**Психолого-методические основы развития операций анализа и синтеза у младших школьников в процессе обучения математики.**

**Панина А.В.**

**учитель начальных классов**

**МБОУ СОШ № 179**

**г. Н. Новгород**

* 1. **Сущность и виды мышления.**

Каждый человек, когда мыслит, самостоятельно делает открытие чего-то нового, неизвестного (пусть это открытие небольшое). Например, всякий школьник, решая учебную задачу, обязательно открывает для себя нечто новое.

Традиционные в психологической науке определения мышления обычно фиксируют два его существенных признака: обобщенность о опосредованность.

Рассмотрим несколько определений мышления.

Мышление – процесс моделирования неслучайных отношений окружающего мира на основе аксиоматических положений [№16,с.58]

Мышление – высший познавательный процесс, который представляет собой порождение нового знания, активную форму творческого отражения и преобразование человеком действительности [№31,с.274]

Мышление – это социально обусловленный, неразрывно связанный с речью психический процесс поисков и открытия существенно нового, процесс опосредованного и обобщенного отражения действительности в ходе ее анализа и синтеза. Мышление возникает на основе практической деятельности из чувственного познания и далеко выходит за ее пределы. [№27,с.322]

Существуют и другие определения.

*Мышление – опосредованное и обобщенное отражение существенных, закономерных взаимосвязей действительности. Это обобщенная ориентация в конкретных ситуациях действительности.*

*Мышление – высшая форма отражения мозгом окружающего мира, наиболее сложный психический познавательный процесс, свойственный только человеку.*

Рассматривая понятие мышления, будем опираться на подход Петровского А.В.

Познавательная деятельность начинается с ощущений и восприятия, затем может произойти переход к мышлению. Однако, любое мышление всегда сохраняет связь с чувственным познанием, т.е. с ощущениями, восприятиями и представлениями. Весь свой материал мыслительная деятельность получает только из одного источника – из чувственного познания. Через ощущения и восприятия мышление непосредственно связано с внешним миром и является его отражением. Правильность (адекватность) этого отражения непрерывно проверяется в ходе практики, в ходе практического преобразования природы и общества.

В процессе мышления, используя данные ощущений, восприятий и представлений, человек вместе с тем выходит за пределы чувственного познания, то есть начинает познавать такие явления внешнего мира, их свойства и отношения, которые непосредственно вовсе не даны в восприятиях, и потому непосредственно вообще не наблюдаемы.

Таким образом, мышление начинается там, где оказывается уже недостаточным или даже бессильным чувственное познание. Мышление продолжает и развивает познавательную работу ощущений, восприятий и представлений, выходя далеко за их пределы. В реальной познавательной деятельности каждого человека чувственное познание и мышление непрерывно переходит друг в друга и взаимообуславливают одно другое.

Для мыслительной деятельности человека существенна ее взаимосвязь не только с чувственным познанием, но и с языком, речью.

Большую роль в этом процессе может играть и так называемая внутренняя речь: решая задачу. Человек рассуждает не вслух, а про себя, как бы разговаривая только с собой.

В течение всего периода школьного обучения перед ребенком выступает уже готовая, сложившаяся, известная система знаний, понятий и т.д., открытых и выработанных человечеством в ходе всей предшествующей истории. Но то, что известно человечеству и не является для него новым, неизбежно оказывается вначале неизвестным и новым для каждого ребенка. Поэтому усвоение всего исторически накопленного богатства знаний требует от ребенка больших усилий мышления, серьезной творческой работы, хотя он осваивает уже готовую систему понятий, причем осваивает под руководством взрослых.

Таким образом, мыслительная деятельность – необходимая основа и для усвоения знаний (например, детьми), и для добывания совсем новых знаний в ходе исторического развития человечества.

Специальность мышления заключается в том, что: мышление дает возможность познать глубинную сущность объективного мира, законы его существования; лишь в мышлении возможно познание становящегося, развивающего мира, мышление позволяет планировать практическую деятельность. Процесс мышления характеризуется следующими особенностями: носит опосредованный характер; всегда протекает с опорой на имеющиеся знания; исходит из живого созерцания, но не сводится к нему; в нем происходит отражение связей и отношений в словесной форме; связано с практической деятельностью человека.

Различают три основные формы мышления:

*понятие, суждение и умозаключение.*

## Понятие – это форма мышления, в которой отражаются общие и притом существенные свойства предметов и явлений. Понятия могут быть: общими и единичными; конкретными и абстрактными; эмпирическими и теоретическими. Содержание понятия раскрывается в суждении.

**Суждение**– это форма мышления, содержащая утверждение или отрицание какого-либо положения относительно предметов, явлений или их свойств.

Суждения образуются двумя способами: непосредственно, когда в них выражают то, что воспринимают; опосредованно – путем умозаключений или рассуждений.

Суждения бывают общими, частными, единичными, истинными, ложными.

**Умозаключение –** это такая форма мышления, в процессе которой человек, сопоставляя и анализируя различные суждения, выводит из них новое суждение.

Умозаключения бывают индуктивные, дедуктивные и по аналогии.

*Индукция –* это способ рассуждения от частных суждений к общему, установление общих законов и правил на основании изучения отдельных фактов и явлений.

*Дедукция –* это способ рассуждения от общего к частному, познание отдельных фактов и явлений на основании знания общих законов и правил.

*Аналогия –* вид или способ рассуждения, в котором вывод делается на основании частичного сходства между явлениями, без достаточного исследования всех условий.

Психологически исследовать мышление как процесс – значит, изучить внутренние, скрытые причины, приводящие к образованию тех или иных познавательных результатов. Таковыми результатами, продуктами мышления являются, например, следующие факты: решил или не решил задачу данный ученик; возник у него или нет замысел, план решения, догадка; усвоил он или нет определенные знания, способы действия; сформировалось ли у него новое понятие и т.д.

Виды мышления

Немов Р.С. предложил следующую схему видов мышления [№31,с.276]

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Виды мышления | | | |
|  | |  | |
| теоретическое | | практическое | |
|  | |  | |
| понятийное | образное | наглядно –  образное | наглядно –  действенное |

Петровский А.В. [№27,с.342] предложил следующую простейшую и несколько условную классификацию видов мышления, которую мы и рассмотрим более подробно: 1) наглядно – действенное

2) наглядно – образное

3) отвлеченное (логическое)

#### Наглядно действенное мышление

Практическая и теоретическая деятельность человека неразрывно взаимосвязаны. Это и означает, что первичной является не чисто теоретическая, а именно практическая деятельность. Лишь по мере развития последней из нее выделяется как относительно самостоятельная теоретическая мыслительная деятельность.

Не только в историческом развитии человечества, но и в процессе психического развития каждого ребенка исходной будет не чисто теоретическая, а практическая деятельность. Внутри последней, и развивается вначале детского мышление. В преддошкольном возрасте (до 3 лет) мышление, в основном, наглядно-действенное.

#### Наглядно – образное мышление

В простейшей форме этот вид мышления возникает преимущественно у дошкольников, т.е. в возрасте 4-7 лет.в ходе анализа и синтеза познаваемого объекта ребенок необязательно и далеко не всегда должен потрогать руками заинтересовавший его предмет. Во многих случаях не требуется систематического практического манипулирования с объектом, но во всех случаях необходимо отчетливо воспринимать и наглядно представлять этот объект.

#### Отвлеченное мышление

На основе практического и наглядно-чувственного опыта у детей в школьном возрасте развивается сначала в простейших формах – отвлеченное мышление, т.е. мышление в форме абстрактных понятий.

Мышление выступает здесь не только в виде практических действий, и не только в форме наглядных образов (восприятий и представлений), а прежде всего в форме отвлеченных понятий и рассуждений. Даже самое отвлеченное мышление, далеко выходящее за рамки чувственного познания, никогда, однако, полностью не отрывается от ощущений, восприятий и представлений. Эта непрерывная связь мыслительной деятельности с наглядно-чувственным опытом имеет еще большее значение в ходе формирования понятий у школьников.

Развитие отвлеченного мышления у детей (у школьников) в ходе усвоения понятий вовсе не означает, что их наглядно-действенное и наглядно-образное мышление перестает теперь развиваться или вообще исчезает. Наоборот, эти первичные и исходные формы всякой мыслительной деятельности по-прежнему продолжают изменяться и совершенствоваться, развиваясь вместе с отвлеченным мышлением и под его обратным влиянием.

Не только у детей, но и у взрослых постоянно развиваются – в той или иной степени – все виды и формы мыслительной деятельности.

Рассмотрим индивидуальные особенности мышления , опираясь на подход Петровского А.А.

Индивидуальные особенности мышления у различных людей проявляются, прежде всего, в том, что у них по-разному складываются соотношение разных и взаимодополняющих видов и форм мыслительной деятельности. К индивидуальным особенностям мышления относятся также и другие качества познавательной деятельности: ***самостоятельность, гибкость, быстрота мысли.***

***Самостоятельность мышления*** проявляется, прежде всего, в умении увидеть, и поставить новый вопрос, новую проблему и затем решить их своими силами. Творческий характер мышления отчетливо выражается именно в такой самостоятельности.

***Гибкость мышления*** заключается в умении изменять намеченный в начале путь (план) решения задач, если он не удовлетворяет тем условиям проблемы, которые постепенно выполняются в ходе ее решения, и которые не удалось учесть с самого начала.

##### *Быстрота мысли* **особенно нужна в тех случаях, когда от человека требуется принимать определенные решения в очень короткий срок. Так некоторые хорошие ученики даже в старших классах, когда их вызывают к доске решать новую для них задачу, смущаются и теряются. Эти отрицательные эмоции затормаживают их мышление: мысль начинает работать очень медленно и часто безуспешно, хотя в спокойной обстановке те же школьники быстро и хорошо решают подобные и даже более трудные задачи.**

Все перечисленные и многие другие (широта, глубина, творчество, критичность, инициативность, сообразительность, продуктивность ума и т.д.) качества мышления тесно связаны с основным его качеством, или признаком. Важнейшим признаком всякого мышления – независимо от его определенных индивидуальных особенностей – умение выделять существенное, самостоятельно приходить ко все новым обобщениям.

Многолетний психолого-педагогический эксперимент Давыдова В.В. , Эльконина Д.Б., Занкова Л.В. и других психологов убедительно доказывает, что даже младшие школьники в состоянии усваивать – причем в обобщенной форме – гораздо более сложный материал, чем это представлялось до последнего времени. Мышление школьников имеет еще очень большое и недостаточно используемые резервы и возможности. Одна из основных задач психологии и педагогики – до конца вскрыть эти резервы и на их основе сделать обучение более эффективным и творческим.

Классификация мышления

## Шердаков М.Н. выделяет причинное мышление, критическое.

**Причинное мышление** – понимание и усвоение школьниками причинно – следственных связей между предметами и явлениями. [№35,с. ]

У учащихся отмечается развитие двух видов причинно - следственного мышления:

* эмпирическое, когда причину одних единичных явлений школьники находят в других единичных явлениях (например, карандаш сломался, потому что он упал на пол)
* обобщенное, когда единичные явления школьники начинают объяснять, опираясь на соответствующие общие законы или в итоге наблюдения и изучения ряда единичных явлений одного и того же рода начинают вскрывать некие общие законы и правила.

Причинное мышление быть однозначным и множественным по характеру и объему.

При ***однозначном*** причинно-следственном мышлении данное единичное явление доказывается на основе определенного общего закона или правила, подводит под него. Оно наблюдается в процессе учения, когда из ряда наблюдаемых единичных явлений одного и того же рода выводится определенный общий закон.

***Множественное*** причинно-следственное мышление характеризуется тем, что явление объясняется на основе не одного, а ряда законов: мыслительный процесс совершается в этом случае в виде цепи мыслительных операций.

Большое значение для формирования причинно-следственного мышления имеют такие виды умственной деятельности учащихся, как различные объяснения, доказательства и критические замечания. Развитие его высоко коррелирует с успеваемостью.

**Критическое мышление**

Для выполнения любого задания или решения творческой задачи требуется критическая проверка правильности процесса или результата деятельности. В критической проверке процесс и результат деятельности соотносится с реальной действительностью, с соответствующими правилами, законами, принципами или моральными нормами и, вследствие этого, обосновываются [№35,с. ]

Развитие причинного и критического мышления представляет единый и взаимосвязанный процесс. В критическом мышлении всегда выражается направленность личности школьника, его личная позиция, его оценочное отношение к рассматриваемому явлению.

Критическое мышление – это проверка поступков, решений, творений, идей в свете определенных теорий, законов, правил, норм, а также в свете соответствия действительности.

* 1. **Характеристика операций логического мышления**

Мыслительная деятельность людей сов6ршается при помощи мыслительных операций: сравнения, анализа, синтеза, абстракции, обобщения, конкретизации.

**Анализ** – это выделение в объекте, тех или иных его сторон, элементов, свойств, связей, отношений и т.д.; это расчленение познаваемого объекта на различные компоненты.[№8, с. ]

В ходе анализа какого-либо предмета те или иные его свойства, являющиеся наиболее важными, значимыми, существенными, интересными, оказываются особенно сильными раздражителями и поэтому выступают на передний план. Такие раздражители вызывают активный процесс возбуждения (прежде всего головного мозга) и по физиологическому закону индукции тормозят дифференциацию других свойств того же предмета, являющихся слабыми раздражителями.

Таким образом, физиологической основой психического процесса анализа будет определенное соотношение возбуждения и торможения в высших отделах головного мозга.

Развитие анализа идет от практически действенного к чувственному, затем к умственному. У младших школьников преобладающим является практически-действенный анализ. Это означает, что учащиеся сравнительно легко решают те задачи, где можно использовать практические действия с самими предметами, или находить части предметов, наблюдая их в естественных условиях или на наглядном пособии.

Развитие анализа проходит ряд этапов: от частичного к комплексному и системному. Преобладающим видом у младшего школьника является частичный и комплексный. Очень часто ученики (особенно первоклассники) анализируют только отдельные части или свойства предмета. При этом выделенное они просто рядорасполагают, но не соотносят одно с другим. В результате усвоение учебного материала оказывается частичным, односторонним.

При комплексном анализе усвоение учебного материала более полное, т.к. учащиеся рассматривают более или менее все части или свойства изучаемого предмета, но взаимосвязи между ними еще не устанавливают, т.е. они просто перечисляют в определенной последовательности выделяемые части или свойства предметов.

На следующем этапе развития анализа младшие школьники проводят системный анализ изучаемых предметов и явлений. Они располагают части и свойства предметов в определенной системе, находят главные части и свойства, устанавливают их взаимосвязь и взаимозависимость.

**Синтез** – это объединение выделенных анализом компонентов целого. В процессе синтеза происходит соединение, соотнесение тех элементов, на которые был расчленен познаваемый объект. Физиологическая основа синтеза – замыкание временных нервных связей в коре головного мозга. Развитие синтеза идет от простого, суммирующего, к более широкому и сложенному. Когда части целого соединяются вместе, сопоставляя простую сумму признаков, это суммирующий синтез.

Подлинный синтез дает качественно новый результат, новое знание действительности.

Анализ и синтез всегда взаимосвязаны. Характерно, что анализ для младших школьников является более легким мыслительным процессом, и развивается значительно быстрее, чем синтез. Валон А. по этому поводу пишет: «… ребенок показывает себя гораздо более способным отделить элементы от целого, которое дано ему сразу, чем объединить то, что встречалось в его опыте раздельным, и смело создать новую группировку!» .[№8, с. ]

Анализ и синтез совершаются в единстве. Чем глубже анализ, тем полнее синтез. В свою очередь синтез оказывает влияние на качество анализа. Неразрывное единство между ними отчетливо выступает уже в познавательном процессе сравнения.

**Сравнение**. На начальных этапах ознакомления с окружающим миром различные объекты познаются прежде всего путем сравнения. Начинается синтез. В ходе синтеза происходит анализ сравниваемых явлений, предметов, событий и т.д.- выделение в них общего и различного.

В ходе обобщения в сравниваемых предметах в результате их анализа выделяется нечто общее. Эти общие для объектов свойства бывают двух видов: 1) общие как сходные признаки и 2) общие как существенные признаки.

Следовательно, всякое существенное свойство является вместе с тем и общим для данной группы однородных предметов, но не наоборот: не всякое сходное свойство является существенным для данной группы объектов.

Дети одного и того же возраста сравнивают по-разному одни и те же предметы. Одни при сравнении находят только различие, другие и различие, и сходство. Признаки также неодинаковые. Одни сравнивают по ярким, бросающимся в глаза признакам, которые больше размером, четкостью, простой формы. Другие не только по ярким, но и по менее заметным признакам, указывают мелкие детали рисунка.

Во втором классе увеличивается количество детей, которые находят не только различие, но и сходство, пользуются обобщенным приемом сравнения. В психологической литературе обычно отмечалось, что школьнику легче находить различие, чем сходство.

Румянцева Л.И. на основе проведенных опытов делает вывод, что это относится к новым предметам, а при сравнении хорошо известных предметов дети находят значительно больше признаков сходства, чем различия. При этом обогащение опыта, развитие способности к наблюдению приводит к тому, что при повторном сравнении увеличивается количество упоминаний признаков сходства. .[№8, с. ]

Особенностью сравнения младших школьников является то, что они часто подменяют сравнение простым рядоположением предметов. Особую трудность для них представляет сравнение предметов и явлений, с которыми нет возможности непосредственно действовать, а так же тех, которые обладают большим количеством признаков, или их признаки скрыты. Нередко младшие школьники затрудняются сравнивать предметы и явления потому, что они не могут самостоятельно составить план сравнения, поэтому необходимо вести целенаправленную работу по формированию у них приема сравнения.

**Абстракция** – это мыслительное выделение существенных свойств и признаков предметов или явлений при одновременном отвлечении от существенных признаков и свойств. Выделенный в процессе абстрагирования признак предмета мыслится независимо от других признаков, и становится самостоятельным объектом мышления.

Одной из особенностей абстракции учащихся начальных классов является то, что за существенные признаки они порой принимают внешние, яркие, часто воспринимаемые признаки. Другая особенность заключается в том, что дети легче абстрагируют свойства предметов и явлений, чем связи и отношения, которые существуют между ними. Поэтому необходимо обращать внимание учащихся на скрытые, но существенные признаки.

Важно различать изолирующую и расчленяющую абстракции.

*Изолирующая -* заключается в полном отвлечении одного элемента от остальных. Результатом изолирующей абстракции является, например, определение понятия, когда ученик формулирует общие, существенные признаки данного круга предметов, и не берет во внимание все остальные.

*Расчленяющая* абстракция – сознательное разделение существенного и несущественного и их противопоставление на основе обобщенных знаний. .[№8.

Младшие школьники часто пользуются изолирующей абстракцией. Для глубокого усвоения знаний необходимо противополагать существенные и несущественные, то есть нужно пользоваться расчленяющей абстракцией.

**Обобщение**  . Как показывают исследования Блонского П.П., Выготского Л.С., Шиф Ж.И., Натадзе Р.Г., Менчинской Н.А. и других, учащиеся I и II класса выделяют как существенные наиболее заметные внешние признаки предметов. Это порой приводит к тому, что младшие школьники вместо обобщения синтезируют, т.е. объединяют, предметы не по их общим признакам, а по некоторым причинно-следственным связям и взаимодействию предметов.

Советскими психологами установлено 3 уровня развития обобщения у детей:

* чувственное, практически-действенное;
* образно-понятийное;
* понятийно-образное, научное.

Чувственное обобщение совершается при непосредственном соприкосновении с предметами и явлениями, в процессе их восприятия и практической деятельности с ними. Это обобщение является основным у школьника и в начале преобладает у младшего школьника. В процессе чувственного обобщения могут объединяться как существенные, так и несущественные свойства, связи и отношения предметов и явлений. В результате возникает сумма элементарных знаний в виде общих представлений.

*Образно – понятийное обобщение –* это обобщение как существенных, так и несущественных признаков в виде наглядных образов.

*Понятийно – образное, научное обобщение* – это обобщение сходных существенных признаков, предметов и явлений, их существенных связей и отношений. Результатом являются научные понятия, законы, правила.

Развитие обобщения у учащихся идет от широкого к более дифференцированному.

**Конкретизация** – это мыслительный подход от общего к единичному, которое соответствует этому общему. В учебном процессе конкретизация связывает наши теоретические знания с жизнью и помогает правильно понять действительность. .[№8, с. ]

В варьировании условий задачи психологически означает, что для мыслительной деятельности учащегося созданы благоприятные предпосылки. Варьирование условий способствует тому, чтобы ученик осуществил анализ предложенной ему задачи, выделил в ней наиболее существенные компоненты и произвел их обобщение. По мере того как он выделяет и обобщает существенные условия разных задач, он и совершенствует перенос решения с одной задачи на другую. Надо вскрыть то существенно общее, что между ними имеется.

Раскрытие этого общего принципа решения в результате анализа обеих задач и является внутренним, психологическим условием переноса.

Конкретизация протекает в тесном единстве с обобщением. Усвоение понятий, законов, правил происходит на основе рассмотрения отдельных предметов, фактов, знаков, схем и совершения конкретных действий с ними. Усвоенные понятия, законы, правила применяются к решению частных конкретных задач.

Психологи установили, что обобщение и конкретизация могут находиться в различном соотношении. Это зависит от характера содержания изучаемого материала, от методов обучения, от уровня развития мышления у детей.

Взаимная связь обобщения и конкретизации может быть неполной и конкретизация частичной.

На следующей ступени взаимосвязи обобщения и конкретизации наблюдается установление их единства в пределах учебного материала.

Высшей формой взаимосвязи обобщения и конкретизации является их полное единство. В понимании учащиеся достигают такой ступени, когда умело, конкретизируют новыми фактами.

**1.3 Мышление как процесс решения задач**

Трактовка мышления как процесса означает, прежде всего, что сама детерминация мыслительной деятельности осуществляется тоже как процесс.

Согласно Леонтьеву А.Н. [№17, с.300], Рубинштейну С.А. [№17, с.300], и другим, задача есть цель, данная человеку в определенных условиях. Решение задачи включает поиск способа, необходимого для достижения поставленной цели, а также само выполнение действия, определяемого этой целью. В ходе поиска способа решения человек осуществляет ориентацию в условиях задач, их исследование, познание, т.е. мышление.

Выполняя познавательную функцию в решении задачи, мышление может быть нацелено объективно на отражение таких отношений представленных в ее условиях данных, на основе которых можно построить либо способ решения предложенной задачи, либо общий способ решения всех задач того класса, к которому относится предложенная задача.

В первом случае мышление будет эмпирическим, поскольку здесь содержание соответствующего класса задач отражается непосредственно, в частной форме, как определенность, обозначаемая категорией явления. Во втором случае мышление можно классифицировать как теоретическое (логическое), потому что здесь содержание соответствующего класса задач отражается опосредованно, в общей форме, как определенность, обозначаемая категорией сущности.

По факту успешного решения некоторой задачи нельзя, таким образом сказать, какая ориентация в ее условиях (с помощью эмпирического или логического мышления) была осуществлена человеком. Чтобы это установить, нужно было либо наблюдать за поиском способа решения задачи, либо предложить решить еще несколько задач того же класса, что и первая. Тогда каждая задача будет выступать объективно явлением некоторого рода. При этом необходимо, чтобы задачи значительно различались по внешним особенностям их условий.

При эмпирической ориентации в условиях задач у человека объективно нет оснований решить все предложенные задачи успешно за ограниченное время. Такой результат может получиться лишь случайно, поскольку условия каждой последующей задачи будут выступать как новый объект познания, принципиально отличающийся от предыдущего. В этом положении человек, приступая к решению последующей задачи, пытается, как показали исследования, использовать успешный способ решения предыдущей задачи, опираясь на внешнее сходство ее условий с условиями предыдущей задачи.

Здесь, таким образом, выполняется формальное (эмпирическое) обобщение задач, которое, согласно Давыдову В.В., «осуществляется путем развернутого сравнения ходов решения серии задач; при этом каждая последующая задача решается как относительно самостоятельная и частная через пробы и ошибки …» [№9, с.216]

При теоретической ориентации человек объективно имеет возможность решить успешно все предложенные задачи, поскольку исходный способ такой ориентации обеспечивает выделение в их условиях всеобщего для построения этого класса задач отношений объектов.

Если даже далее он использует способ ориентации адекватный выделению особенных форм этого всеобщего отношения, т.е. существенных отношений, необходимых для построения надклассово задач предложенного класса, то у него будет возможность провести содержательную группировку решения задач, приняв выделенные существенные отношения за ее объективное основание.

И, наконец, если человек реализует способ ориентации, адекватный выделению единства всеобщего отношения и его относительно обособившихся форм, то в этом случае он будет иметь возможность предложить условия задачи нового подкласса. Это следует из того, что выделение такой определенности в содержании решаемого класса задач связано, согласно положениям диалектической логики, с исчерпанием всеобщего отношения его особенными формами посредством выделения последних из первого. Реализация отмеченной возможности должна свидетельствовать, таким образом, о наличии у человека отражения решаемого класса задач на уровне подлинного понятия, как единства всеобщего, особенного и единичного.

Как указывалось выше, способы логического мышления объективно выступают, согласно его природе, единством познавательных актов двух родов: актов, непосредственно связанных с исследованием условий задач, и актов, связанных с рассмотрением особенностей этого исследования. Познавательные акты первого рода, исходя из их функции в теоретическом мышлении –выделять в познавательном объекте существенные (всеобщие, особенные и единичные) характеристики их бытия, можно считать (в собирательном смысле этого термина) анализом. Акты второго рода, т.е. то наблюдение, которому ум подвергает свою деятельность и способы ее проявления, вследствие чего в результате возникают идеи этой деятельности [№21, с.129] можно, опираясь на данную характеристику и последующую философскую традицию в употреблении этого термина, считать рефлексией.

На основании логических характеристик функционирование анализа и рефлексии при реализации каждого из способов теоретического мышления можно гипотетически представить следующим образом. При реализации исходного способа анализ связан с выделением существенного отношения данных, представленных в условии задачи, путем их преобразования – отвлечения от внешних особенностей. Смысл рефлексии заключается здесь в оценке всеобщего характера результата анализа, т.е. выделенного существенного отношения. Для этого способ анализа фиксируется, учитывается.

Оценка, отмеченная выше, выполняется в ходе содержательной ориентации в условиях последующих задач. Если решение какой – либо задачи будет неуспешным, то учтенный ранее способ анализа может быть изменен с тем, чтобы выделить действительно всеобщее отношение. Найденный способ анализа и его результат вновь рефлексируется (т.е. фиксируется, оценивается человеком). Такое изменение содержания первоначальной ориентации может происходить каждый раз при неуспешном решении какой-либо задачи.

Если же решение последующих задач серии будет успешным, то возможно иное изменение содержания первоначальной ориентации: благодаря постоянной фиксации хода анализа человек заметит объективное различие его способов.

Такая возможность следует из того, что отмеченный способ содержательного анализа условий задач, отражая по своей природе ориентиры, необходимые для успешного решения всех данных задач, объективно отражает также и ориентиры, необходимые для успешного решения лишь части данных задач. Иначе говоря, в способе содержательного анализа отражаются ориентиры, существенные для решения отдельных подклассов задач решаемого класса.

При отражений различий в способах анализа рефлексия его результатов приобретает иную направленность: на оценку особенного характера выделенного существенного отношения. При решении последующих задач можно поэтому содержательно управлять анализом: использовать его способы в соответствии со спецификой решаемого подкласса задач. Такое содержание ориентации в условиях задач может при дальнейшем не изменяться.

В другом случае возможно дальнейшее изменение содержания ориентации. Благодаря постоянной оценке особенно характера отражаемых существенных отношений может быть выделена основа их особенного осуществления – всеобщее отношение. Смысл рефлексии вновь изменяется: реализуется стремление оценить всеобщий характер выделенной основы по отношению к особенным существенным отношениям. Поэтому фиксируется исходная общность способов анализа при содержательной ориентации в условиях разных задач.

Проведенный разбор показал, что роль анализа и рефлексии в способах теоретического мышления различна. Так, в исходном способе ведущим выступает анализ, поскольку его результат прямо совпадает с итогом всего действия. Рефлексия выполняет здесь вспомогательную роль. Такое взаимодействие этих фактов характерно при переходе человека от отражения явления к отражению сущности: «Недостаток рефлексии характерен для аналитической стадии познания, когда выделяются отдельные абстракции из целого» [№7, с.198].

В следующем способе положение иное: ведущей выступает рефлексия, поскольку без отражения различий в анализе результат этого действия получить нельзя. При выделении единства всеобщего и особенного анализ и рефлексия равным образом обеспечивают успешную реализацию этого способа. Отмеченные характеристики позволяют условно обозначить исходный способ теоретического мышления как аналитический, способ выделения особенного – как синтезирующий.

Рассматривая освоение этих способов в качестве этапов развития теоретического мышления, целесообразно обратиться к положениям теории Леонтьева А.Н. о трансформациях составляющих предметной деятельности. Так, им показано, что совершенствование деятельности предполагает прогрессивные изменения ее несамостоятельных (по направленности) элементов. Сначала некоторое содержание может функционировать в деятельности лишь в качестве воспринимаемого, но не осознаваемого. В этом качестве выступает содержание операций, возникающих «путем прилаживания фактического действия к предметным условиям или путем простейшего подражания» [№19, с.267]

Затем с увеличением круга вовлекаемых в деятельность предметов окружающего мира это содержание может выполнять иную функцию: функцию цели. Тогда оно становится актуально сознаваемым содержанием, предметом, на который специально направлена активность человека. При этом стихийно сложившаяся операция превращается в действие, приобретает самостоятельную направленность.

Далее это содержание вновь изменяет свою функцию в деятельности, становясь опять актуально несознаваемым, т.е. превращаясь в операцию. При этом оно приобретает статус сознательного контролируемого содержания, что позволяет ему при затруднениях в осуществлении деятельности оказываться актуально сознаваемым.

Таким образом, действие превращается в операцию, но в операцию сознательную. Следовательно, некоторое содержание выполнявшие в деятельности первоначально функцию условия действия, затем может при изменении своего структурного места в деятельности выполнять функцию действия и далее вновь изменить свое место в деятельности и выполнять функцию условия действия. Но принципиальное различие начального и конечного состояния этого содержание заключается в том, что на начальном этапе функционирования в деятельности оно не учитывается человеком, а на конечном учитывается, им и управляется.

Благодаря такому превращению некоторого содержания деятельности – из несознаваемого в сознательно-контролируемое- человек может ставить новые цели, сложенные и отдаленные, достигаемые более опосредованным путем, а также в более широком круге обстоятельств.

Опираясь на приведенные положения этапы развития теоретического мышления как сложного действия можно представить так. На первом этапе актуально сознаваемым содержанием выступает всеобщее отношение, исходное для существования познаваемых объектов. Это прямой результат анализа как активности человека по их исследованию. Следовательно, анализ здесь функционирует как действие. Способ анализа (в отличии от его результата) на этом этапе специально, сам по себе актуально человеком не сознается и, таким образом, выступает в качестве воспринимаемого содержание .

**Рефлексия** – рассмотрение способа исследования объектов (в данном случае способа анализа) функционирует, поэтому как стихийно сложившаяся операция, т.е. как структурная единица деятельности, относящаяся к несознаваемому содержанию.

На втором этапе актуально сознаваемым содержанием познаваемых объектов выступает новая их определенность – особенные формы исходного отношения. Это тоже результат исследования объектов, и дальнейшего их анализа. Но, в отличие от предыдущего этапа здесь актуальное познавание результата анализа необходимо предполагает специальное рассмотрение его способов. Таким образом, рефлексия функционирует здесь как действие, анализ (выделение всеобщего, исхода отношения) – как сознательная операция, т.е. контролируемое условие выделения особенных форм всеобщего отношения.

На третьем этапе действие анализа направленно на выделение в объектах единства всеобщего отношения и его особенных форм, т.е. связано с осуществлением синтеза этих определенностей для выделения новой определенности. Предметом действия рефлексии выступает общность разных способов анализа.

Вместе с тем мышление человека на этом этапе включает в качестве сознательных операций, с одной стороны, анализ, связанный с выделением в объектах всеобщего отношения и его особенных форм, а, с другой стороны, рефлексию, отражающую способы анализа. В общем, развитие теоретического мышления как сложного познавательного действия при решении задач включает три этапа, связанных с последовательным освоением человеком аналитического, рефлексивного и синтезирующего способов.

Иначе говоря, по ходу решения задачи человек выявляет все новые и новые, до того неизвестные ему условия и требования задачи, которые причинно обуславливают дальнейшие протекания мышления.

В развернутом мыслительном процессе, поскольку он всегда направляется на разрешение какой-нибудь задачи, можно различить также несколько раз:

1. осознание проблемной ситуации;
2. выделение известного из неизвестного;
3. ограничение зоны поиска (на основе представлений о типе задач, исходя из предшествующего опыта);
4. появление гипотезы как предположения о способах решения задач;
5. реализация различия гипотезы;
6. проверка гипотезы. Если проверка подтверждает гипотезу, то осуществляется реализация решения.

Выделяют три типа мыслительных действий, характерных для процесса решения задач: ориентировочные действия – начинаются с анализа условия, на основе которого возникает гипотеза; исполнительные действия – сводятся в основном к выбору приемов решения задачи; нахождение ответа состоит в сверке решения с условиями задачи.

Мышление и решение задач тесно связаны друг с другом. Но их нельзя отождествлять, сводя мышление к решению задачи. Решение задачи осуществляется только с помощью мышления. Но мышление проявляется не только в решении задачи. Мыслительная деятельность необходима и для самой постановки задачи, для выявления и осознания новых проблем, для усвоения знаний, для понимания текста в процессе чтения и во многих других случаях.

Хотя мышление и не сводится к решению задач, лучше всего формировать его в ходе решения задач, когда ученик наталкивается на посильные для него проблемы и вопросы и формулирует их. За последнее время на основе психологических исследований проблемных ситуаций и решения задач разрабатываются методы проблемного обучения школьников.

Психологическая наука приходит к выводу, что не нужно устранять всех трудностей с пути ученика. Лишь в ходе их преодоления он сможет сформировать вои умственные способности. Помощь и руководство со стороны учителей состоит не в устранении этих трудностей, а в том, чтобы готовить учащихся к их преодолению.

* 1. **Различные методические подходы к формированию умения решать задачи.**

В окружающей нас жизни возникает бесконечное множество таких жизненных ситуаций, которые связаны с числами, и требуют выполнения арифметических действий над ними – это задачи.

В математическом смысле слово задача – это любое математическое знание, в котором есть условие и требование (т.е. указание на то, что нужно найти).

Для выполнения каждого требования применяется определенный метод или способ действия, в зависимости от которого выделяют различные виды математических задач: на построение, доказательство, преобразование, комбинаторные задачи, арифметические и т.д.

В начальном курсе математики понятие «задача» обычно используется тогда, когда речь идет об арифметических задачах. Они формируются в виде текста, в котором находят отражение количественные отношения между реальными объектами. Поэтому их называют «текстовыми», «сюжетными», «вычислительными».

При обучении младших школьников математике, решению этих задач уделяется большое внимание.

Это обусловлено следующими моментами.

1. В сюжетах находят отражение практические ситуации, имеющие место в жизни ребенка. Это помогает ему осознать реальные количественные отношения между различными объектами (величинами) и тем самым углубить, и расширить свои представления о реальной действительности.
2. Решение этих задач позволяет ребенку осознать практическую значимость тех математических понятий, которыми он овладевает в начальном курсе математики.
3. В процессе их решения у ребенка можно формировать умения, необходимые для решения любой математической задачи (выделять данные и искомое , условие и вопрос, устанавливать зависимость между ними, строить умозаключения, моделировать, проверять полученный результат).

Следует иметь в виду, что понятие «решения задачи» можно рассматривать с различных точек зрения: решение как результат, т.е. как ответ на вопрос, поставленный в задаче, и решение как процесс нахождения этого результата. С точки зрения методики обучения решению задач на первый план выступает процесс нахождения результата, который, в свою очередь, тоже можно рассматривать с различных точек зрения. Во-первых, как способ нахождения результата, во-вторых , как последовательность тех действий, которые входят в тот или иной способ.

Итак, решение задач в широком смысле слова – весь процесс работы над задачей; в узком смысле этого слова – это результат, т.е. та запись, которая появляется в тетради и на доске.

Существуют различные методы решения задач: практический, арифметический, алгебраический. В рамках каждого метода могут существовать разные способы решения.

Вопрос о том, как научить детей устанавливать связи между данными и искомыми в текстовой задаче и в соответствии с этим выбрать, а затем выполнить арифметические действия, решается в методической науке по-разному.

Тем не менее, все многообразие методических рекомендаций, связанных с обучением младших школьников решению задач, целесообразно рассматривать с точки зрения двух принципиально отличающихся друг от друга подходов.

Один подход нацелен на формирование у учащихся умение решать задачи определенных видов.

Ранее введение понятия «задача» также характерно для этого подхода. Сюда относятся программы Жикалкиной Т.К., Петерсон А.Г. и традиционная программа.

Цель другого подхода – научить детей выполнять семантический и математический анализ текстовых задач, выявить взаимосвязи между условием и вопросом , данным и искомым и представлять эти связи в виде схематических и символических моделей.

Понятие «задача» вводится достаточно поздно ( 2 класс 1-4). Это программы Истоминой Н.Б. и Аргинской И.И.

Различие представленных целей обуславливает различие методических подходов к обучению решению задач.

При одном подходе дети сначала учатся решать задачи простые, а затем составные, включающиеся в себя различные сочетания простых задач.

Процесс обучения решению простых задач является одновременно процессом формирования математических понятий.

Обучение решению задач каждого вида осуществляется в соответствии с логикой построения курса по УМК Моро М.И., т.е. дети знакомятся с соответствующими видами простых задач, приступая к изучению нового понятия. В связи с этим математические понятия усваиваются в процессе решения простых задач.

Но, как известно, процесс решения текстовой задачи предлагает прежде всего анализ ее текста. Целью анализа является выделение условия, вопроса, известных и неизвестных, выявление отношений между ними и выбор арифметического действия, выполнение которого позволит ответить на вопрос задачи.

Используя при решении каждой задачи аналитический и синтетический способ разбора, учитель в конечном итоге добивается того, что дети сами задают себе эти вопросы в определенной последовательности, и выполняют рассуждения, связанные с решение задач.

Но такая деятельность при решении задач каждого вида вряд ли может способствовать активизации мышления учащихся. Тем более, если речь идет о решении задач определенных видов, текстовые конструкции которых также отличаются однообразием: сначала всегда условие, затем вопрос. Если же вопрос сформулирован нестандартно, например, с него начинается текст задачи, то это классифицируется как упражнение творческого характера. К таким упражнениям относятся также решение задач с недостаточными и лишними данными, упражнение на составление и преобразование задач.

Основным методом обучения решению составных задач при данном подходе является «показ способов решения определенных видов задач и значительная, порой изнурительная практика по овладению ими» [№14, с.153] . Поэтому многие учащиеся решают задачи лишь по образцу.

При другом подходе процесс решения задач (простых и составных) рассматривается как переход от словесной модели к модели математической или схематической.

В основе осуществления этого перехода лежит семантический анализ текста и выделение в нем математических понятий и отношений (математический анализ текста). Естественно, учащиеся должны быть подготовлены к этой деятельности. Отсюда следует, что знакомству младших школьников с текстовой задачей должна предшествовать специальная работа по формированию математических понятий и отношений, которые они будут использовать при решении текстовых задач.

Таким образом, необходима длительная подготовка к введению понятия «задача». Она заключается в сформированности

а) навыков чтения;

б) представлении о смысле действий сложения и вычитания, их взаимосвязи, понятий «увеличить (уменьшить) на …», разностного сравнения;

в) основных мыслительных операций: анализ и синтез, сравнение;

г) умение описывать предметные ситуации и переводить их на язык схем и математических символов;

д) умение чертить, складывать, вычитать отрезки;

е) умение переводить текстовые ситуации в предметные и схематические модели.

**1.5 Приемы развития анализа и синтеза при решении задач**

Истомина Н.Б. и Артемов А.К. раскрывают в своих статьях следующие приемы, способствующие развитию анализа и синтеза:

* прием сравнения
* прием классификации
* прием аналогии
* прием обобщения.

Данные приемы используются не только при решении задач, но параллельно и при изучении геометрического материала и обучении вычислениям. Рассмотрим их подробнее.

1. **Прием сравнения**

- это прием интеллектуальной деятельности, направленный на выявление сходного и различного в данных объектах [№5, с.43].

Сравнение бывает

* неполным, когда ограничивается лишь фиксацией сходства или различия;
* полным, когда заканчивается определенными выводами

Сравнение по сходству обычно называют сопоставлением, по различию – противопоставлением.

В формировании умения пользоваться этим приемом Истомина Н.Б. выделяет этапы:

* выделение признаков или свойств одного предмета;
* установление сходства и различия между признаками двух объектов;
* выявление сходства и различия между признаками трех, четырех и более объектов.

Показатель сформированности приема сравнения – умение детей самостоятельно использовать его для решения различных задач, без указания: «сравни…», укажи признаки…, в чем сходство и различие …» [№14, с. ].

Артемов А.К. выделяет **5 операций** в формировании умения пользоваться приемом сравнения:

* выделение признаков предметов;
* расчленение выделенных признаков на существенные и несущественные в данной ситуации;
* выделение признаков являющихся основанием сравнения;
* нахождение сходных и различных признаков объектов, т.е. осуществление неполного сравнения;
* формулировка вывода из проведенного сравнения – осуществление полного сравнения.

Отсюда он делает вывод, что обучение сравнению – длительный процесс и его необходимо разделить на два этапа: подготовительный и основной. Рассмотрим их на примерах, приведенных Артемовым А.К.

На подготовительном этапе отрабатываются операции, входящие в прием сравнения.

*1.Выделение признаков одного предмета.*

**Пример.**

1) Дана запись 2+3 =5. Какие признаки у этой записи можно выделить? ( В ней есть числа 2,3,5, знаки +, =, числа 2 и 3 – слагаемые, 5 – сумма и др.)

1. Дано число 72. Выделите все признаки, которые вы заметили у этого числа.

После овладения этой операцией переходят к выделению общих признаков двух и более предметов.

**Пример.**

Даны записи 6+3 и 6-3. Выделяем признаки в первой, и ищем их во второй записи. Это числа 6 и 3. Предлагаем найти такой признак, которого нет во второй записи (знак -)

*2. Выделение существенных признаков* – это таких признаков, от которых зависит правильность ответа на заданный вопрос или поставленное задание.

**Пример.**

Число 19 представьте в виде суммы двух слагаемых. Здесь существенные следующие признаки: **1**) число должно изображаться в виде суммы; **2)** в этой сумме должно быть два слагаемых. В задании не говорится, какими должны быть слагаемые, значит это несущественный признак. Получаем 19=2+17, 19=8+11, 19=4+15 и т.д.

*3. Выделение сходных существенных признаков двух и более объектов.* – Существенный признак должен быть обобщенным. Для того, чтобы заметить это, он должен повторяться в разных объектах, которые целесообразно показывать одновременно.

**Пример.**

Замените числа суммой по образцу:

28=20+8 15=ٱ+ٱ 32=ٱ+ٱ

43=40+3 84=ٱ+ٱ 56=ٱ+ٱ

Какой существенный признак указан в условии задания? (Сумма двух слагаемых: видно в образцах). Какой существенный признак повторяется? (Сумма разрядных слагаемых).

Второй этап – обучение приему сравнения.

Сравнить – значит установить сходные и различные существенные признаки этих предметов, и сделать определенный вывод, если это возможно[№5, с.48]

**Пример.**

Сравните решение следующих примеров:

48+21=(40+8)+(20+1)=(40+20)+(8+1)=69

27+32=(20+7)+(30+2)=(20+30)+(7+2)=59

54+13=(50+4)+(10+3)=(50+10)+(4+3)=67

Что здесь будем сравнивать? (Способы Решения). Какие признаки сходны в примерах, существенны для способа решения? (Складываются двузначные числа). Какие признаки существенны в решении первого примера? (Представление данных чисел в виде суммы разрядных слагаемых, сложение отдельно десятков и единиц). Имеются ли сходные признаки в решении других примеров? (Да). Выделите их. Что мы узнали путем сравнения? (Как складывать двузначные числа…).

1. **Прием классификации**

Его основа состоит в умении выделять признаки предметов и устанавливать между ними сходство [№14, с. ].

При формировании этого приема дети сначала выполняют задания на классификацию хорошо знакомых предметов и геометрических фигур, потом чисел. Задания обычно формулируются в таком виде:»Разбейте все круги на 2 группы по какому-то признаку». Если в задании не указано количество групп разбиения, то возможны различные варианты. Задания на классификацию применяются не только для продуктивного закрепления знаний, умений и навыков, но и при знакомстве с новыми понятиями.

Истомина Н.Б. говорит, что при обучении математике можно использовать задания на классификацию различных видов:

* подготовительные задания. К ним относятся: «Убери «лишний» предмет», «Нарисуй предметы того же цвета (формы, размера)», «Дай название группе предметов». Сюда же можно отнести задания на развитие внимания, наблюдательности: «Какой предмет убрали?», «Что изменилось?»;
* задания, которых на основание классификации указывает учитель;
* задания, при выполнении которых дети сами выделяют основание классификации.

1. **Прием аналогии**

описывается Истоминой Н.Б.

*Аналогия –*сходство в каком-либо отношении между предметами, явлениями, понятиями, способами действий [№14, с. ]. Обычно этим приемом пользуются с целью закрепления тех или иных действий, операций. Но возможен и другой вариант, когда, используя аналогию, ученики находят новые способы деятельности, и проверяют свою догадку. Например, усвоив алгоритм письменного сложения двузначных чисел, учитель предлагает выполнить сложение трехзначных, четырехзначных,… чисел. Возникает догадка – вероятно, можно складывать трехзначные числа так же поразрядно. Правильность догадки проверяется учителем или сравнивается с образом.

1. **Прием обобщения**- это выделение существенных признаков , математических объектов, их свойств и отношений (по Истоминой Н.Б.)

Следует различать результат и процесс обобщения. Результат фиксируется в понятиях, суждениях, правилах. Процесс же обобщения может быть организован по-разному. В зависимости от этого говорят о двух типах обобщения – теоретическом и эмпирическом [№14, с. ].

В курсе начальной математики наиболее часто применяется эмпирический тип, при котором обобщение знания является результатом индуктивных рассуждений (умозаключений). Используя индуктивные умозаключения, учащиеся могут самостоятельно «открывать» математические свойства и способы действий, которые в математике строго доказываются.

Например*,* ученикам предлагается самостоятельно найти значение выражений, заменив умножение сложением

3\*2 4\*5

2\*3 5\*4 и т.д.

Выясняется, чем похожи, чем отличаются равенства в каждом столбике. В конце дети делают вывод: «От перестановки множителей значение произведения не изменяется».

Формируя у младших школьников умение, обобщать наблюдаемые факты индуктивным способом, полезно предлагать задания, при выполнении которых они могут сделать неверные обобщения.

# Например, дано задание:

«Сравни выражения, найди общее в полученных неравенствах, и сделай соответствующие выводы:

2+3 … 2\*3 4+5 … 4\*5

3+4 … 3\*4 5+6 … 5\*6»

Сравнив данные выражения, учащиеся, делают вывод: «сумма двух последовательных чисел всегда меньше произведения».

## Но высказанное обобщение ошибочно, т.к. не учтены случаи

0+1 … 0\*1

1+2 … 1\*2

можно попытаться сделать правильное обобщение, в котором будут учтены определенные условия: «сумма двух последовательных чисел, начиная с числа 2, всегда меньше произведения этих чисел».

В отличие от эмпирического, теоретическое обобщение осуществляется путем анализа данных об одном объекте с целью выявления существенных внутренних связей. Эти связи сразу фиксируются абстрактно (теоретически – с помощью слова, знаков, схем) становятся той основой, на которой в дальнейшем выполняются частные (конкретные) действия.

Наряду с эмпирическими и теоретическими обобщениями в курсе математики имеют место обобщения-соглашения. Примерами таких обобщений являются правилами умножения на 1 и на 0, справедливо для любого числа. Их обычно сопровождают пояснениями «в математике договорились …», «в математике принято считать …».

Артемов А.К. приводит ряд следующих (приемов) упражнений развития анализа и синтеза у учащихся при решении задач.

1) составление схем по текстам задач и наоборот, - текстов задач по данным схемам.

2) выбор схемы к задаче.

1. использование обобщенных схем. В отличие от первых схем, в них вместо числовых данных используются геометрические фигурки

0 – неизвестное число

4) сравнение задач и запись решения в виде ٱ+∆=Ò – модель решения рассматриваемого класса простых задач (на объединение данных в задачах предметов).

1. или по ٱ- ∆ =Ò данной схеме придумать задачу.
2. выбор вопроса.
3. упражнения с равенствами: составить равенства по условию

34>22 на 12 ( 34-22=12; 12+22=34). Как записать это равенство по другому? ( 22<34 на 12).

1. превращение простой задачи в составную.
2. Применение схем, изображающих «дерево» рассуждений.

**Пример:** Незнайка задумал число, но забыл это число. Он помнит только, что оно состоит из двух чисел. Одно из которых равно 9, а другое он тоже не помнит, но вспомнил, что это другое число состоит из 5 и 7. Незнайка просит помочь ему восстановить забытое число.

### Изобразим этот сюжет в виде схемы

9

12

5

7

Сначала восстанавливаем число в квадратике: оно получается сложением 5 и 7. ставим знак «+» между этими числами, слева отмечаем цифрой первое действие на пути к ответу: 5+7=12. Ставим число12 в квадратик. Затем ставим знак «+» и отмечаем второе действие относительно чисел 12 и 9. Выясняем вопросы: в каком порядке искать забытое число? Какое действие следует для этого выполнять? Сколько раз? Какие числа следует складывать вначале? Почему?

После выполнения нескольких таких заданий, переходят к формулировке общей задачи, охватывающей обе задачи.

Например: в двух коробках были карандаши, в одной коробке было 12 синих, в другой – 5 красных и 7 зеленых карандашей. Сколько всего карандашей в двух коробках?

Анализируя условие задачи, строят «дерево» рассуждений, а затем, используя его, решают задачу.

Ценность этого приема состоит в том, что его использование готовит учащихся к овладению аналитическим способом рассуждений при поиске плана решения составной задачи и, кроме того, учит детей анализировать ситуации, заданные в виде схемы) [№4, с. ].

10) составление сюжетных задач по схемам, изображающим 2дерево» рассуждений, в том числе и по абстрактным схемам.

**Пример.**

?

В квадратик (если около него нет знака вопроса) и треугольник разрешается вставить любые числа.

1. переформулирование вопроса и условия задачи.

Суть этого приема состоит в том, что от учащегося требуется поставленный в задаче вопрос заменить на равносильный [№6, с. 37 ].

Возможно переформулирование и условия.

**Пример.**

В поселке 210 каменных домов, а деревянных на 70 меньше. Сколько всего домов?

Поставим вопрос: как можно по-другому прочитать задачу? Возможный вариант ответа: в поселке были деревянные и каменные дома. Каменными были 210 домов, а разность между числом деревянных и каменных домов равняется 70. Требуется узнать, сколько всего домов в поселке.

12) постановка производного задания [№6, с. 38 ].

Решение сложной задачи расчленяется на простые задачи. Но в отличии от простых задач, предлагаемых сначала учащимся для решения, в простой задаче, вычленяемой из сложной нет заранее данного вопроса. Его учащиеся должны поставить сами и дать на него ответ

Многие авторы научных статей по обучению школьников решению текстовых задач описывают свои упражнения, направленные на развитие анализа и синтеза у учащихся.

Матвеева Н.А. вводит понятия: целое, часть, их соотношения на основании предложенного чертежа.

Чтобы найти часть, нужно от целого отнять часть. Чтобы найти целое, нужно сложить части.

Чтобы найти целое, нужно мерку умножить на количество мерок.

Чтобы найти мерку , нужно целое разделить на количество мерок.

Чтобы найти количество мерок, нужно целое разделить на мерку[№23, с. 60].

При обучении использованию схематического чертежа в моделировании простых задач на этапе ознакомления автор использует следующие приемы.

1. Разъяснение учителем каждой части модели.
2. Указания к построению модели – то есть выбрать слова, характеризующие предметы, о которых говорится в задаче. Затем определить, какое слово включает в себя общее понятие, какие слова являются частями.
3. Моделирование по наводящим вопросам учителя и поэтапное выполнение схемы.

На этом этапе осмысления схематического чертежа Матвеева Н.А. предлагает использовать следующие приемы.

1. Формирование текста задачи по предложенному сюжету и схематическому чертежу.

*Пример.* *Учеников рассадили по партам. Для этого потребовалось столько парт.*

Предполагаемый ответ: !8 учеников рассадили по 2 человека за каждую парту. Сколько парт понадобилось, чтобы рассадить всех учащихся?

2. По схеме объяснить, что обозначают данные выражения.

*Пример.*

2\*7 (целое)

14:2 (количество мерок)

14 :7 (мерка)

3. Предлагается заготовка. Необходимо указать на схеме количественные характеристики объектов.

* точное указание модели
* выбор модели из числа предложенных

4. Изменение модели или количественных характеристик.

*Пример.*

5. Дополнение к построению схемы. Предлагается часть схематического чертежа, ученик достраивает его до завершения.

6. Сравнение схем и результатов нахождения неизвестного.

*Пример.*

8-6=2

8-6=2

* Что общего в этих схемах? (Количественная характеристика; решение задачи)
* В чем разница? (На первой схеме требуется узнать, на сколько больше первый отрезок, чем второй; на второй – на сколько меньше второй отрезок, чем первый)

7. Сравнение схем и текстов задач.

*Пример. 1) Из танцевального кружка ушли 5 девочек, затем 3 мальчика. Сколько детей ушли из кружка?*

*2) В танцевальный кружок пришли 5 девочек и 3 мальчика. Сколько детей пришли в кружок?*

Вспомогательные модели одинаковые. Сюжеты задач разные. Рассуждения и решения идентичны.

Матвеева Н.А. считает, что итогом обучения построению и осмыслению схематического чертежа является самостоятельное моделирование задач учащимися.

Кузнецов В.И. рассматривает некоторые вопросы обучения детей общим приемам решения любых математических задач.

Эти приемы учебной деятельности он представляет в виде схемы [№18,с. 27].

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| задача | | |
|  |  |  |
| схематическая запись задачи | анализ задачи |  |
|  |  |  |
|  | поиск способа решения |  |
|  |  |  |
|  | план решения |  |
|  |  |  |
| анализ решения | осуществление плана решения | исследование задачи |
|  |  |  |
|  | проверка |  |
|  |  |  |
|  | ответ |  |

При обучении поиску решения задачи Кузнецов опирается на опыт липецких учителей, и предлагает иллюстрировать данные в задаче с помощью «картинок с точками», при этом учащиеся осуществляют операции объединения множеств и удаления множества из данного множества, при этом раскрывая смысл арифметических действий сложения и вычитания.

*Пример. 1. в вазе было 3 красные астры и 2 голубые. Сколько всего астр в вазе?*

Рисуют

Ò Ò Ò Ò Ò

*2. В гараже было 7 машин. На работу выехало 2 машины. Сколько машин осталось в гараже?*

Рисуют :

Ò Ò Ò Ò Ò Ò

Когда дети усвоят содержание всех операций «решения задачи» их знакомят с инструкцией в виде «памятки», которая представлена как алгоритм умственных действий, что побуждает учеников выполнять все операции в определенной последовательности и усвоить образец рассуждения.

Рассуждать так:

1. Мне известно …
2. Надо узнать …
3. Рисую и объясняю …
4. Подумаю, надо объединять или удалять …
5. Объясняю решение …
6. Решаю …
7. Отвечаю на вопрос задачи …

Позже появляется и пункт

1. Проверяю …

Матвеева Н.А. в своей статье «Различные Арифметические способы решения задач» [№23, с.60] пишет о том, что если у учащихся нет навыка решения задач различными арифметическими способами или вызывает затруднение их нахождение, можно предложить следующие методические приемы:

1) разъяснение плана решения задачи. Планы решения предлагаются в различных формах: повелительной, вопросительной и т. д. На ее основе необходимо составить арифметические действия к каждому способу. Например, согласно пояснениям арифметических действий решить задачу разными способами;

2) пояснение готовых способов решения;

3) соотнесение пояснения с решением;

4) продолжение начатых вариантов решения;

5) нахождение «ложного» варианта решения из числа предложенных.

Кандидат физико-математических наук Зиновьев П.М. говорит о приеме решения задач методом предположения. Решение задач этим методом основывается на логических рассуждениях. Таким методом решали задачи еще с глубокой древности, вплоть до тех пор, пока ее не вытеснили другие арифметические и алгебраические методы [№12, с. 59].

*Пример . На лыжную прогулку вышло 10 девочек, а мальчиков на 4 больше. Сколько мальчиков вышло на прогулку?*

Предположим, что на прогулку вышло 14 мальчиков. Дальше нужно узнать, верно ли это предположение. Простая проверка (14-10=4) подтверждает правильность ответа.

При решении задач методом предположения хорошо усваиваются связи между компонентами арифметического действия и его результатом.

Предположение может оказаться и ложным.

*Пример. Мама купила фруктов на 27 рублей. Сколько сдачи она получит 50 рублей?*

Предположим, что ей дадут 25 рублей. Проверяем 27+25=52(р) – денег было у мамы. Это на два рубля больше, чем сказано в условии задачи. Одно слагаемое у нас по условию 27, следовательно, мы можем менять только число 25. чтобы сумму уменьшить на 2, нужно слагаемое 25 уменьшить на 2. Получим ответ 23 рубля, который при проверке удовлетворяет условию задачи.

Известно, что задачи на смекалку или нестандартные задачи решаются, как правило, нетрадиционными методами. Метод предположения может быть использован и при решении таких задач.

*Пример. Коля сказал: «У меня 10 марок, а у тебя сколько, Саша? Саша ответил «У меня столько же марок, сколько у тебя и еще половина всех моих марок». Сколько марок у Саши?*

Предположим, у Саши марок больше 10, и их количество выражается четным числом. Предположим 16 марок. Тогда по условию задачи у него должно быть 10+8=18 (марок ), что противоречит предположению. Так как 16≠18. Изменим предположение. Пусть у Саши 18 марок, тогда получим 10+9=19, что опять не соответствует условию, так как 18≠19. Предположим, у Саши 20 марок, теперь выполняются все условия задачи: 10+10=20.

Ответ: у Саши 20 марок.