, а ниже положите 5 синих кружков. Сколько всего кружков вы положили?

21 Попова Е.А. Методика обучения младших школьников решению текстовых задач на процессы. - М., 2008.

22 Лавриенко Т.А. Как научить детей решать задачи: Методические рекомендации для учителей начальных классов. - Саратов: Лицей, 2000.

● ● ● 3

● ● ● ● ● 5

№ 2. Положите 6 квадратов, а теперь 2 уберите. Сколько осталось квадратов?

6



2

№ 3. Положите три круга, а внизу положите на 2 квадрата больше. Сколько вы положили квадратов? Как вы выкладывали квадраты?



2

№ 4. Положите 7 желтых треугольников, а внизу красных треугольников на 3 меньше, чем желтых. Сколько красных треугольников вы положили? Как догадались?

7



3



№ 5. Положите 5 квадратов. Ниже положите 3 круга. Чего больше? На сколько больше? Как вы догадались?



5



3

2. После знакомства со знаками «+» и «-» необходимо продолжить

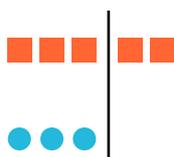
выполнение практических упражнений, применяя графическое моделирование, вводя тексты задач и выбирая нужное действие.

Примеры заданий:

**№ 1.** На ветке сидело 8 птичек (положите 8 палочек), 3 птички улетели (отодвиньте 3 палочки). Сколько палочек осталось? Какое действие выберем? (отодвинули, значит, вычитание).

 $8 - 3 = 5$

**№ 2.** У Коли 5 машинок (положите 5 квадратиков), а у Сережи на 2 машинки меньше (выложите машинки Сережи кружочками). Сколько машинок у Сережи? Какое действие выберем? Почему? (Мы закрыли 2 квадрата, а сколько осталось — столько и выложим кружков. Убрали 2 квадрата, значит, действие — вычитание).

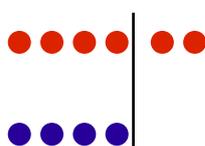
 $5 - 2 = 3$

Учим правило: «На ... меньше — делаем вычитание»

**№ 3.** У Кати 6 красных шаров (выкладываем 6 красных кружков) и 4 синих (выкладываем внизу 4 синих кружка). На сколько у Кати красных шаров больше, чем синих?

– Как найдем на сколько больше красных шаров? (Нужно из красных отодвинуть столько, сколько синих, узнаем на сколько больше красных шаров)

– Какое действие выберем? (Мы отодвинули шары, значит, действие вычитание).

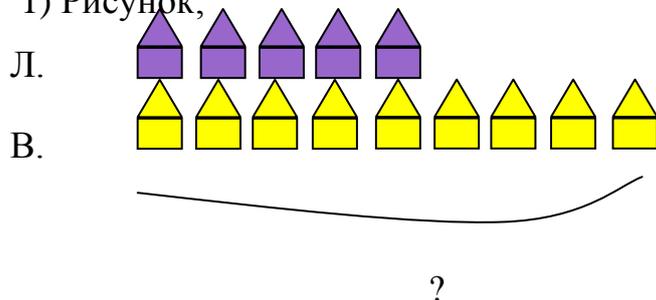
 $6 - 4 = 2$

Учим правило: «Чтобы сравнить, на сколько одно число больше другого, нужно из большего вычесть меньшее».

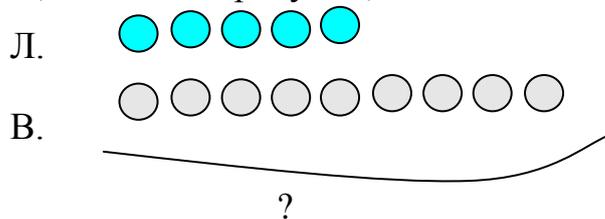
Затем можно приступать к обучению графическому моделированию.

Рассмотрим виды графических моделей:

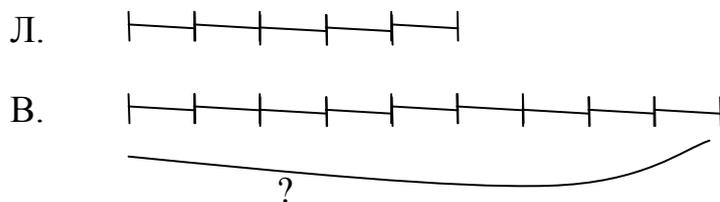
1) Рисунок;



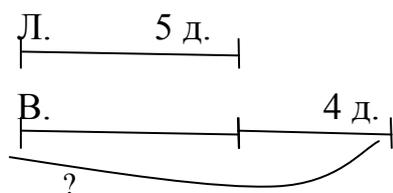
2) Условный рисунок;



3) Чертеж (выполняется с помощью чертежных инструментов с соблюдением заданных отношений);



4) Схематический чертеж (или просто схема – выполняется от руки, указываются все данные и искомые).



Схематический чертеж<sup>23</sup>:

- ✓ наглядно отображает каждый элемент отношения, что позволяет ему оставаться простым и при любых преобразованиях данного отношения;
  - ✓ обеспечивает целостность восприятия задачи;
  - ✓ позволяет увидеть сущность объекта в «чистом» виде, без отвлечения на частные конкретные характеристики (числовые значения величин, яркие изображения), что трудно сделать, используя другие графические модели;
  - ✓ обладая свойствами предметной наглядности, конкретизирует абстрактные отношения, что нельзя увидеть, например, выполнив краткую запись задачи;
  - ✓ обеспечивает поиск плана решения, что позволяет постоянно соотносить физическое (или графическое) и математическое действия.
- Умение пользоваться схематизированными моделями (вещественными, рисунками, схемами, чертежами) и моделями на естественном языке (краткой записью, таблицей) необходимо на 2 этапе решения задачи – поиск плана решения задачи. В методической литературе предлагаются следующие приемы работы с графическими моделями<sup>24</sup>:

1. Установление соответствия между задачей и предложенной графической моделью.
2. Составление графических моделей различных видов к одной и той же задаче.
3. Установление соответствия между разными видами графических моделей к одной задаче.
4. Сравнение предложенных к данной задаче графических моделей разного

---

23 Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах. Уч. пособие. – М.: «АКАДЕМА», 2002.

24 Попова Е.А. Методика обучения младших школьников решению текстовых задач на процессы. - М., 2008.

вида и выбор одной с последующим обоснованием.

5. Выбор графической модели из нескольких одного вида, составленных к одной и той же задаче, отличающихся:

- полнотой отражения задачи;
- наличием ошибок;
- четкостью выделения исходного отношения.

6. Заполнение частично заполненной или незаполненной графической модели к данной задаче.

7. Преобразование графических моделей, выполненных с ошибками.

8. Восстановление задачи по предложенной графической модели.

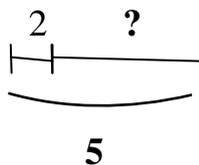
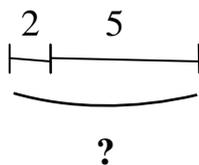
9. Составление задачи по предложенной графической модели.

Рассмотрим, как реализуются данные методические приемы работы с графическими моделями в пособиях Истоминой Н.Б. «Учимся решать задачи»<sup>25</sup>):

**1. Выбор одной из нескольких данных схем к задаче, отличающихся местом расположения той или иной информации.**

*Например:* У Тани было несколько значков. Она подарила 2 значка

подруге, и у нее осталось 5 значков. Сколько значков было у Тани? Какой схематический чертеж подходит к этой задаче?



**2. Выполнение рисунка к данной задаче.**

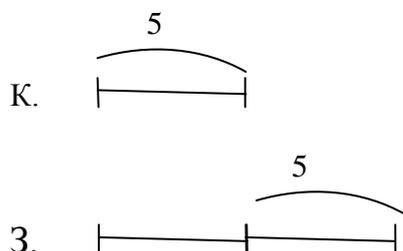
*Например:* У Игоря в пенале 10 цветных карандашей и 2 простых. Сколько всего карандашей у Игоря? Выполните рисунок к данной задаче.

---

25 Истомина Н.Б. Учимся решать задачи. Тетрадь по математике для 2-го класса начальной школы. М.: Издательство «ЛИНКА-ПРЕСС», 2010.

**3. Дополнение задачи по модели и заполнение частично-заполненной модели.**

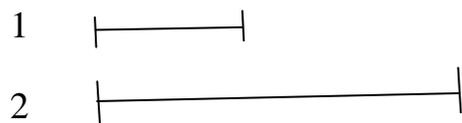
*Например:* В гараже стояло 5 красных машин, а синих на 4 меньше, чем зеленых. Сколько машин было в гараже? Дополни недостающие данные в модели и реши задачу.



С.

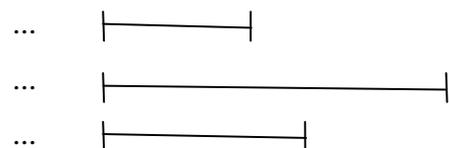
**4. Дополнение числовых данных и вопроса в предложенной модели.**

*Например:* На первой полке 5 кастрюль, а на второй — 15. Сколько всего кастрюль на двух полках? Заполните предложенную модель.



**5. Выбор предмета (вещи, человека), к которым относится модель.**

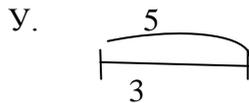
*Например:* Мама заготовила 8 банок компота из яблок, 4 банки компота из слив и 6 банок компота из клубники. Отметь отрезки, которые обозначают банки компота из слив (С.), банки компота из яблок (Я.), банки компота из клубники (К.).



**6. Исправление специально допущенных ошибок.**

*Например:* В продуктовом магазине работает 3 человека, а в универмаге на 5 человек больше. Сколько человек работают в этих магазинах? Исправьте

ошибки, допущенные в модели задачи.



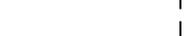
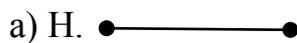
**7. Соотнесение элементов модели с определенным фрагментом задачи.**

*Например:* прочитайте задачу и подумайте, что изображено на чертеже. Мама сварила 8 литров варенья и разложила их в банки по 2 литра. Сколько двухлитровых порций варенья получилось?

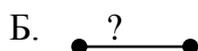
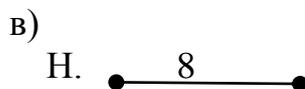


**8. Выбор одной из нескольких схем, отличающихся формой завершенности.**

*Например:* Наде 8 лет. Она на три года старше своего брата Бори. Сколько лет брату? Выберите схему, на которой наиболее полно отражена наша задача. Докажите свою точку зрения. Почему не подходят оставшиеся две?



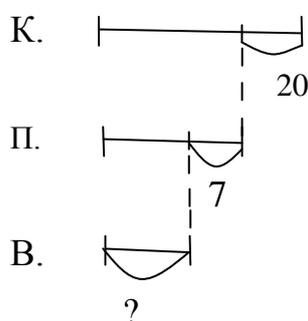
?



**9. Постановка вопроса, соответствующего данной схеме.**

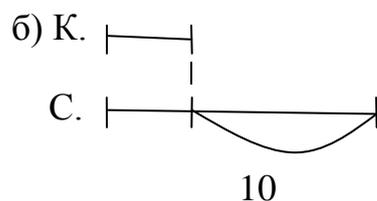
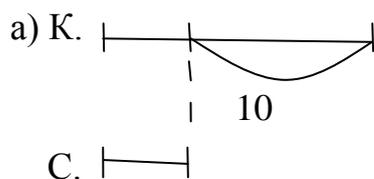
*Например:* Коля выше Пети на 20 см, а Петя выше Вовы на 7 см.

Рассмотри схему и подумай, на какой вопрос можно ответить, пользуясь данным условием.



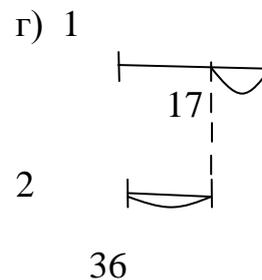
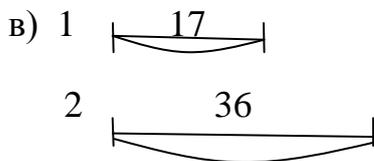
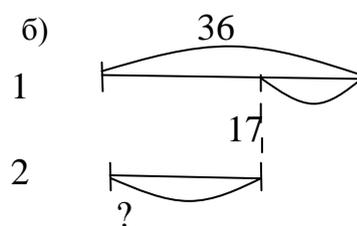
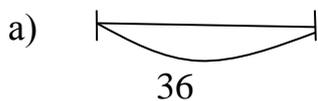
**9. Составление задачи по схеме.**

*Например:* составь по схеме задачу о покупке красных и синих шаров. Одну задачу составь со словом «больше», а другую — со словом «меньше». Реши задачи.



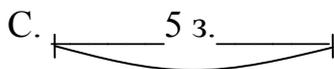
**10. Выбор из нескольких схем той, которая поможет при решении задачи.**

*Например:* какой схемой будешь пользоваться, решая задачу: «В книге 36 страниц. Это на 17 страниц больше, чем во второй книге. Сколько страниц во второй книге?»»



**11. Сравнение текста задачи с тем или иным видом графической модели данной задачи.**

Например: Я вам предлагаю следующую схему и рисунок:



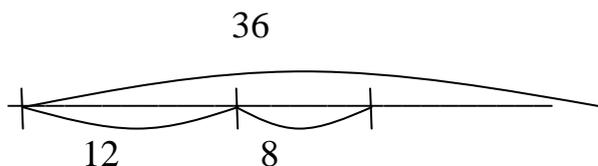
С. ●●●●●

В. ●●●●●●●●

Подходит ли данная схема к моей задаче: Света успела за урок решить 5 задач, а Вика — на 3 больше. Сколько всего задач за урок решили девочки?

**12. Восстановление текста задачи по схеме.**

Например: Рассмотрим схему:

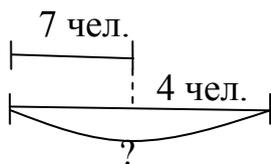


Используя схему, вставь пропущенные в тексте задачи числа:

В автобусе ... мест. Детьми занято ... мест. Взрослыми занять ... мест.  
 Сколько свободных мест в автобусе?

### 13. Запись решения задачи по графической модели.

Например: запиши решение задачи:



Данные упражнения можно изменять, дополнять. Работать с ними можно индивидуально, фронтально. Эти упражнения значительно расширят круг работы со схематическими моделями.

Данные приемы были отобраны и использованы в опытном обучении во 2 классе при обучении решению текстовых задач по учебникам Гейдмана Б.П. с соавторами.

### § 3. Опытное обучение и его результаты

Опытное обучение проходило в период с ноября 2010 года по январь 2011 года. Базой практики явилась ГОУ города Москвы СОШ «Школа здоровья» № 384.

В качестве экспериментального был выбран 2 «В» класс. Учитель – Смирнова Дина Михайловна (стаж работы 15 лет). Обучение математике ведется по программе «Школа – 2000», учебник Гейдман Б.П., Иванина Т.В., Мишарина И.Э. В классе всего 22 учащихся, из них 13 мальчиков, 9 девочек.

Нами был проанализирован учебник математики, по которому работает учитель. Рассмотрим упражнения в учебнике 2 класса Гейдмана Б.П с соавторами.<sup>26</sup>, направленные на эту работу.

В основном в учебнике представлены иллюстрации к задачам:



Большинство задач - это "эпизоды из жизни" любимых сказочных героев ребят, что само по себе уже является привлекательным. Во-вторых, содержание задач насыщено лексикой, требующей разъяснения, обсуждения, что ведет к обогащению словаря детей, но и требует построения графических моделей (чего в учебнике очень мало).

В данном учебнике графические модели используются вместе с

---

26 Гейдман Б.П., Иванина Т.В., Мишарина И.Э. Математика 2 класс. – М.: Книжный дом «ЧеРо» изд. Московского университета, МЦНМО, 2008.

иллюстрациями. Вот примеры таких заданий из данного учебника:



Как мы видим из материала с использованием графических моделей немного, он однообразен. Преобладает смешение иллюстрации и схемы. В учебниках Гейдмана Б.П. с соавторами отражен частный подход к обучению решению задач. Использует в уроке задачи одного вида, соответствующие теме занятия. Целенаправленной работы по использованию графических моделей (отрезков) при решении текстовых задач нет.

Проанализировав данные упражнения, взятые из учебника Гейдмана Б.П. с соавторами, можно сделать следующие выводы. В данном учебнике имеются задания с использованием графических моделей и иллюстраций, методика их использования следующая: учащимся предлагается решить задачи, рассмотрев предложенные иллюстрации.

В начале опытного обучения была проведена беседа с учителем (с целью получения первичных представлений об уровне сформированности у учащихся класса умений решать текстовые задачи).

В ходе беседы учителю были заданы следующие вопросы:

- ✓ Какое значение Вы придаете решению текстовых задач в начальной школе?

- ✓ Какие виды задач уже изучены в соответствии с программой?
- ✓ С какими формами наглядного представления текстовых задач дети знакомы?
- ✓ Какие виды работы с задачами вызывают наибольшее затруднение?
- ✓ С какими видами графических моделей учащиеся знакомы?
- ✓ Какие графические модели Вы чаще всего используете на уроках?
- ✓ Умеют ли ученики самостоятельно выбирать какую модель нужно использовать?
- ✓ Умение решать какие типовые задачи наиболее твердо сформировано у школьников?
- ✓ Успешно ли дети справляются с составлением графических моделей самостоятельно?
- ✓ К помощи каких учащихся Вы рекомендуете прибегать при решении задачи на уроке?
- ✓ Считаете ли Вы необходимым анализировать в классе задачу, которая задается для домашнего выполнения?

Выяснилось, что в настоящий момент учителем не используется графическое моделирование. Чаще всего допускают ошибки в вычислениях и при составлении краткой записи задачи. Оформление решения задачи в виде модели, по мнению учителя, вызовет ряд проблем, так как в первую очередь, сам учитель не владеет (по ее мнению) достаточным уровнем подготовки. Применительно к типовым задачам некоторых видов учащиеся обучены выбирать удобный способ решения, и они успешно справляются с этим видом деятельности. На уроках учитель часто применяет мультимедийные презентации. При разборе задачи в классе учитель рекомендует опираться на

следующих учащихся: М. Анна, Б. Андрей, У. Максим, К. Матвей. Если задача, предложенная в учебнике, не является стандартной, то учитель рекомендует работать над ней в классе, непосредственно на уроке. Для домашнего выполнения преимущественно предлагаются известные учащимся виды задач.

На констатирующем этапе опытного обучения был проведен анализ тетрадей учащихся 2 «В» класса для контрольных работ, подтвердивший отсутствие использования графических моделей. Далее была проведена самостоятельная работа № 1 (см. **приложение № 1**), которая должна была выявить умение строить графическую модель (рисунок, схему) и умение выполнять решение задачи арифметическим способом.

#### Самостоятельная работа № 1

Прочитай задачи и выполни к ним схему или рисунок, если нужно. Реши задачи.

Задача 1. С одного улья собрали 28 килограммов меда, а со второго на 11 килограммов больше. Сколько килограммов меда было собрано со второго улья?

Задача 2. В центре катка 9 ребят выполняют сложные фигуры. По кругу катаются на 5 человек больше. Сколько всего ребят катается на катке?

В ходе анализа данной работы были получены следующие результаты, которые представлены в **таблицах № 1, 2**.

**Таблица № 1. Задача 1:**

Краткая запись			Решение		
Верно	С ошибками	Отсутствует	Верно	С ошибками	Неверно
15 чел.	5 чел.	2 чел.	20 чел.	1 чел.	1 чел.
68 %	22 %	10 %	90 %	5%	5%

Графические модели не использовались ни одним из учеников.

В краткой записи у 4 детей (В. Андрей, Т. Данила, Ч. Полина и М. Эдит) наблюдалась следующая ошибка — ученики объединили фигурной скобкой количества меда, собранного с первого и второго ульев. Один ученик (Т. Данила) не закончил краткую запись. О. Саша и К. Никита не использовали даже краткой записи при решении задачи 1.

Ошибка в краткой записи привела одного из учеников к ошибке в решении (В. Андрей) — вычислил общее количество меда. С решением задачи не справилась Ц. Дарья.

**Таблица № 2. Задача 2:**

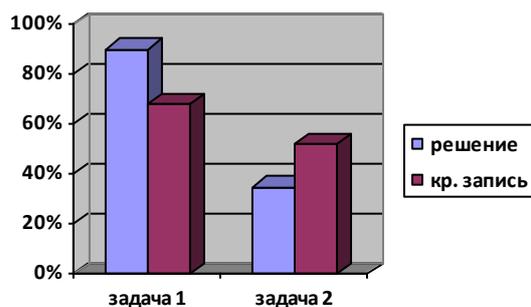
Краткая запись			Решение		
Верно	С ошибками	Отсутствует	Верно	С ошибками	Неверно
11	3	8	7	14	1
52%	15%	33%	35%	60%	5%

Следующие ученики не использовали краткую запись при решении задачи 2: Я. Даня, Г. Даня, А. Аня, М. Наташа, Т. Даня, Ч. Полина, К. Никита, О. Саша. Лишь один из этих учеников — Г. Даниил — выполнил решение верно. Остальные же решили задачу с ошибкой. Трое допустили в краткой записи ошибку — не показали вопроса задачи, что в дальнейшем и привело к тому, что дети выполнили решение задачи не до конца, а лишь первое действие (Л. Полина, М. Рома, Р. Лиза).

С решение задачи 2 справилось 7 учеников. 14 человек допустили ошибки — не выполнили второе действие. 1 не справился с решением (Р. Дима).

Все выше изложенное можно представить в виде **диаграммы № 1:**

Диаграмма № 1



Можно сделать следующие выводы:

- ✓ учащимся привычнее решать задачи с помощью краткой записи, хотя она не показывает функциональных зависимостей между данными и искомыми и не помогает им решить задачу;
- ✓ многие ученики вообще не строят вспомогательной модели, а сразу переходят к решению, что часто является причиной ошибок в выборе действий;
- ✓ учебник Гейдмана Б.П. с соавторами нет работы с графическим моделированием;
- ✓ учитель в данном классе не использует работу с графическими моделями при решении задач;
- ✓ умение решать задачи в данном классе сформировано на низком уровне (15 учащихся из 22 не справились с решением задачи 2).

Все выше изложенные факты говорят о том, что в данном классе необходимо использовать графическое моделирование. В следующем параграфе мы опишем работу, проведенную по формированию умения решать задачи с помощью графических моделей.

Так как второклассники не были знакомы с графическим моделированием вообще далее опытное обучение велось по следующему плану:

**1 этап:** знакомство учащихся с тем, что такое рисунок, схема; обучение

детей преобразованию предметных действий в модель (задача учителя — показать операции с множествами, используя рисунок);

**2 этап:** проведение упражнений при работе с графическими моделями. Здесь были использованы следующие приемы:

- а) установление связи между задачей и графической моделью;
- б) перевод словесной модели задачи (или ее условия) в графическую модель;
- в) сопоставление графической модели (схема, рисунок) и выражения;
- г) выполнение графической модели к данной задаче;
- д) дополнение частично-заполненной графической модели;
- е) запись решения задачи по графической модели;

Рассмотрим подробнее каждый из перечисленных этапов работы над задачей.

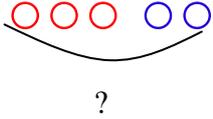
### **1 этап:**

Были подготовлены предметные модели для лучшего восприятия задачи и для помощи в знакомстве с графическим моделированием (**приложение № 2**).

Работу начали со знакомства детей с простейшим предметным моделированием. Была предложена следующая задача: *У мальчика было 3 красных мяча и 2 синих. Сколько мячей было у мальчика?*

Ребенок повторяет условие задачи. Берет 3 красных мяча (картинка с изображением мяча), показывает их, кладет в конверт, находит карточку с обозначением числа 3. Затем берет 2 синих мяча, показывает, находит карточку с обозначением числа 2. Далее учитель задает вопросы, а дети отвечают. Все это представлено в следующей таблице:

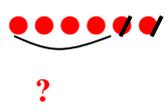
№	УЧИТЕЛЬ	УЧЕНИКИ	ПРИМЕЧАНИЯ
1	О чем спрашивается в задаче?	Сколько мячей было у мальчика?	
2	Что нужно сделать с синими мячами в нашей задаче, чтобы мячи были все вместе?	Их нужно сложить вместе с красными.	Дети кладут синие мячи в конверт, где лежит 3 красных мяча.
3	Сколько красных мячей было в конверте?	Три красных мяча.	
4	А теперь мячей в конверте стало больше или меньше?	Стало больше.	
5	Почему?	Мы к трем мячам добавили еще 2.	
6	Как мы это запишем?	$3+2$	
7	Сколько же всего мячей было у мальчика?	У мальчика было пять мячей.	
8	Как вы это узнали?	К трем прибавили два, получилось пять.	
9	Давайте проверим, правильно ли мы решили задачу: достанем мячи из конверта и пересчитаем.		Дети вынимают мячи из конверта и пересчитывают их. Они убеждаются, что мячей действительно 5.
10	Переходим от предметного к графическому моделированию! Давайте запишем задачу и ее решение в тетради. Как можно изобразить в тетради мячи?	Кружками.	

11	Сколько красных кружков вы нарисуете?	Три красных кружка.	
12	А сколько синих?	Два синих кружка.	Дети рисуют 3 красных кружка и два синих.
13	Что спрашивается в задаче?	Сколько всего мячей?	
14	Как мы это покажем? Давайте изобразим это вот такой большой скобкой: как будто две руки собирают все мячи вместе. Но ведь в задаче это еще неизвестно, а только спрашивается. Напишем под скобкой вопросительный знак.		Дети рисуют скобку. В результате в тетради у детей получается графическая модель: 
15	Закройте кружки полоской бумаги. Как узнать, сколько всего кружков, не пересчитывая их? Что нужно сделать?	Нужно сложить числа 3 и 2.	
16	Запишем под рисунком решение: $3+2=5$ (м.). Сколько всего мячей у мальчика?	У мальчика 5 мячей.	

Затем учитель подводит итог: целое определяли по известным частям, целое больше своих частей.

Предметное моделирование задачи выполняется одновременно с ее анализом, так как только в этом случае, оно будет действенным средством, оказывающим реальную помощь в обучении детей самостоятельному

решению задач. Приведем фрагмент занятия. Была предложена задача: У Маши было 6 яблок. 2 яблока она дала Тане. Сколько яблок осталось у Маши?

№	УЧИТЕЛЬ	УЧЕНИКИ	ПРИМЕЧАНИЯ
1	Сколько яблок было у Маши?	У Маши было 6 яблок.	Учитель берет бумажные модели 6 яблок и кладет их в корзину.
2	Нарисуйте в своих тетрадях столько же кружков, сколько яблок было у Маши.		Учитель рисует на доске 6 кружков, дети рисуют столько же кружков в тетрадях.
3	Сколько яблок Маша отдала Тане?	2 яблока.	Ребенок вынимает из корзины 2 яблока.
4	Как это отметить на рисунке? Зачеркните столько кружков, сколько яблок Маша отдала Тане.		Учитель на доске, а дети в тетрадях выполняют задание. В результате получается графическая модель условия задачи.  6 
5	О чем спрашивается в задаче?	Сколько яблок осталось у Маши?	
6	Покажите оставшиеся яблоки на рисунке, обозначьте их скобкой и поставьте под нею знак вопроса.		6 
7	Как узнать, сколько яблок осталось у Маши?	Надо из шести вычесть два.	Учитель закрывает полоской оставшиеся яблоки.

Дети под рисунком записывают решение ( $6-2=4$  (яб.)) и ответ (У Маши осталось 4 яблока.) Вынимают из корзины оставшиеся яблоки и считают их, убеждаясь в правильности ответа. Под руководством педагога дети выясняют, что 6 яблок — это целое, которое состоит из двух частей: яблоки, которые отданы, и яблоки, которые остались.

Практика показала: дети охотно выполняют такие рисунки, объясняют и записывают решение.

Далее была рассмотрена следующая задача: *Девочка вымыла три большие чашки и несколько маленьких. Всего она вымыла 5 чашек. Сколько маленьких чашек вымыла девочка?*

Учитель достает из конверта в произвольном порядке чашки (изображение) по одной и пересчитывает их вместе с детьми. Они убеждаются, что в конверте всего 5 чашек. Педагог складывает чашки в конверт, затем вынимает три большие чашки и ставит их на стол.

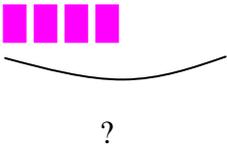
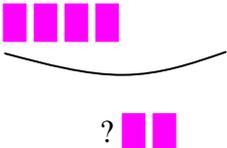
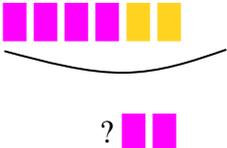
№	УЧИТЕЛЬ	УЧЕНИКИ	ПРИМЕЧАНИЯ
1	Я достала большие чашки. Сколько их?	Три.	
2	Это все чашки или часть?	Это не все чашки. Это часть чашек.	
3	Какие еще чашки в конверте?	Маленькие.	
4	Мы знаем, сколько их?	Нет. Не знаем.	
5	Сколько всего было чашек в конверте?	В конверте было пять чашек.	
6	Что мы сделали, чтобы остались только маленькие чашки?	Вынули из конверта большие чашки, и там остались только маленькие.	По предложению детей чашки было решено обозначить квадратами, в результате получился схематический рисунок:

7	Как же узнать, сколько маленьких чашек вымыла девочка?	Нужно из пяти вычесть три, получится два, то есть из всех чашек вычесть большие — получим маленькие.	

Дети под схемой записывают решение ( $5-3=2$  (чаш.)) и дают ответ на вопрос задачи. Как видим, объяснение выбора арифметического действия такое же, как и при решении задач на нахождение остатка.

Вот пример еще одной задачи, разобранный нами с детьми: *Когда с полки сняли 2 книги, там осталось 4. Сколько книг лежало на полке сначала?*

№	УЧИТЕЛЬ	УЧЕНИКИ	ПРИМЕЧАНИЯ
1	Как мы изобразим книги?	Прямоугольниками.	
2	Сколько книг осталось на полке?	Четыре книги.	
3	Изобразим их.		Учитель рисует на доске 4 прямоугольника, дети рисуют их у себя в тетрадях.
4	Раньше книг на полке было больше или меньше? Почему?	Больше, здесь нет книг, которые сняли с полки.	
5	Знаем ли мы сколько книг было на полке сначала?	Нет, не знаем.	
6	Покажем это скобкой или		Педагог изображает на

	дугой и вопросительным знаком.		доске, дети у себя в тетрадах: 
7	Почему книг на полке стало меньше?	С полки сняли две книги.	
8	Изобразим две книги внизу, под скобкой.		Педагог рисует на доске, а дети в тетрадах. 
9	Где были раньше эти книги?	Лежали на полке.	
10	Покажем, где они лежали. Изобразим две книги другим цветом рядом с четырьмя прямоугольниками.		
11	Как узнать сколько книг лежало на полке сначала?	Нужно сложить книги, которые остались, и те, которые сняли, то есть к четырем прибавить 2.	Под рисунком дети записывают решение $4+2=6$ (кн.) и дают ответ на вопрос задачи.

Затем было проведено занятие, в ходе которого детей учили переходу от рисунка к отрезкам. Рассмотрим фрагмент урока:

*У причала 7 лодок и 5 яхт. Сколько у причала лодок и яхт вместе?*

Детям задавались следующие вопросы:

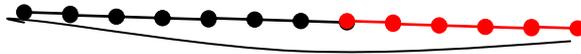
1. Сколько лодок стояло у причала? (7)
2. Как можно обозначить лодки с помощью рисунка? (используя овал)
3. Давайте обозначим лодки с помощью отрезков.



4. Сколько яхт у причала? (5)
5. Как обозначим яхты, используя отрезки?



6. Что надо найти в задаче? (сколько яхт и лодок у причала вместе)
7. А теперь давайте покажем на чертеже все яхты и лодки вместе.

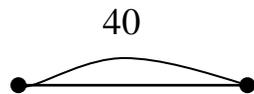


Затем дети объясняют решение задачи по аналогии с предыдущими фрагментами уроков.

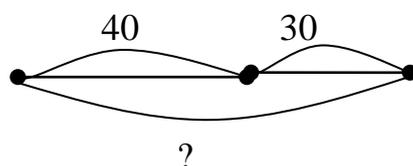
Далее была проведена работа по переходу от чертежа к схеме. Была разобрана следующая задача: *В корзине у Зины 4 груши и 3 яблока. Сколько фруктов всего у Зины в корзине?*

Вопросы, заданные детям при работе с задачей:

1. Сколько груш было у Зины в корзине? (40)
2. Сколько отрезков начертим? (40)
3. Удобно ли чертить 40 отрезков? Давайте обозначим схематически одним, а сверху подпишем число 40.



4. А сколько яблок было у Зины? (30)
5. Сколькими отрезками обозначим? (30)
6. Чего было больше? (груш)
7. Давайте начертим схематически — первый отрезок будет обозначать количество груш, а второй — яблок. Какой отрезок будет длиннее? (тот, который обозначает количество груш)
8. Покажи все фрукты скобкой на схеме.



## Этап 2:

Далее были использованы задания со схемами, предложенные в тетради Истоминой Н.Б. «Учимся решать задачи»<sup>27</sup>:

1) выбор одной из нескольких схем, подходящей к данной задаче и работа с данной схемой (с. 10, №10);

10. а) Соедини вопрос с условием, чтобы получилась задача.

У причала 7 лодок и 5 яхт.

У причала стояло 6 яхт, а лодок — на 10 больше.

Сколько лодок стояло у причала?

б) Выбери схему, которая соответствует задаче.

① Я. \_\_\_\_\_ ② Я. \_\_\_\_\_  
Л. \_\_\_\_\_ Л. \_\_\_\_\_

③ Я. \_\_\_\_\_  
Л. \_\_\_\_\_

в) Отметь на схеме отрезок, обозначающий 10 лодок.

г) Запиши выражением, сколько лодок стояло у причала.

\_\_\_\_\_

д) Будет ли это выражение решением данной задачи? Зачеркни неверный ответ.

Да Нет

10

2) восстановление текста задачи по решению и составление схемы (с. 15, №17);

17. а) Вставь пропущенные в тексте задачи числа, используя её решение.

1)  $30 - 6 = 24$  (б.)  
2)  $30 + 24 = 54$  (б.)

На завтрак школьники съели \_\_\_\_\_ булочек, а в обед — на \_\_\_\_\_ булочек \_\_\_\_\_. Сколько всего булочек съели школьники?

б) Нарисуй схему, соответствующую данной задаче.

• \_\_\_\_\_  
• \_\_\_\_\_

15

27 Истомина Н.Б. Учимся решать задачи. Тетрадь по математике для 2-го класса начальной школы. М.: Издательство «ЛИНКА-ПРЕСС», 2010.

3) составление выражения по схеме (с. 9, №9) (работы учащихся см. в приложении № 3)

9. Запиши числовые выражения, которые соответствуют отрезку ME на каждой из схем.

①  $\overbrace{12}^M E$  48

②  $\overbrace{M E 34}^E$  54

③  $\overbrace{M 19}^E$  12

④  $\overbrace{19 13 5}^M E$

⑤  $\overbrace{27}^M E$  19

⑥  $\overbrace{12}^M E$  5

⑦  $\overbrace{21 17 4}^M E$

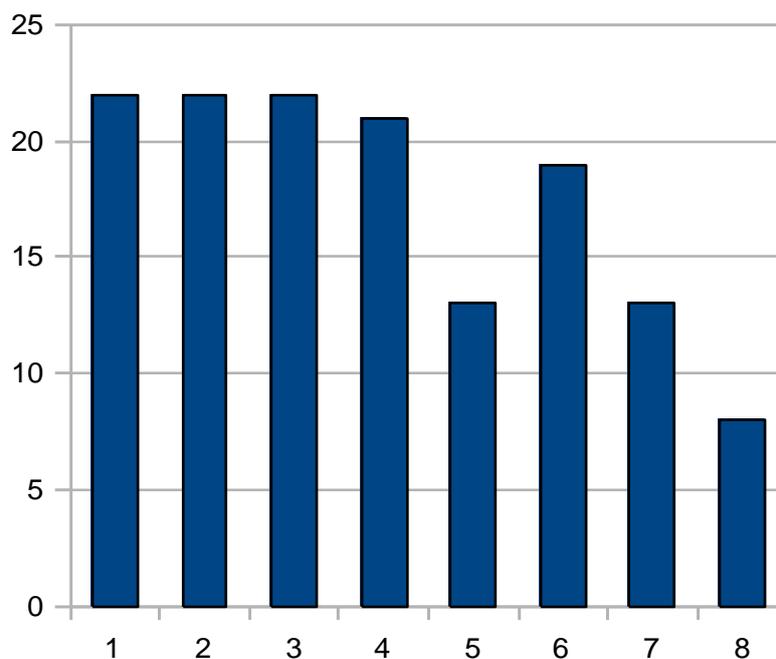
⑧  $\overbrace{M E 27}^E$  3 7

9

Эта работа анализировалась в качестве промежуточного среза, для того чтобы посмотреть как формируется умения выбирать действие по графической модели. Результаты показаны в диаграмме № 3:

- 1 - Без ошибок с работой справилось — 7 человек;
- 2 - с 1 ошибкой — 5 человек (4 из них в восьмом задании, 1 — в пятом);
- 3 - с 2 ошибками — 2 человека (М. Наташа в 5 и 8, Я. Даня — 7 и 8);
- 4 - с 3 ошибками — 6 человек (5 человек в 5, 7, 8 и 1 человек (Ц. Дарья) в 6, 7, 8);
- 5 - с 4 ошибками — 1 человек (О. в заданиях 5, 6, 7, 8);
- 6 - с 5 ошибками — 1 человек (А. Аня в заданиях с 4 по 8).

**Диаграмма № 2**



По вертикали — количество человек, справившихся с заданием, по горизонтали — номер задания.

Далее продолжилось обучение работе со схемой.

1) восстановление задачи по решению выполнение схемы к данной задаче (с.40, №56);

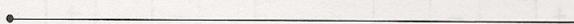
**56.** а) Вставь пропущенные в тексте задачи числа, используя её решение.

1)  $7 + 9 = 16$  (к.)

2)  $40 - 16 = 24$  (к.)

В коробке \_\_\_ кубиков. Из них \_\_\_ красных, \_\_\_ зелёных, остальные — синие. Сколько синих кубиков в коробке?

б) Нарисуй схему, соответствующую данной задаче.



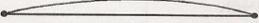
2) дополнение частично заполненной схемы (с.7, №6);

6. а) Прочитай задачу.

Мама поставила на стол 7 тарелок. Сколько ещё тарелок нужно поставить, если будут обедать 9 человек?

б) Дорисуй схему, чтобы она соответствовала данной задаче.

7



в) Запиши решение и ответ задачи.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Ответ: \_\_\_\_\_

7

3) выбор схемы и ее заполнение по задаче (с.15, №16);

16. а) Прочитай задачу.

Наде 8 лет. Она на 3 года старше своего брата Бори. Сколько лет брату?

б) Дорисуй схемы, на которых ты сможешь обозначить известные и неизвестные в задаче величины.

① Н. \_\_\_\_\_

Б. \_\_\_\_\_

② Н. \_\_\_\_\_

Б. \_\_\_\_\_

③ Б. \_\_\_\_\_

Н. \_\_\_\_\_

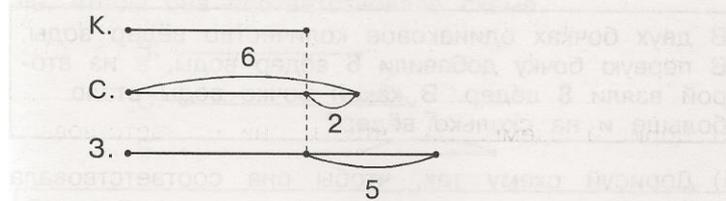
в) Запиши решение задачи.

\_\_\_\_\_

Ответ: \_\_\_\_\_

4) восстановление задачи по схеме и ответ на вопросы (с. 35, №46);

46. а) Рассмотрим схему.



б) Вставь пропущенные в задаче слова и числа, чтобы она соответствовала схеме.

Красная лента на \_\_\_ м \_\_\_\_\_, чем синяя, и на \_\_\_ м \_\_\_\_\_, чем зелёная. Чему равна длина каждой ленты, если длина синей ленты \_\_\_ м?

в) Запиши решение задачи.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

г) Используя схему, ответь на вопросы.

1. На сколько метров зелёная лента длиннее синей?

\_\_\_\_\_

2. Чему равна длина двух лент — красной и зелёной?

\_\_\_\_\_

3. Чему равна длина двух лент — синей и зелёной?

\_\_\_\_\_

После опытного обучения с использованием данных упражнений была проведена самостоятельная работа № 2, составленная нами с учетом возможностей класса (по тетради Истоминой Н.Б.)<sup>28</sup>.

### Самостоятельная работа № 2

#### Задача 1.

Мама заготовила на зиму 8 банок компота из яблок, 4 банки компота из слив и 6 банок компота из клубники.

Отметь отрезки, которые обозначают банки компота из слив (С.), банки компота из яблок (Я.), банки компота из клубники (К.).

28 Истомина Н.Б. Учимся решать задачи. Тетрадь по математике для 2-го класса начальной школы. М.: Издательство «ЛИНКА-ПРЕСС», 2010.



Сколько всего банок компота заготовила мама?

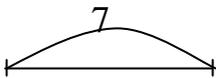
Запиши выражение: \_\_\_\_\_

### Задача 2.

Прочитай задачу:

Мама поставила на стол 7 тарелок. Сколько тарелок еще нужно поставить, если будет обедать 9 человек?

Дорисуй схему, чтобы она соответствовала данной задаче.



### Задача 3:

В одной бочке 60 ведер воды, в другой — на 10 ведер меньше. Сколько ведер воды в двух бочках?

Обозначь на каждой схеме известные и неизвестные в задаче величины.



Запиши ответ на каждый вопрос выражением.

10. Сколько ведер воды во второй бочке? \_\_\_\_\_

11. Сколько ведер воды в двух бочках? \_\_\_\_\_

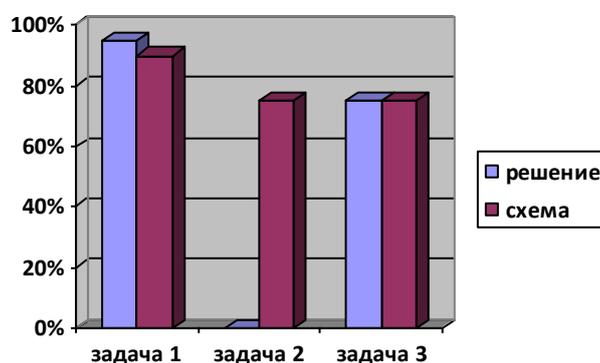
В таблице приведены результаты работ (**приложение 4**):

«+» справился с решением; «-» не справился с решением / схемой (задача 2 - работа со схемой).

<i>№</i>	<i>Учащийся</i>	<i>Задача 1</i>	<i>Задача 2</i>	<i>Задача 3</i>
1	А. Анна	+/+	-	-/-
2	Б. Андрей	+/+	+	-/-
3	В. Андрей	+/+	+	+/+
4	Г. Даниил	+/+	+	+/+
5	К. Никита	+/+	+	+/+
6	К. Матвей	+/+	+	-/-
7	Л. Полина	+/+	+	+/+
8	М. Эдит	+/+	+	-/-
9	М. Анна	+/+	+	+/+
10	М. Рома	+/+	-	+/+
11	М. Наталья	+/+	+	+/+
12	О. Александра	+/+	-	+/+
13	П. Ярослав	+/+	+	+/+
14	Р. Елизавета	+/+	-	+/+
15	Р. Дмитрий	+/+	+	+/+
16	Т. Даниил	+/+	+	+/+
17	Т. Даниил	+/+	-	+/+
18	У. Максим	+/+	+	+/+
19	Ц. Дарья	+/+	+	-/-
20	Ч. Полина	-/+	+	+/+
21	Ш. Игорь	+/+	+	+/+
22	Я. Даниил	+/+	+	+/+

Результаты также можно представить в диаграмме № 3:

Диаграмма № 3



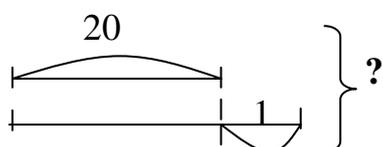
Из таблицы и диаграммы видно, что 95 % детей справились с заданием 1, 75 % - со 2 заданием, 75 % - с 3 (На констатирующем этапе с решением задачи 2 справилось 90 % учащихся, а со 2 — лишь 35 %). Все это говорит о высоком результате умения работать с графической моделью. Стоит отметить, что учащиеся, которые допустили ошибки в схеме не справились с решением задачи.

Далее учителю данного класса были предложены рекомендации по использованию графических моделей. В конце опытного обучения учащимся было предложено выполнить итоговую самостоятельную работу следующего содержания:

Задача 1. Реши задачу, используя рисунок или схему.

На огороде растет 8 грядок огурцов, а помидоров на 5 меньше. Сколько всего грядок с овощами на огороде?

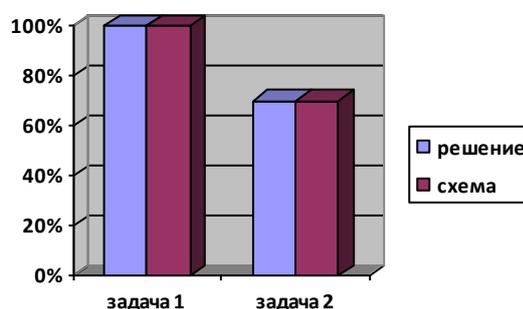
Задача 2. Используя данную ниже схему, вставь пропущенные в задаче слова и числа. Реши задачу.



На одной стороне улицы \_\_\_ домов, а на другой на \_ дом\_\_\_\_\_.  
Сколько всего домов на улице?

Результаты представлены в **диаграмме № 4**:

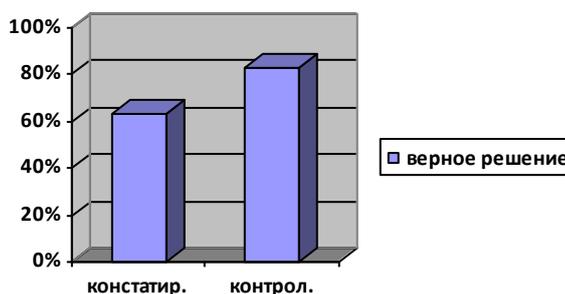
**Диаграмма № 4** (задача 2 - работа со схемой)



20 детей при решении задачи 1 использовали схему. 2 использовали рисунок (Т. Даня, Ш. Игорь — см. **приложение № 5**). С решением задачи справились все учащиеся. С задачей 2 не справились всего 6 человек. 5 из них не выполнили 2 действия, 1 — ошибся в вычислениях (М. Наташа).

На основе всей проделанной работы можно сделать вывод, что целенаправленное использование различных методических приемов применения графических моделей при обучении решению текстовых задач будет способствовать формированию общего умения решать задачи, благоприятно влиять на развитие наглядно-образного, логического и пространственного мышления, на развитие внимания учащихся и повышение интереса. Для более наглядного представления результатов рассмотрим **диаграмму № 5**, отражающую уровень сформированности умения решать задачи.

**Диаграмма № 5**



Из диаграммы видно, что умение решать задачи при использовании графических моделей выросло на 20%.

Использование графических моделей при обучении решению задач в начальной школе также способствует развитию мышления и интереса к математике.

## **Заключение**

Анализ литературы, посвященный исследованию существующих методических подходов к решению задач в начальной школе, позволяет сделать вывод, что в выделенных современных методиках двух подходов: «частном» и «общем», - именно обучение в русле «общего» подхода предусматривает большую целенаправленную работу по использованию приемов графического моделирования, что способствует формированию общего умения решать задачи.

В результате анализа различных методических приемов использования графических моделей при обучении решению задач, были отобраны те из них, которые возможно использовать при обучении школьников по учебнику математики Гейдмана Б.П. с соавторами. На основе учебного пособия Н.Б. Истоминой «Учимся решать задачи» были выбраны задания по использованию графических моделей в процессе решения текстовых задач.

Выбранные методические приемы были апробированы в опытном обучении во 2 классе, в результате которого предположение о том, что использование методических приемов при обучении графическому моделированию будет способствовать более эффективному формированию общего умения младших школьников решать текстовые задачи, подтвердилось.

## Литература

1. Александрова Э.И. Как научить решать текстовые задачи? Методические рекомендации // Начальная школа. - 1999. - № 7.
2. Белошистая А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений. - М.: Гуманитар. Изд. центр ВЛАДОС, 2007.
3. Бородулько М.А., Стойлова Л.П. Обучение решению задач и моделирование // Начальная школа — 1996. - № 8.
4. Винокурова Н.К. Развиваем способности детей: 2 класс. – М.: Росмэн-Пресс, 2002.
5. Гейдман Б.П., Иванина Т.В., Мишарина И.Э. Математика 2 класс. – М.: Книжный дом «ЧеРо» изд. Московского университета, МЦНМО, 2008.
6. Демидова Т.Е., Тонких А.П. Теория и практика решения текстовых задач: Учеб. пособие для студ. высш. пед. Учебных заведений. - М.: Издательский центр «Академия», 2002.
7. Дубровина И.В., Данилова Е.Е., Прихожан А.М. Психология: Учебник для студентов средних педагогических учебных заведений./ Под ред. И.В. Дубровиной. – М.: Издательский центр «Академия», 1999.
8. Жиколкина Т.К. Математика. Книга для учителя. 2 кл. – М.: «Дрофа», 2000.
9. Зайцев В.В. Математика для младших школьников. Методическое пособие для учителей и родителей. – М.: «Владос», 1999.
10. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах. Уч. пособие. – М.: «АКАДЕМА», 2002.
11. Истомина Н.Б. Учимся решать задачи. Тетрадь по математике для 2-го класса начальной школы. М.: Издательство «ЛИНКА-ПРЕСС», 2010.

12. Кулагина И.Ю. Возрастная психология: Развитие ребенка от рождения до 17 лет: Учебное пособие третье издание. – М.: УРАО, 1997.
13. Лавриенко Т.А. Как научить детей решать задачи: Методические рекомендации для учителей. – Саратов: «Лицей», 2000.
14. Моршнева Л.Г., Альхова З.И. Дидактический материал по математике. – Саратов: «Лицей», 1999.
15. Обучение младших школьников решению текстовых задач: Сборник статей/ Сост. Н.Б. Истомина, Г.Г. Шмырева. – 2-е изд. – Смоленск: Изд-во «Ассоциация 21 век», 2007.
16. Овчинникова В.С. Методика обучения решению задач в начальной школе: Учебное пособие по курсу «Методика обучения математике» для студентов педагогических факультетов высших учебных заведений и колледжей. – М.: Мегатрон, 1998.
17. Петровский А.В., Ярошевский М.Г. Психология: учебник для студентов высших педагогических учебных заведений. – Второе издание, стереотип. – М.: Издательский центр «Академия», 2001.
18. Попова Е.А. Методика обучения младших школьников решению текстовых задач на процессы. - М., 2008.
19. Стойлова Л.П. Математика: Учебник для студентов высших педагогических учебных заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2002.
20. Тихомирова Л.Ф. Упражнения на каждый день: Логика для младших школьников: Популярное пособие для родителей и педагогов. – Ярославль: Академия развития, 2001.
21. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике: История, теория, методика: Учебное пособие для учителей и студентов педвузов и колледжей. - М., 2002.