**Развитие логического мышления на уроках математики**

Введение

Известно, что в разное время вопросами мышления занимались ученые-психологи различных школ и направлений.   
Как процесс репродуктивный, процесс, в результате которого не возникает ничего принципиально нового, а происходит лишь перекомбинация исходных элементов, рассматривали мышление ассоцианисты (А. Бен, Д. Гартли). В настоящее время этот подход нашел свое выражение в бихевиоризме (А. Вейс, Б. Скиннер).   
Выразителями другого подхода к мышлению как к чисто продуктивному процессу являлись представители гештальтпсихологии (М. Вертгаймер, В. Келлер, К. Кофка и др.).   
 В трудах советских психологов продуктивность выступает как наиболее характерная, специфическая черта мышления, отличающая его от других психических процессов, и в то же время рассматривается противоречивая связь её с репродукцией.   
Идеи о творческом характере мышления разрабатывались в трудах Б. Г. Ананьева, П. Я. Гальперина, А. В. Запорожеца, А. Н. Леонтьева, Н. А. Менчинской и многих других.   
Среди работ, посвященных вопросам развития продуктивного (творческого) мышления при обучении математике следует отметить работы В. А. Крутецкого, Д. Пойа, Л. М. Фридмана, Е. Н. Турецкого.   
После анализа литературы по интересующему нас вопросу мы выдвинули гипотезу, что развить творческое мышление на уроках математики, заинтересовать их математикой, привести к "открытию" математических фактов возможно только при условии использования на уроках задач нестандартных, задач, требующих известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности и изобретательности.   
  
***1. Психолого-педагогические принципы развития продуктивного мышления школьников***В соответствии с требованиями, предъявляемыми современной школой, обучение в ней должно ориентироваться на развитие продуктивного, творческого мышления, обеспечивающего возможность самостоятельно приобретать новые знания, применять их в многообразных условиях окружающей действительности.   
Мы беремся утверждать, что дальнейшее совершенствование обучения не может быть осуществлено при ориентации на один, даже очень эффективный, психолого-педагогический принцип (проблемности, движения от абстрактного к конкретному и т. д.), неизбежно приводящий к недооценке других. Необходима реализация системы принципов, звенья которой определяются спецификой самого продуктивного мышления, особенностями его генетического развития у школьников.   
**1. Проблемность обучения**   
Принцип проблемности отвечая специфике продуктивного мышления - его направленности на открытие новых знаний, является основным, ведущим принципом развивающего обучения.   
Проблемным называется такое обучение, при котором усвоение знаний и начальный этап формирования интеллектуальных навыков происходят в процессе относительно самостоятельного решения задач-проблем, протекающего под общим руководством учителя.   
Проблемны только те задачи, решение которых предполагает хотя и управляемый учителем, но самостоятельный поиск еще неизвестных школьнику закономерностей, способов действия, правил. Такие задачи возбуждают активную мыслительную деятельность, поддерживаемую интересом, а сделанное самими учащимися "открытие" приносит им эмоциональное удовлетворение и гораздо прочнее закрепляется в их памяти, чем знания преподнесенные в "готовом" виде. Эта активная самостоятельная мыслительная деятельность приводит к формированию новых связей, свойств личности, положительных качеств ума и тем самым - к микросдвигу в их умственном развитии (Н. А. Менчинская, А. М. Матюшкин).   
Наибольший эффект при проблемном обучении дают задачи, предполагающие открытие новых для учащихся причинно-следственных связей, закономерностей, общих признаков решения целого класса задач, в основе которых лежат еще не известные субъекту отношения между определенными компонентами исследуемых конкретных ситуаций.   
Выбор задачи-проблемы зависит и от наличия у школьников исходного минимума знаний (включая и их операторную сторону) или возможности за относительно короткий срок до постановки проблемы ознакомить учащихся с необходимыми для самостоятельного решения сведениями. Вместе с тем надо помнить, что эти знания должны служить опорой для поисков пути решения, а не "наводить", не подсказывать этот путь, иначе задача перестанет быть проблемной.   
Степень сложности задачи, как об этом пишет А. М. Матюшкин, определяется числом существенных взаимосвязей в ее условии, числом опосредований и преобразований, приводящих к нахождению искомого. Зависит она и от уровня самостоятельности при постановке и решении проблемы (В. А. Крутецкий). Наименьшая самостоятельность требуется от учащихся тогда, когда преподаватель сам ставит проблему и намечает основные вехи для ее решения, включая школьников лишь в отдельные звенья рассуждения, приводящего к определению искомого. Обычно так идет урок проблемного типа на начальном этапе работы над принципиально новым для школьников разделом программы, когда базис для решения такого рода проблем у них еще очень мал. Поставив проблему, учитель должен дать школьникам самим попытаться ее решить на основе имеющихся знаний и убедиться, что этих знаний для достижения цели явно недостает, а затем принять участие в построении доступных для них звеньев рассуждения, приводящих к новому знанию.   
По мере накопления исходных знаний степень самостоятельности поисков решения должна нарастать. Учитель, поставив проблему, предоставляет школьникам самим искать путь ее решения, давая теперь лишь самые общие указания о направлении поиска. Далее он только ставит проблему и ограничивается критикой ложных ходов мысли при попытках школьников найти решение. Наконец, когда у школьников в изучаемой области накопились необходимые знания и навыки, следует предоставить им возможность самим увидеть в предполагаемых исходных ситуациях новую для себя проблему, сформулировать ее и найти способ решения, а педагог лишь в крайнем случае, если сами учащиеся в рассуждениях зашли в тупик, оказывает им минимальную помощь, намекая, как можно выйти из него.   
Наиболее эффективное средства для создания у школьников проблемных ситуаций - использование противоречий, конфликта между усвоенными знаниями, знакомыми способами решения определенного класса задач и теми требованиями, которые предъявляет новая задача; школьники должны убедиться в том, что решение задач на основе уже имеющихся знаний приводит к ошибкам. Учитель сознательно заостряет конфликт, подчеркивает возникающее противоречие, стимулирует попытки найти выход из создавшегося положения, разрешить противоречие.   
Конфликтные ситуации, используемые в проблемном обучении, как бы наталкивают учащихся на ошибки. Это противоречит долгое время господствовавшему в методической литературе положению о необходимости оберегать школьников от ошибок. В проблемном обучении при создании конфликтных ситуаций обычно используется материал, в основе усвоения которого лежит углубленное понимание основных отношений между его существенными признаками, закономерностей, общих принципов решения целого класса задач и т. д. Задачи-проблемы ставят ученика в условия неопределенности, и возникновение здесь ошибок вполне возможно. Такие ошибки не страшны, если преподаватель обратит на них внимание школьников и добьется понимания тех причин, которые породили ошибки, и способов их преодоления.   
Основной путь открытия нового для человека способа решения проблем - "анализ через синтез" (С. Л. Рубинштейн). Он предполагает включение содержащихся в условии задачи основных и выводимых из них промежуточных данных во все новые и новые системы связей, благодаря чему в них выявляются не выделенные ранее свойства, отношения, раскрываются их возможности для достижения цели.   
Возникнет ли в условиях обучения у того или иного учащегося проблемная ситуация, обратиться ли он для ее решения к наиболее эффективному приему продуктивного мышления - "анализ через синтез" или же к механической манипуляции данными - зависит не только от объективных факторов, но и от факторов субъективных, и прежде всего - от умственного развития школьников. Поскольку школьники одного и того же возраста имеют весьма существенные различия в достигнутом ими уровне умственного развития, полная реализация принципа проблемности не может быть осуществлена без индивидуализации обучения.   
**2. Индивидуализация и дифференциация обучения**Умственное развитие составляют как знания (включая и приемы, методы познания), так и обучаемость, способность приобретать эти знания.   
Как показали многочисленные эксперименты, весьма существенны индивидуальные различия в уровне усвоения знаний. Школьники, находящиеся в идентичных условиях обучения, усваивают новый для них материал по-разному: одни на высоком, другие на среднем, третьи на низком уровне. При этом показатель уровня усвоения, характерный для того или иного учащегося, довольно устойчив (колебания хотя и имеют место, но обычно в пределах ближайшего уровня). В уровнях усвоения знаний проявляются типичные для учащихся устойчивые особенности психики, от которых зависит успешность учебной деятельности, возможность решать проблемы, требующие предусмотренных программой знаний. Школьники, усвоившие эти знания на низком уровне, не смогут их использовать при решении таких проблем.   
Возможно ли доведение каждого учащегося массовой школы до высшего уровня овладения определенными знаниями?   
Эксперименты показали, что возможно достижение высшего уровня овладения новым для них понятием всеми учениками, но различным путем. Одни достигают этого уровня уже на основе первичного знакомства с новым для них понятием; для других требуется в среднем решение от 10 до 20 задач с опорой при затруднении на помощь экспериментатора. Третьим необходимо было решить около сотни задач для полного овладения новым для них понятием.   
Таким образом, в условиях индивидуализации обучения различия в уровнях знаний (по тому или иному разделу программы) могут быть сняты. В массовой школе, где обычно нет реального учета индивидуальных различий, к концу изучения определенного раздела программы разница в уровнях его усвоения несколько сглаживается, но все же остается весьма значительной.   
В еще большей мере, чем от уровня знаний, продуктивность самостоятельной деятельности учащихся при усвоении новых знаний зависит от обучаемости. Среди учащихся разных возрастов имеются школьники с высоким, средним и низким уровнем развития их как практического, так и словесно-логического компонентов продуктивного мышления, практики с относительным преобладанием интуитивно-логического мышления над словесно-логическим и небольшое число теоретиков.   
Исследования показали, что индивидуально-типические особенности развития продуктивного мышления школьников значительно перекрывают возрастные.   
В условиях ориентации на "среднего" ученика, т. е. без реальной индивидуализации обучения, замедляется темп развития тех, кто пришел в школу значительно более развитым, чем их сверстники. Но в особенно тяжелые условия попадают школьники с замедленным темпом умственного развития. Условия обучения в массовой школе настолько не соответствуют их возможностям, что такие учащиеся с возрастом не приближаются в своем развитии к сверстникам, а все больше и больше отстают от них.   
На продуктивность мыслительной деятельности весьма существенно влияет такое качество личности как интеллектуальная активность, или, по терминологии Д. Б. Богоявленской, интеллектуальная инициатива. Как показали исследования Д. Б. Богоявленской, наличие высоких умственных способностей еще не гарантирует проявление высокого уровня инициативы; нередко весьма способные люди ограничиваются и удовлетворяются решением той или иной поставленной проблемы более элементарным способом, хотя, при соответствующем побуждении со стороны, решают ту же проблему на самом высоком уровне.   
Реально в любом классе нет даже двух учащихся, идентичных друг другу по особенностям своей психики; каждый по своему усваивает учебный материал. Естественно, возникает мысль о том, что в условиях массового обучения принцип его индивидуализации не может быть реализован. Однако это не так. Л. К. Таракановой экспериментально доказана не только возможность, но и высокая эффективность реализации в школе принципа проблемно-индивидуального обучения. При такой форме работы, более развитые школьники имеют возможность работать над материалом повышенной трудности, самостоятельно решать адекватные их возможностям проблемы. Менее развитые получают более подробные объяснения от учителя, решают задачи постепенно повышающейся трудности и, преодолевая трудности с некоторой помощью со стороны, усваивают новый материал, продвигаются в своем развитии, нередко переходя в группы с более высоким уровнем.   
**3. Оптимальное развитие различных видов мыслительной деятельности**Проблемность и другие принципы развития творческого мышления не могут быть реализованы без учета возрастных и индивидуально-типических особенностей мышления. Возрастным особенностям интеллектуального развития посвящено немало исследований. В них выявлена стадиальность развития интеллекта, дана характеристика каждой стадии в зависимости от ведущего вида мыслительной деятельности.   
На первой стадии ведущим является наглядно-действенное, практическое мышление, которое осуществляется в конкретной ситуации, в процессе практических действий с реальными предметами. У маленьких детей это "мышление руками". Малыш тянется к игрушке, не может её достать и после ряда попыток использует палку или лезет на табуретку, чтобы получить заинтересовавший его предмет.   
На второй стадии преобладает наглядно-образное мышление; оно позволяет решать задачи на основе оперирования уже не реальными предметами, а образами восприятия и представлений, содержащимися в детском опыте. Связь мышления с практическими действиями хоть и сохраняется, но не является такой прямой, непосредственной, как раньше. чтобы решать задачи ребенок должен отчетливо воспринимать, наглядно представлять рисуемую в них ситуацию.   
На третьей, высшей, ступени развития ведущую роль в мыслительной деятельности приобретает отвлеченное, абстрактно-теоретическое мышление. Мышление выступает здесь в форме отвлеченных понятий и рассуждений, отражающих существенные стороны окружающей действительности, закономерные связи между ними. Овладение в ходе усвоения основ наук понятиями, законами, теориями оказывает значительное влияние на умственное развитие школьников. Оно раскрывает богатые возможности самостоятельного творческого приобретения знаний, их широкого применения на практике.   
Полученная в исследованиях характеристика стадий мышления позволила наметить основную линию его развития - от практического мышления, скованного конкретной ситуацией, к отвлеченному абстрактно-теоретическому мышлению, безгранично расширяющему сферу познания, позволяющему выходить далеко за пределы непосредственного чувственного опыта.   
Под влиянием всевозрастающих требований к школьному образованию психологи начали исследовать "зону ближайшего развития" детей. Была поставлена задача выяснить, каковы возможности мышления детей, если так изменить содержание и методы обучения, чтобы они активизировали развитие отвлеченного, абстрактно-теоретического мышления.   
Эксперименты блестяще подтвердили гипотезу о гораздо больших, чем считалось ранее, возможностях интеллекта детей. Оказалось, что уже первоклассники могут оперировать отвлеченными символами, решать задачи на основе формул, овладевать грамматическими понятиями и т. д.   
Вместе с тем установка на более раннее развитие отвлеченного, понятийного мышления, на его формировании на основе движения "от абстрактного к конкретному" - вероятно, вследствие подчас ошибочного понимания сущности этого процесса - на практике нередко приводит к недооценке роли наглядности, конкретизации знаний, а также к значения деятельности и других видов мышления. Нельзя забывать о том, что и отвлеченное, абстрактно-теоретическое мышление, далеко выходя за пределы чувственного опыта, только тогда обладает действенной силой, позволяет проникать в суть познаваемой действительности, когда оно неразрывно связано с наглядно-чувственными данными. Форсированное развитие отвлеченного мышления, без достаточной конкретизации усваиваемого материала, без связи с наглядно-практическим и наглядно-образным мышлением может привести к формальному усвоению знаний, к образованию пустых абстракций, оторванных от живой действительности.   
Гармоничное развитие личности предполагает активизацию всех видов мышления, их совершенствование.   
Необходимость развивать различные виды мыслительной деятельности вытекает из специфики продуктивного, творческого мышления. Процесс открытия новых знаний и у ребенка, впервые познающего давно открытые человечеством истины, и у ученого, впервые проникающего за пределы известного, не происходят в виде строгих логических рассуждений, непосредственно опирающихся на знакомые закономерности. Решение проблемы нередко происходит интуитивно, и в этом процессе существенную роль играют и практическое и образное мышление, непосредственно связанное с чувственной опорой.   
Решение проблемы в словесном плане, на основе теоретических рассуждений развертывается постепенно, звено за звеном. человеку невозможно при этом охватить все необходимые звенья, что затрудняет установление взаимосвязи между ними. Включение в этот процесс наглядно-образного мышления дает возможность сразу, "одним взглядом" охватить все входящие в проблемную ситуацию компоненты, а практические действия позволяют установить взаимосвязь между ними, раскрыть динамику исследуемого явления и тем самым облегчают поиск решения.   
Преобладание практических, образных или понятийных видов мыслительной деятельности определяется не только спецификой решаемой проблемы, но и индивидуальными особенностями самих людей.   
Вот почему мы полагаем, что одним из важнейших принципов развития творческого мышления является оптимальное (отвечающее целям обучения и психическим особенностям индивида) развитие разных видов мыслительной деятельности: и абстрактно-теоретического, и наглядно-образного, и наглядно-действенного, практического мышления.   
**4. Специальное формирование как алгоритмических, так и эвристических приемов умственной деятельности**Исследование процесса усвоения и применения знаний показали, что обычно учащиеся усваивают содержательную сторону знаний и непосредственно с ней связанные конкретные приемы решения довольно узкого круга задач. Лишь у школьников с высокой обучаемостью на основе решения единичных задач формируются обобщенные приемы, методы решения целого класса задач. Формирование такого рода обобщенных приемов умственной деятельности чрезвычайно важно, так как оно означает существенный сдвиг в интеллектуальном развитии, расширяет возможности переноса знаний в относительно новые условия. Поскольку основная масса учащихся самостоятельно не овладевает более обобщенными приемами умственной деятельности, их формирование должно стать важной задачей обучения.   
В соответствие с этим одним из принципов развития творческого, продуктивного мышления является специальное формирование обобщенных приемов умственной деятельности.   
Обобщенные приемы умственной деятельности делятся на две большие группы - приемы алгоритмического типа и эвристические.   
Остановимся сначала на характеристике приемов алгоритмического типа.   
Это приемы рационального, правильного мышления, полностью соответствующего законам формальной логики. Точное следование предписаниям, даваемым такими приемами, обеспечивает безошибочное решение широкого класса задач, на который эти приемы непосредственно рассчитаны.   
Вооружение учащихся правильными, рациональными приемами мышления, обучение тому, как определять понятия, классифицировать их, строить умозаключения, решать в соответствии с данным алгоритмом задачи, оказывает положительное влияние и на самостоятельное, продуктивное мышление, обеспечивает возможность решения задач-проблем.   
Формирование приемов мыслительной деятельности алгоритмического типа, ориентирующих на формально-логический анализ задач, является необходимым, но не достаточным условием развития мышления. Необходимо оно, во-первых, потому, что содействует совершенствованию репродуктивного мышления, являющегося важным компонентом творческой деятельности (особенно на начальном и конечном этапах решения проблем). Во-вторых, эти приемы служат тем фондом знаний, из которых ученик может черпать "строительный материал" для создания, конструирования методов решения новых для него задач. Недостаточным формирование алгоритмических приемов является потому, что не соответствует специфике продуктивного мышления, не стимулирует интенсивное развитие именно этой стороны мыслительной деятельности.   
Вот почему формирование таких приемов должно сочетаться со специальным вооружением учащихся приемами эвристического типа.   
Приемы другого типа назвали эвристическими потому, что они непосредственно стимулируют поиск решения новых проблем, открытие новых проблем, открытие новых для субъекта знаний и тем самым соответствуют самой природе, специфике творческого мышления. В отличии от приемов алгоритмического типа, эвристические приемы ориентируют не на формально-логический, а на содержательный анализ проблем. Они направляют мысль решающих на проникновение в суть описываемого в условии предметного содержания, на то, чтобы за каждым словом они видели его реальное содержание и по нему судили о роли в решении того или иного данного. Многие эвристические приемы стимулируют включение в процесс решения проблем наглядно-образного мышления, что позволяет использовать его преимущество перед словесно логическим мышлением - возможность целостного восприятия, видения всей описываемой в условии ситуации. Тем самым облегчается течение характерных для продуктивного мышления интуитивных процессов.   
Часть этих приемов направляет решающего на использование весьма характерного для творческой деятельности мыслительного эксперимента, который облегчает постановку и предварительную проверку гипотез и пути решения проблем. Включая имеющиеся в условии задачи данные в различные связи, в новые ситуации, решающий тем самым "вычерпывает" их новые признаки, используя оптимальный для творческого процесса "анализ через синтез".   
К эвристическим приемам относится конкретизация, когда ученик придает абстрактным данным условия более конкретную форму. Так, в задаче сказан, что при продаже товара получено 1260 рублей прибыли. Ученик уточняет: "Это магазин купил за какую-то цену, а потом продал товар и за него получил на 1260 рублей больше". Этот прием дополняется приемом графического анализа, вводящего наглядные опоры различной степени символизации. Например, к той же задаче испытуемый набрасывает схему, отражающую "надбавку":   
?   
1260   
  
  
Противоположным является прием абстрагирования, когда решающий отбрасывает конкретные детали, "оголяя" данные и соотношения между ними. "На 4800 рублей больше и вдвое дороже" - вот и все, что выделено учеником в одной из задач, и на этом сосредотачивает он внимание.   
Наиболее распространенным приемом, облегчающим выявление функциональных связей между данными, является варьирование. Этот прием заключается в том, что ученик произвольно отбрасывает или изменяет величину одного из данных (а иногда и нескольких) и на основе логического рассуждения выясняет, какие следствия вытекают из такого преобразования, как отразилась изоляция данного на остальных. По этим изменениям легче судить о связи выделенного данного с другими. Например, в одной из задач испытуемый последовательно отбрасывает содержащиеся в ней данные. "Если отбросить 1 руб. 50 коп., т. е. разницу между литра кислоты и литра раствора, то стало бы дешевле... А у нас получено 3 рубля прибыли... Забудем о трех рублях..." Решающий отбрасывает три рубля, потом пять литров воды, добавленные в кислоту, и это последовательное мысленное экспериментирование приводит его к верному решению.   
Широко используются при решении проблем приемы аналогии, постановка аналитических вопросов.   
Ю. Н. Кулюткин указывает, что положительным итогом проведенного обучения явилось изменение самого подхода к учению. Школьников стала привлекать самостоятельная познавательная деятельность, т. е. у них изменилась мотивация учения. Очевидно, существенное влияние оказали положительные эмоции, возникающие при самостоятельном открытии, которое оценивается решающим, как его интеллектуальная победа.   
Итак, алгоритмические приемы обеспечивают правильное решение задач известных учащимся типов; они учат школьников логике рассуждений, служат фоном, который возможно использовать при поисках решения проблем. Эвристические приемы позволяют действовать в условиях неопределенности, в принципиально новых ситуациях, облегчая поиск решения новых проблем.   
Следовательно одним из принципов развития творческого мышления должно быть специальное формирование как алгоритмических, так и эвристических приемов умственной деятельности.   
**5. Специальная организация мнемической деятельности**В психологических работах, непосредственно связанных с проблемами продуктивного, творческого мышления, немалое внимание уделяется описанию отрицательной роли прошлого опыта, который может препятствовать, тормозить движение в принципиально новом направлении, подчеркивается необходимость преодоления "барьера прошлого опыта".   
Эти исследования отражают известный прогресс в решении проблемы продуктивного мышления и путей его развития и оказывают свое положительное влияние на практику обучения. Однако, как это нередко бывает, усиленное внимание к одной стороне мыслительной деятельности (продуктивному мышлению) в практике обучения может привести к недооценке другой ее стороны - репродуктивного мышления и неразрывно связанной с ней мнемической деятельности, обеспечивающей прочность знаний, их готовность к актуализации в соответствии с требованиями задачи. В результате этого у школьников подчас не формируется прочной системы знаний основ изучаемого материала, из-за чего тормозится и интеллектуальное развитие.   
Нередко полагают, например, что не следует заботиться о знании формул, их всегда можно воспроизвести по справочникам. Ответ на вопрос, надо ли запоминать формулы, в частности, получен в исследовании С. И. Шапиро. Результаты экспериментов показали, что в простых ситуациях, когда зависимости используются всегда одинаково (т. е. когда требуется репродуктивное мышление), их предварительное специальное запоминание не обязательно, вполне возможно использование внешних средств (справочников и т. п.). Напротив, в сложных ситуациях, при решении нестандартных задач, т. е. тогда, когда должно активизироваться продуктивное мышление, необходимо прочное закрепление основных формул в памяти. Известный педагог В. Ф. Шаталов на аналогичный вопрос отвечает: "Ученик, который работает со справочником, отличается от ученика, который знает все формулы, так же как отличается начинающий шахматист от гроссмейстера. Он видит только один ход вперед."   
Прямая установка на запоминание повышает уровень мыслительной активности при работе над подлежащим усвоению материалом, степень ее саморегуляции и самоконтроля, что значительно увеличивает эффект усвоения. Этому же способствует сознательное применение рациональных приемов мнемической деятельности (таких как группировка, классификация, составление плана, выделение смысловых опор и т. д.). Продуктивное мышление предполагает выход за пределы имеющихся знаний. Однако именно эти знания - опора в открытии нового. Чтобы открывать новое, отвергать уже известное, необходимо владеть этим старым, иметь достаточно широкий объем знаний (включая и их операционную сторону), достаточных для движения вперед и находящихся в состоянии готовности к актуализации в соответствии с поставленной перед субъектом целью. Чтобы выполнить это чрезвычайно важное требование, нужно предусмотреть специальную организацию мнемической деятельности, обеспечивающую прочность усваиваемых знаний и их готовность к актуализации при решении проблем. Эта специальная организация - один из важнейших принципов развития продуктивного мышления.   
Для обеспечения достаточного уровня знаний авторы учебных программ и учебников стремятся вводить в них все новые и новые данные. Однако, чем больше объем подлежащих усвоению знаний, тем труднее обеспечить прочность их усвоения. Следовательно, необходимо как-то ограничить тот круг знаний, которые подлежат усвоению и искать пути организации знаний в такую систему высокого уровня обобщения, в которой по относительно немногим прочно закрепленным ее звеньям на основе рассуждений ученик мог бы найти дополнительные звенья, необходимые для оперирования приобретенными знаниями.   
Важно четко ограничить обязательный минимум знаний от второстепенного материала и ориентировать учащихся на тщательное закрепление именно основных знаний и способов оперирования ими, что лучше делать сразу же при введении нового материала.   
Ориентация на выделение и обобщение существенного в материале, классификацию в зависимости от его значимости содействует формированию одного из важнейших качеств продуктивного мышления - глубины ума.   
В связи с большим объемом подлежащих усвоению знаний необходимо по возможности "сжать", "уплотнить" их, что может быть осуществлено на основе более раннего введения обобщенных знаний - теорий, законов, общих методов решения широкого класса задач. Такие знания позволяют учащимся не запоминать множество отдельных частных закономерностей, способов решения, а самим на основе логических рассуждений "выводить" их из общих положений.   
  
**Список литературы**1. Алгебра: Пробный учебник для 7 класса средней школы. Ш. А. Алимов, Ю. М. Калягин, Ю. В. Сидоров, М. И. Шабурин. М., 1988.   
2. Алгебра: Учебник для 6 класса средней школы. Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. С. Муравин и др.; Под ред. С. А. Теляковского. М., 1987.   
3. Алгебра: Учебник для 7 класса средней школы. Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Немков, С. Б. Суворова.; Под ред. С. А. Теляковского. М., 1991.   
4. Вертгеймер М. Продуктивное мышление. М., 1987.   
5. Колягин Ю. М., Оганесян В. А. Учись решать задачи.   
6. Крутецкий В. А. Основы педагогической психологии. М., 1972.   
7. Людмилов Д. С. Некоторые вопросы проблемного обучения математике. Пермь, 1975.   
8. Матюшкин А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. М., 1972.   
9. Пичурин Л. Ф. За страницами учебника алгебры. М., 1990.   
10. Якиманская И. С. Развивающее обучение. М., 1979.