

К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ
ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ

ЕДИНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ



ЭКЗАМЕН

Л. Д. Лаппо, М. А. Попов

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

ПРАКТИКУМ

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ТЕСТЫ

ЕГЭ

2015

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

Л. Д. Лаппо, М. А. Попов

МАТЕМАТИКА

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ТЕСТЫ

***ПРАКТИКУМ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
ТИПОВЫХ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ЕГЭ***

*Рекомендовано ИСМО Российской Академии Образования
для подготовки выпускников всех типов образовательных
учреждений РФ к сдаче экзаменов в форме ЕГЭ*

***Издательство
«ЭКЗАМЕН»***

**МОСКВА
2015**

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Л24

Лаппо Л. Д.

Л24 ЕГЭ 2015. Математика. Экзаменационные тесты. Профильный уровень. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ / Л. Д. Лаппо, М. А. Попов. — М. : Издательство «Экзамен», 2015. — 46, [2] с. (Серия «ЕГЭ. ОФЦ. Практикум»)

ISBN 978-5-377-08294-1

Практикум ЕГЭ по математике предназначен как для работы в классе, так и для самостоятельного контроля знаний.

Предлагаемое пособие содержит тренировочные варианты тестовых заданий Единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике (профильный уровень), составленные с учетом всех особенностей и требований ЕГЭ, ориентированные на тех учащихся, для которых математика является обязательным предметом при поступлении в выбранный вуз.

Практикум предназначен учителям и методистам, использующим тесты для подготовки учащихся к Единому государственному экзамену, он также может быть использован учащимися для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Формат 60х90/8. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.
Уч.-изд л. 3,42. Усл печ л. 6. Тираж 23 000 экз. Заказ № 2556.

ISBN 978-5-377-08294-1

© Лаппо Л. Д., Попов М. А., 2015
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2015

СОДЕРЖАНИЕ

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ	4
ВАРИАНТ 1	
Часть 1	5
Часть 2	6
ВАРИАНТ 2	
Часть 1	8
Часть 2	9
ВАРИАНТ 3	
Часть 1	11
Часть 2	12
ВАРИАНТ 4	
Часть 1	14
Часть 2	15
ВАРИАНТ 5	
Часть 1	17
Часть 2	18
ВАРИАНТ 6	
Часть 1	20
Часть 2	21
ВАРИАНТ 7	
Часть 1	23
Часть 2	24
ВАРИАНТ 8	
Часть 1	26
Часть 2	27
ВАРИАНТ 9	
Часть 1	29
Часть 2	30
ВАРИАНТ 10	
Часть 1	32
Часть 2	33
ОТВЕТЫ.....	35
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА 5	
Часть 1	41
Часть 2	43

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Работа состоит из 15 заданий повышенного и высокого уровня сложности и предназначена для проверки освоения математики на профильном уровне. Работа предназначена для учащихся, нацеленных на применение математики в дальнейшей профессиональной деятельности.

Работа состоит из двух частей. Первая часть включает 8 заданий с кратким ответом 1–8. Ответом к каждому из них является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 7 заданий (9–15) по материалу курса математики средней школы. Каждое из этих заданий требует записи полного решения и ответа.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. На выполнение работы даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

ВАРИАНТ 1

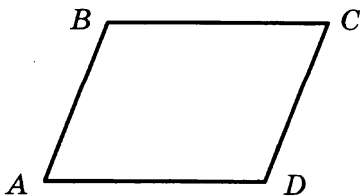
Часть 1

Ответом на задания 1–8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите значение выражения $3^{2+\log_9 16}$.
2. От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наибольшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в минутах.

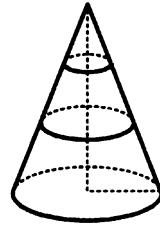
	1	2	3
Автобусом	От дома до автобусной остановки — 5 мин	Автобус в пути: 45 мин	От остановки автобуса до дачи — 10 мин
Электричкой	От дома до ж/д станции — 15 мин	Электричка в пути: 40 мин	От станции до дачи — 15 мин
Маршрутным такси	От дома до остановки маршрутного такси — 20 мин	Маршрутное такси в пути: 20 мин	От остановки маршрутного такси до дачи — 20 мин

3. Завод выпускает холодильники. В среднем на 1000 качественных холодильников приходится 117 холодильников со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленный холодильник окажется качественным. Результат округлите до сотых.
4. Найдите меньший угол параллелограмма, если два его угла относятся как 13 : 23. Ответ дайте в градусах.

 1 2 3 4

5

5. В конусе проведено два сечения плоскостями, параллельными плоскости основания конуса. Точками пересечения данных плоскостей с высотой конуса она делится на 3 равных отрезка. Найдите объем средней части конуса, если объем нижней части равен 38.



6

6. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию некоторого предприятия от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 150 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка составит не менее 560 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

7

7. В сосуд, содержащий 8 литров 10-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 2 литра воды. Какова концентрация получившегося раствора? Ответ дайте в процентах.

8

8. Найдите точку минимума функции $y = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} - x + 11$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов к заданиям 9–15 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

9

9. а) Решите уравнение $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

10

10. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите тангенс угла между плоскостями ABD и CAD_1 .

11. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{3^{x^2-1} + 3^{x^2-2} + 3^{x^2-3}}{x} \leq 1 \frac{12}{27} (\sqrt{x})^{-2} \\ \frac{\log_x(x-3)}{\log_{x^2}(5-x)-1} \leq 0 \end{cases}$$

 11

12. В треугольник ABC вписан параллелограмм $BDEF$ таким образом, что точки D, E, F лежат на сторонах AB, AC и BC соответственно. Площади параллелограмма $BDEF$ и треугольника ABC относятся, как $4 : 9$. Найдите стороны параллелограмма, если $AB = 12, BC = 18$.

 12

13. Найдите наибольшее натуральное n , при котором число $2010! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 2009 \cdot 2010$ делится на n^{n^4} .

 13

14. При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} \log_a(2x + y + 1) = -x - 4y - 6 \\ x - 3y = 5 \end{cases} \text{ имеет единственное решение?}$$

 14

15. Сколько решений (т.е. различных пар $(x; y)$) в натуральных числах имеет уравнение $\log_4 5^{xy} = 3 \log_{64} 5^{2013}$?

 15

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 2.

ВАРИАНТ 2

Часть 1

Ответом на задания 1–8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

1. Найдите значение выражения $\log_2 76,8 - \log_2 2,4$.

2

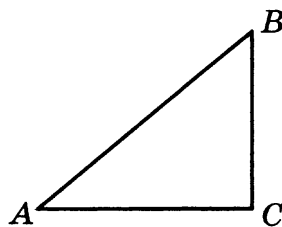
2. Андрей загружает на свой компьютер из Интернета файл размером 250 Мб за 25 секунд, а Иван — файл размером 280 Мб — за 25 секунд. Сколько секунд будет загружаться файл размером 504 Мб на компьютер с наибольшей скоростью загрузки?

3

3. В городе N есть три фабрики, выпускающие автомобильные шины. Первая фабрика выпускает 30% этих шин, вторая — 45%, третья — 25%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных шин, вторая — 6%, третья — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленная в магазине шина не окажется бракованной.

4

4. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C , $\sin B = \frac{2\sqrt{10}}{7}$. Найдите $7\cos B$.



5

5. Объем прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит квадрат, равен 16 см^3 . У второго прямоугольного параллелепипеда, в основании которого тоже лежит квадрат, высота в четыре раза меньше, а ребро основания в два раза больше, чем у первого. Найдите объем второго прямоугольного параллелепипеда (в кубических сантиметрах).

6. Камень брошен вертикально вверх. Зависимость высоты, на которой находится камень (пока он не упал на землю), описывается формулой $h(t) = -t^2 + 6t$ (h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее от момента броска). Найдите, сколько секунд камень находился на высоте выше 8 метров.
7. Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 1 час меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч.
8. Найдите точку максимума функции $y = (x + 4)^2 e^{2-x}$.

 6

 7

 8

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов к заданиям 9–15 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

9. а) Решите уравнение $\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\pi; 0]$.
10. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите расстояние от точки D до плоскости CAD_1 .
11. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \sqrt{4-x^2}(x^2+4x+5) \geq 0 \\ \log_2(x-3)^2 + \log_{0,5}(x^2-9) < 1 \end{cases}$$
12. В окружности проведены две хорды: $AB = 3$ и $AC = 4$. Длина дуги AC в 2 раза больше длины дуги AB . Найдите радиус окружности.
13. Решите уравнение в целых числах $m^2 + n^2 = 13$.

 9

 10

 11

 12

 13

14

14. При каких положительных значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} a^{2x-y-4} = x - 4y + 1 \\ x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения?

15

15. Докажите, что уравнение $x^2 + 2 = 5y$ не имеет решений в целых числах.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 2.

ВАРИАНТ 3

Часть 1

Ответом на задания 1–8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите значение выражения $\frac{\left(\sqrt[5]{\sqrt[3]{3}}\right)^{30}}{90}$.

 1

2. Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основании показателей безопасности S , дизайна D , качества Q и комфорта C . Каждый отдельный показатель оценивается по 10-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле $R = \frac{4S + 2D + 3Q + C}{100}$.

 2

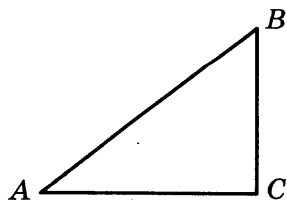
В таблице приведены оценки каждого показателя для трех моделей автомобилей. Определите наивысший рейтинг среди представленных в таблице моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Дизайн	Качество	Комфорт
А	8	2	6	4
Б	3	5	6	5
В	7	9	8	8

3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.

 3

4. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C , $AB = \sqrt{74}$, $\sin A = \frac{5}{\sqrt{74}}$. Найдите AC .

 4

5

5. Объем правильной треугольной пирамиды $SABC$ с вершиной S равен 30. Найдите площадь треугольника ABC , если высота пирамиды SO равна 10.

6

6. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

7

7. Из двух поселков, расстояние между которыми равно 20 км, навстречу друг другу вышли два пешехода. Через сколько часов они встретятся, если их скорости равны 3,5 км/ч и 4,5 км/ч?

8

8. Найдите наибольшее значение функции $y = 27x - 13\sin x + 11$ на отрезке $[-4\pi; 0]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов к заданиям 9–15 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

9

9. а) Решите уравнение $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\pi; 3\pi]$.

10

10. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите расстояние между прямыми AD и CA_1 .

11

11. а) Решите неравенство $2x + 2^{-x} \geq 2$.

б) Решите неравенство $\log_{(x+2)}(x+1)^3 \leq 0$.

в) Укажите все целочисленные решения второго неравенства, являющиеся также решениями первого.

12

12. В треугольник ABC вписан параллелограмм $BDEF$ таким образом, что точки D, E, F лежат на сторонах AB, AC и BC соответственно.

Площади параллелограмма $BDEF$ и треугольника ABC относятся, как 4 : 9. Найдите стороны параллелограмма, если $AB = 6$, $BC = 9$.

13. Решите уравнение в целых числах $m^2 + n^2 = 10$.

<input type="text"/>	13
----------------------	-----------

14. Найдите наибольшее целое значение параметра k , при котором решение неравенства $|||31x - 147| + 157| - 167| + 177| - 187 \leq 93k^4$ удовлетворяет условию $x \in [-190; 200]$.

<input type="text"/>	14
----------------------	-----------

15. Решите уравнение $4^{xy} = 2^{2014}$ в целых числах.

<input type="text"/>	15
----------------------	-----------

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 2.

ВАРИАНТ 4

Часть 1

Ответом на задания 1–8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

2

3

4

5

6

1. Найдите значение выражения $2^{3-7\sqrt{2}} \cdot 8^{\frac{7\sqrt{2}}{3}}$.
2. В магазине бытовой техники объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму более 20 000 р., он получает сертификат на 4000 р., который может обменять в этом же магазине на любой товар стоимостью менее 4000 р. Если покупатель участвует в акции, то он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель А. хочет приобрести пылесос стоимостью 19 400 р., миксер стоимостью 2300 р. и вентилятор стоимостью 3200 р. В каком случае А. заплатит за покупку меньше всего:
1) А. купит все три вещи;
2) А. купит пылесос и миксер, а вентилятор получит за сертификат;
3) А. купит пылесос и вентилятор, а миксер получит за сертификат?
Найдите сумму, которую А. заплатит за покупку в искомом случае.
3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают 4 раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет хотя бы 1 раз.
4. Решите уравнение $-2\frac{1}{4}x = -\frac{18}{5}$.
5. Объем прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 666. Найдите объем пирамиды $D_1 ACD$.
6. Сила тока в цепи I (в амперах) определяется по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в цепи в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 16А. Определите,

какое наименьшее сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

7. 3 килограмма яблок стоят столько же, сколько 4 килограмма бананов. На сколько процентов 10 килограммов бананов дешевле 10 килограммов яблок?
8. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 11)e^{x-10}$ на отрезке $[9; 14]$.

 7 8

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов к заданиям 9–15 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

9. а) Решите уравнение $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; 2\pi]$.
10. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой AC_1 и плоскостью BCC_1 .
11. а) Решите неравенство $5x + 5^{x+1} \leq 36$.
б) Решите неравенство $\sqrt{9 - x^2} \log_x 2 > 0$.
в) Укажите все решения второго неравенства, не являющиеся решениями первого неравенства.
12. В треугольник ABC вписан параллелограмм $BDEF$ таким образом, что точки D, E, F лежат на сторонах AB, AC и BC соответственно. Площади параллелограмма $BDEF$ и треугольника ABC относятся, как 1 : 3. Найдите стороны параллелограмма, если $AB = 4, BC = 8$.
13. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $ax + \sqrt{-15 - 8x - x^2} = 4a + 1$ имеет единственный корень.

 9 10 11 12 13



14. Найдите все значения a , при которых область определения функции $y = \left((a - a^{\log_{\sqrt{a}} \sqrt{x}}) (a + a^{\log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt[3]{x}}) \right)^{0,5}$ содержит лишь одно целое число.



15. Найдите наименьшее натуральное число n , при котором число $2014! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2013 \cdot 2014$ не делится на n^{n^2} .

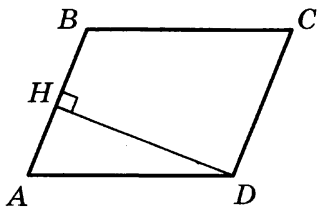
Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 2.

ВАРИАНТ 5

Часть 1

Ответом на задания 1–8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите значение выражения $\frac{21 \sin 113^\circ \cos 113^\circ}{\sin 226^\circ}$.
2. В первом банке один доллар можно купить за 32,6 рубля, а во втором 15 долларов можно купить за 486 рублей. Какую наименьшую сумму (в рублях) придется заплатить за 30 долларов?
3. Стрелок стреляет в мишень 3 раза. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок промахнется все 3 раза.
4. В параллелограмме $ABCD$ высота, опущенная на сторону AB , равна 12, $AD = 13$. Найдите $13 \sin B$.



5. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 24π , а его высота равна 4. Найдите диаметр основания цилиндра.
6. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 30$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 6$ м/с². За t секунд после начала торможения он проходит путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от начала тормо-

 1 2 3 4 5 6

жения, если известно, что за это время автомобиль проехал 48 метров. Ответ выразите в секундах.

7

7. Автомобиль двигался половину времени со скоростью 80 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути. Ответ дайте в км/ч.

8

8. Найдите наименьшее значение функции $y = 7x - 7 \ln(x + 5) + 3,8$ на отрезке $[-4,9; 0]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов к заданиям 9–15 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

9

9. а) Решите уравнение $\sin^2 x = 5 \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; 5\pi]$.

10

10. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, стороны основания которой равны 2, а боковые ребра 3, найдите расстояние между прямыми AA_1 и BC_1 .

11

11. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_3(x-1)^{14} + \log_{\frac{1}{3}}(x-1)^2 < 12 \\ 3^{x+2} + 3^x > 20 \end{cases}$$

12

12. В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AB = 2$; $AC = 6$ вписан квадрат $ADEF$.
а) Докажите, что треугольники BDE и EFC подобны.
б) Найдите отношение площади треугольника EFC к площади квадрата $ADEF$.

13

13. Найдите наибольшее целое значение параметра l , при котором решение неравенства $||15x + 53| + 18| - 27| - 64 \leq 30l^2$ удовлетворяет условию $x \in [-176; 154]$.

14. Найдите все значения a , при которых область определения функции $y = \left(\sqrt[3]{x} \cdot x^{5 \log_x a} + (\sqrt[3]{a})^{3x+1} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} \cdot (\sqrt[3]{a})^{16} - x^{\frac{1}{3} + x \log_x a} \right)^{\frac{1}{4}}$ содержит ровно два целых числа.

14

15. Решите уравнение $x^2 + 3 = 7y$ в целых числах.

15

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 2.

ВАРИАНТ 6

Часть 1

Ответом на задания 1–8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

1. Найдите значение выражения $\sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{a^2 - 10a + 25}$ при $a \in [3; 4]$.

2

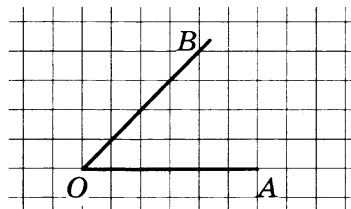
2. Поставщик природного газа хочет заключить договор на транзит 2 млн м^3 своего газа через один из трех газопроводов: Центральный, Южный и Восточный. Длина Центрального газопровода равна 450 км, длина Южного газопровода равна 400 км, а длина Восточного газопровода равна 380 км. Транспортировка 1000 м^3 газа на 100 км по Центральному газопроводу стоит 375 рублей, по Южному газопроводу — 420 рублей, по Восточному газопроводу — 450 рублей. Сколько миллионов рублей придется заплатить за самый выгодный транзит?

3

3. Игральный кубик бросают трижды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию $A = \{\text{сумма очков не более } 6\}$?

4

4. Найдите синус угла AOB . В ответе укажите значение синуса, умноженное на $17\sqrt{2}$.



5

5. Во сколько раз уменьшится площадь поверхности правильной треугольной пирамиды, если все ее ребра уменьшить в 6 раз?

6

6. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 20$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4$ м/с². За t секунд после начала торможения он проходит путь

$S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 32 метра. Ответ выразите в секундах.

7. Заказ в 180 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй рабочий. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что он за час делает на 3 детали меньше?
8. Найдите наибольшее значение функции $x^5 - 3x^3 + 4x$ на отрезке $[-3; -1]$.

 7 8

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов к заданиям 9–15 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

9. а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} - 1 - \operatorname{ctg} x = 0$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
10. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ равна $2\sqrt{13}$, а диагональ боковой грани равна 13. Найдите угол между плоскостью $C_1 AB$ и плоскостью основания призмы.
11. Решите неравенство: $4 \log_{16} \frac{x^3}{3x+1} + 3 \log_8 \frac{3x+1}{x} < 1$.
12. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC (с основанием AC), касается его боковых сторон в точках M и N . Точка M делит боковую сторону на отрезки 18 и 12, считая от основания треугольника ABC .
- а) Докажите, что треугольники MBN и ABC подобны.
- б) Найдите отношение площадей треугольника MBN и трапеции $AMNC$.

 9 10 11 12

13

13. Решите уравнение в целых числах $m^2 + n^2 = 8$.

14

14. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $ax + \sqrt{-15 - 8x - x^2} = 4a + 1$ имеет единственный корень.

15

15. Решите уравнение $mn^2 + 46 = 11m$ в натуральных числах.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 2.

ВАРИАНТ 7

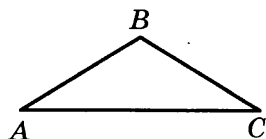
Часть 1

Ответом на задания 1–8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите значение выражения $\frac{18}{3^{\log_3 6}}$.
2. Для транспортировки 12 тонн груза на 700 километров можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Условия перевозки указаны в таблице. Во сколько рублей обойдется самая дешевая перевозка?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (в тоннах)
А	2400	5
Б	2900	6
В	2200	4,5

3. Какова вероятность того, что случайно выбранное трехзначное число делится нацело на 195? Ответ округлите до тысячных.
4. Один из углов равнобедренного треугольника равен 176° . Найдите один из других его углов. Ответ дайте в градусах.



5. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания равна 5 см. Найдите площадь боковой поверхности куба.
6. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 8$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его

 1 2 3 4 5 6

длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

7

7. Андрей при подготовке к ЕГЭ поставил себе задачу — решать каждый день на 5 задач больше, чем в предыдущий. За первый день он решил 7 задач, а за последний — 37 задач. Сколько задач он решил всего?

8

8. Найдите наименьшее значение функции $e^{4x} - 5e^{2x} + 11$ на отрезке $[0; 2]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов к заданиям 9–15 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

9

9. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \cos x \sqrt{\sin y} = 0 \\ 2 \cos^2 x = 2 \sin^2 y - 1 \end{cases}$$

10

10. Высота прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 4. Основание призмы — треугольник ABC , в котором $AB = BC$, $AC = 6$, $\text{tg} A = 0,5$. Найдите тангенс угла между прямой A_1B и плоскостью ACC_1 .

11

11. Решите неравенство:
$$\frac{1 - \log_2(2x^2 - 9x + 9)}{\log_3(x + 8)} \geq 0.$$

12

12. Внеписанная в треугольник ABC окружность касается его боковой стороны и продолжения основания AC .
- а) Докажите, что радиус этой окружности равен высоте BH треугольника ABC .
- б) Найдите площадь $\triangle ABC$, если радиус окружности равен 4, а $AC \cdot AB = 30$.

13

13. Найдите все значения параметра a , при которых область определения функции $y = \log_2(\log_2(a - x)) \cdot \log_2 x$ содержит ровно пять целых чисел.

14. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\left| \frac{5}{x} - 3 \right| = 2ax - 2$ имеет на промежутке $(0; +\infty)$ единственный корень.

	14
--	----

15. Докажите, что уравнение $3x^2 + 3 = 7y$ не имеет решений в целых числах.

	15
--	----

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 2.

ВАРИАНТ 8

Часть 1

Ответом на задания 1–8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

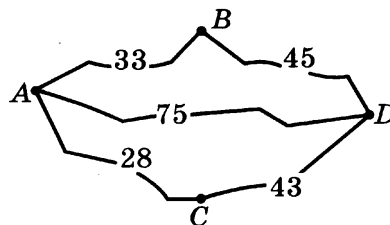
1

2

1. Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5})^2}{25}$.

2. Водитель собирается проехать из пункта A в пункт D , в который ведут три маршрута: через B , через C и прямой маршрут без промежуточных пунктов.

Расстояния в километрах между соседними пунктами показаны на схеме. Известно, что если ехать через B , то средняя скорость будет равна 50 км/ч, если ехать через C — 45 км/ч, а если ехать напрямую — 60 км/ч. Водитель выбрал маршрут так, чтобы доехать до D за наименьшее время. Сколько часов он планирует пробыть в пути?

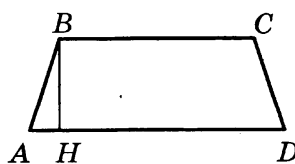


3

3. Вероятность того, что Андрей сдаст ЕГЭ по математике, равна 0,99, а вероятность того, что он сдаст ЕГЭ по русскому языку, равна 0,98. Найдите вероятность того, что Андрей сдаст оба эти экзамена.

4

4. Основания равнобедренной трапеции равны 114 и 186. Высота трапеции равна 45. Найдите котангенс острого угла трапеции.



5. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 108. Чему будет равен объем параллелепипеда, если каждое его ребро уменьшить в три раза?

 5

6. Сила тока в цепи I (в амперах) определяется по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в цепи в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 8А. Определите, какое наименьшее сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

 6

7. Автомобиль ехал первую половину пути со скоростью 40 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на всем пути. Ответ дайте в километрах в час.

 7

8. Найдите наибольшее значение функции $\log_9(2 - x^2 + 2x) + 4$.

 8

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов к заданиям 9–15 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

9. а) Решите уравнение $7^{\sin 3x} \cdot 3^{2 \sin 3x} = 63^{\cos 3x}$.

 9

б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

10. В шаре проведено два сечения параллельными плоскостями, причем одно из них проходит через центр шара. Расстояние между плоскостями равно 3, а площадь меньшего сечения равна 16π . Найдите площадь поверхности шара.

 10

11. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{\log_{16} 4x^2 - \log_{\sqrt{2x}} \frac{x}{2}}{4 \log_{16} \left(1 - \frac{x}{3}\right) + 1} > \log_{\left(2 - \frac{2}{3}x\right)} x \\ \frac{x^2 - 3x}{1 - x} - 3 \leq 0 \end{cases}$$

 11

12

12. В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AB = 3$; $AC = 5$ вписан квадрат $ADEF$.

- а) Докажите, что треугольники BDE и EFC подобны.
б) Найдите отношение площади треугольника EFC к площади квадрата $ADEF$.

13

13. Найдите все значения a , при которых область определения функции $y = \sqrt{a-x} \log_2(2x-a) \cdot \log_2 x$ содержит три или четыре целых числа.

14

14. Найдите все значения параметра a , при которых система неравенств
$$\begin{cases} (x-y) \leq 0 \\ x^2 + 4x + y^2 + 4y \leq a^2 - 8 \end{cases}$$
 имеет бесконечное множество решений.

15

15. Найдите наименьшее натуральное n , при котором число $2014! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2013 \cdot 2014$ не делится на n^{n^5} .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 2.

ВАРИАНТ 9

Часть 1

Ответом на задания 1–8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 74}{\log_{27} 74}$.

 1

2. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана:

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
1	Нет	2 руб. за 1 Мб
2	200 рублей за 400 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 400 Мб
3	360 рублей за 700 Мб трафика в месяц	0,5 руб. за 1 Мб сверх 700 Мб

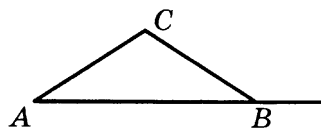
 2

Пользователь предполагает, что его трафик за месяц составит 500 Мб и, исходя из этого, выбирает наиболее выгодный тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно составит 500 Мб?

3. В сборнике билетов по геометрии всего 64 билета, в 16 из них встречается вопрос по теме «Треугольники». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется билет по теме «Треугольники».

 3

4. В треугольнике ABC $AC = BC = 10$, $AB = 16$. Найдите тангенс внешнего угла при вершине B .

 4

5. Высота конуса равна 12, а длина образующей — 15. Найдите диаметр основания конуса.

 5

6. Камень брошен вниз с высоты 4 м. Высота h , на которой находится камень во время падения, зависит от времени t : $h(t) = 4 - 3t - t^2$. Сколько секунд камень будет падать?

 6

7

7. Из пункта A в пункт B выехал мотоциклист и одновременно из B в A выехал автомобилист. Мотоциклист прибыл в B через 2 часа после встречи, а автомобилист в A через 30 минут после встречи. Сколько часов был в пути мотоциклист?

8

8. Найдите точку минимума функции $y = 2x^3 - 6x + 194$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов к заданиям 9–15 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

9

9. а) Решите уравнение $2 \sin^2 x = \sqrt{3} \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right)$.
 б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

10

10. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ со стороной основания 2 и боковым ребром 3 точка M делит ребро SD в отношении 1 : 2 (считая от вершины S). Найдите угол между прямой BM и плоскостью AEC .

11

11. а) Решите неравенство $\frac{x^2 - 1,5x - 1}{\log_{\sqrt{2}} |x|} < 0$.
 б) Решите неравенство $3x > \log_2 11$.
 в) Укажите все решения второго неравенства, не являющиеся решениями первого неравенства.

12

12. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC (с основанием AC), касается его боковых сторон в точках M и N . Точка M делит боковую сторону на отрезки 10 и 7, считая от основания треугольника ABC .
 а) Докажите, что треугольники MBN и ABC подобны.
 б) Найдите отношение площадей треугольника MBN и трапеции $AMNC$.

13

13. Найдите все значения a , при которых областью определения функции $y = \frac{1}{a \cdot 2^{2x} - 2^x + 1}$ является вся числовая прямая.

14. Найдите все значения a , при которых областью определения функции $y = \frac{1}{2^{2x} - 2^x - a}$ является вся числовая прямая.

 14

15. Решите уравнение $x^2 + 2 = 3y$ в целых числах.

 15

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 2.

ВАРИАНТ 10

Часть 1

Ответом на задания 1–8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

1. Найдите значение выражения $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + 1$.

2

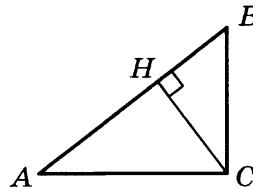
2. Семья из четырех человек планирует поехать из Москвы в Рязань. Можно ехать автобусом, а можно на собственном автомобиле. Билет на автобус стоит 160 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 7 литров бензина на 100 км пути, расстояние между городами равно 300 километров, а цена бензина 24,5 рубля за 1 литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на четверых?

3

3. Вероятность того, что новый телевизор прослужит больше 5 лет, равна 0,92. Вероятность того, что он прослужит больше 10 лет, равна 0,39. Найдите вероятность того, что он прослужит больше 5 лет, но меньше 10.

4

4. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C CH — высота, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $AC = 4$. Найдите $2\sqrt{5}AH$.



5

5. Уровень жидкости в цилиндрическом сосуде достигает 180 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить в другой цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в см.

6. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию некоторого предприятия от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 100 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка составит не менее 160 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

 6

7. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 120 км/ч, проезжает мимо платформы, длина которой 300 м, за 15 с. Найдите длину поезда (в метрах).

 7

8. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 576}{x}$.

 8

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов к заданиям 9–15 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

9. а) Решите уравнение $\log_{2014}(\sin x + \sqrt{3} \cos x + 2014) = 1$.

 9

б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{4\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

10. В правильной шестиугольной призме $AB \dots E_1F_1$ со стороной основания 4 и боковым ребром 2 найдите расстояние от точки C до прямой E_1F_1 .

 10

11. а) Решите неравенство $\log_2^2(x^2 - 24) > 0$.

 11

б) Решите неравенство $(2x + 3)\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 10x + 26) \geq 0$.

в) Укажите все целочисленные решения второго неравенства, не являющиеся решениями первого неравенства.

12. Вневписанная в треугольник ABC окружность касается его боковой стороны и продолжения основания AC .

 12

а) Докажите, что радиус этой окружности равен высоте BH треугольника ABC .

б) Найдите площадь $\triangle ABC$, если радиус окружности равен 8, а $AC \cdot AB = 120$.

13

13. Найдите все значения a , при которых областью определения функции $y = \frac{1}{2^{2x} - 2^x - a}$ является вся числовая прямая.

14

14. Найдите все значения параметра a , при которых область определения функции $y = \log_2(\log_2(a - x)) \cdot \log_2 x$ содержит ровно пять целых чисел.

15

15. Решите уравнение $3^m + 4^n = 73$ в натуральных числах.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 2.

ОТВЕТЫ

ВАРИАНТ 1

1	36
2	70
3	0,9
4	65
5	14
6	8
7	8
8	1
9	а) $2\pi n; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $0; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$
10	$\sqrt{2}$
11	\emptyset
12	12; 4 или 6; 8
13	4
14	$a = e^{-\frac{1}{e}}$ или $a > 1$
15	8

ВАРИАНТ 2

1	5
2	45
3	0,9615
4	3
5	16
6	2
7	10
8	-2
9	а) $\pi n; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $-\pi; -\frac{\pi}{3}; 0$
10	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
11	\emptyset
12	$\frac{9\sqrt{5}}{10}$
13	(2; 3), (2; -3), (-2; 3), (-2; -3), (3; 2), (3; -2), (-3; 2), (-3; -2)
14	$a \in \left(1; e^{\frac{1}{e}} \right)$

ВАРИАНТ 3

1	0,1
2	0,78
3	0,08
4	7
5	9
6	75
7	2,5
8	11
9	а) $\frac{\pi}{4} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}$
10	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
11	а) $(-\infty; +\infty)$; б) $(-1; 0]$; в) 0
12	6; 2 или 3; 4
13	(1; 3), (1; -3), (-1; 3), (-1; -3), (3; 1), (3; -1), (-3; 1), (-3; -1)
14	$k = 2$
15	(1; 1007); (19; 53); (53; 19); (1007; 1); (-1; -1007); (-19; -53); (-53; -19); (-1007; -1)

ВАРИАНТ 4

1	8
2	21700
3	0,9375
4	62
5	111
6	13,75
7	25
8	-1
9	а) $\frac{\pi}{4} + \pi n; \arctg 2 + \pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \arctg 2; \arctg 2 + \pi$
10	$\frac{\sqrt{10}}{4}$
11	а) $(-\infty; \log_5 6]$; б) (1; 3); в) $(\log_5 6; 3)$
12	$3 + \sqrt{3}; \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$; или $3 - \sqrt{3}; \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$
13	$a \in \left[-\frac{1}{7}; -\frac{1}{9}\right) \cup \{0\}$
14	$a \in (1; 2)$
15	13

ВАРИАНТ 5

1	10,5
2	972
3	0,001
4	12
5	6
6	2
7	90
8	-24,2
9	а) πn ; $n \in \mathbb{Z}$; б) 0; π ; 2π ; 3π ; 4π ; 5π
10	$\sqrt{3}$
11	$(\log_3 2; 1) \cup (1; 4)$
12	б) 1,5
13	8
14	$a \in (1,5; 2] \cup [3; 3,5)$
15	$(7k + 2; 7k^2 + 4k + 1)$; $(7k + 5; 7k^2 + 10k + 4)$, $k \in \mathbb{Z}$

ВАРИАНТ 6

1	3
2	3,36
3	20
4	17
5	36
6	2
7	12
8	-2
9	а) $\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\frac{\pi}{2} + \pi n$; $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{2}$
10	60°
11	$(-\sqrt{2}; -\frac{1}{3}) \cup (0; \sqrt{2})$
12	б) $\frac{4}{21}$
13	(2; 2), (2; -2), (-2; 2), (-2; -2)
14	$a \in [-\frac{1}{7}; -\frac{1}{9}] \cup \{0\}$
15	(23; 3)

ВАРИАНТ 7

1	3
2	40600
3	0,006
4	2
5	100
6	62,5
7	154
8	4,75
9	$\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; (-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k\right), n, k \in \mathbb{Z}$
10	0,3
11	$(-8; -7) \cup [1; 1,5) \cup (3; 3,5]$
12	12
13	(6; 7]
14	$a \in \left(0; \frac{3}{5}\right) \cup \left(\frac{5}{8}; +\infty\right)$

ВАРИАНТ 8

1	1,8
2	1,25
3	0,9702
4	0,8
5	4
6	27,5
7	48
8	4,5
9	a) $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}; n \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}$
10	100π
11	$\left(0; \frac{1}{32}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (2; 3)$
12	б) $\frac{5}{6}$
13	[5; 9)
14	$a \in \left(4\sqrt{2} - 4; +\infty\right)$
15	4

ВАРИАНТ 9

1	3
2	350
3	0,75
4	-0,75
5	18
6	1
7	3
8	1
9	а) $\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; 0$
10	$\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{65}}{13}$
11	а) $(-1; -0,5) \cup (1; 2)$; б) $(\log_3 \log_2 11; +\infty)$; в) $(-1; -0,5) \cup (1; \log_3 \log_2 11]$
12	$\frac{49}{240}$
13	$\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$
14	$a \in (-\infty; -0,25)$
15	$(3k+1; 3k^2+2k+1); (3k+2; 3k^2+4k+2), k \in \mathbb{Z}$

ВАРИАНТ 10

1	2
2	514,5
3	0,53
4	8
5	45
6	8
7	200
8	-24
9	а) $-\frac{\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}$
10	$2\sqrt{13}$
11	а) $(-\infty; -5) \cup (-5; -2\sqrt{6}) \cup (2\sqrt{6}; 5) \cup (5; +\infty)$; б) $(-\infty; -\frac{3}{2}] \cup \{5\}$; в) -5; -4; -3; -2; 5
12	б) 48
13	$(-\infty; -0,25)$
14	$a \in (6; 7]$
15	$(2; 3)$

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА 5

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\frac{21 \sin 113^\circ \cos 113^\circ}{\sin 226^\circ}$.

Решение

$$\frac{21 \sin 113^\circ \cos 113^\circ}{\sin 226^\circ} = \frac{21 \sin 113^\circ \cos 113^\circ}{\sin(2 \cdot 113^\circ)} = \frac{21 \sin 113^\circ \cos 113^\circ}{2 \sin 113^\circ \cos 113^\circ} = \frac{21}{2} = 10,5.$$

Ответ: 10,5.

2. В первом банке один доллар можно купить за 32,6 рубля, а во втором 15 долларов можно купить за 486 рублей. Какую наименьшую сумму (в рублях) придется заплатить за 30 долларов?

Решение

Стоимость одного доллара во втором банке равна $\frac{486}{15} = 32,4$ (рубля), что дешевле, чем в первом банке.

Наименьшая сумма за 30 долларов составит $486 \cdot 2 = 972$ (рубля).

Ответ: 972.

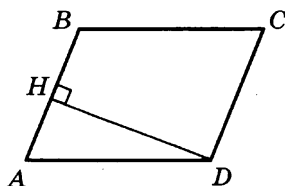
3. Стрелок стреляет в мишень 3 раза. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок промахнется все 3 раза.

Решение

Так как результаты каждого выстрела независимы друг от друга, то мы можем применить теорему умножения вероятностей. Вероятность промаха при каждом выстреле равна $q = 1 - p = 1 - 0,9 = 0,1$. Вероятность промахнуться три раза равна $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$.

Ответ: 0,001.

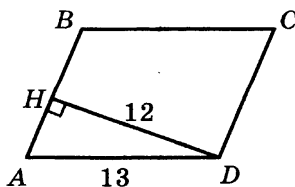
4. В параллелограмме $ABCD$ высота, опущенная на сторону AB , равна 12, $AD = 13$. Найдите $13 \sin B$.



Решение

$$\angle A + \angle B = 180^\circ \Rightarrow \angle B = 180^\circ - \angle A; \sin B = \sin(180^\circ - A) = \sin A$$

$$\sin A = \frac{DH}{AD} = \frac{12}{13} = \sin B \Rightarrow 13 \sin B = 13 \cdot \frac{12}{13} = 12.$$



Ответ: 12.

5. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 24π , а его высота равна 4. Найдите диаметр основания цилиндра.

Решение

$$S_{б.п.} = 2\pi Rh = 24\pi \Rightarrow Rh = 12 \Rightarrow R = \frac{12}{h} = \frac{12}{4} = 3$$

$$D = 2R = 6.$$

Ответ: 6.

6. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 30$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 6$ м/с². За t секунд после начала торможения он проходит путь $S = v_0t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 48 метров. Ответ выразите в секундах.

Решение

$$30t - 3t^2 = 48$$

$$3t^2 - 30t + 48 = 0$$

$$t^2 - 10t + 16 = 0$$

$$D = 100 - 4 \cdot 16 = 36$$

$$t_{1,2} = \frac{10 \pm 6}{2} = \begin{cases} 2 \\ 8 \end{cases}$$

Из физических соображений (через 5 секунд автомобиль остановится), верный ответ: $t = 2$.

Ответ: 2.

7. Автомобиль двигался половину времени со скоростью 80 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение

$$V_{ср.} = \frac{S_{общ.}}{t_{общ.}} = \frac{80 \cdot \frac{t}{2} + 100 \cdot \frac{t}{2}}{t} = 90 \text{ (км/ч)}$$

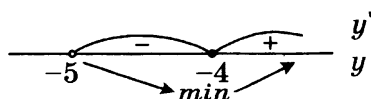
Ответ: 90.

8. Найдите наименьшее значение функции $y = 7x - 7 \ln(x + 5) + 3,8$ на отрезке $[-4, 9; 0]$.

Решение

$$y' = 7 - \frac{7}{x+5} = \frac{7x+28}{x+5} = \frac{7(x+4)}{x+5}$$

$$y(-4) = -28 - 7 \ln 1 + 3,8 = -28 + 3,8 = -24,2$$



Ответ: $-24,2$.

Часть 2

9. а) Решите уравнение $\sin^2 x = 5 \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; 5\pi]$.

Решение

а) $\sin^2 x = 5 \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$

$$\sin^2 x = 5 \sin x$$

$$\sin^2 x - 5 \sin x = 0$$

$$\sin x(\sin x - 5) = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) $0 \leq \pi n \leq 5\pi$

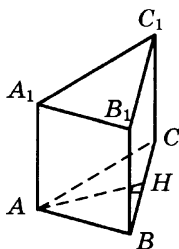
$$0 \leq n \leq 5$$

Так как $n \in \mathbb{Z}$, то $n \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Получаем корни $0; \pi; 2\pi; 3\pi; 4\pi; 5\pi$.

Ответ: а) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $0; \pi; 2\pi; 3\pi; 4\pi; 5\pi$.

10. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, стороны основания которой равны 2, а боковые ребра 3, найдите расстояние между прямыми AA_1 и BC_1 .



Решение

Плоскость ABC перпендикулярна ребру AA_1

$$\text{пр}_{ABC}(AA_1) = A$$

$$\text{пр}_{ABC}(BC_1) = BC$$

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}.$$

Ответ: $\sqrt{3}$.

11. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_3(x-1)^{14} + \log_{\frac{1}{3}}(x-1)^2 < 12 \\ 3^{x+2} + 3^x > 20 \end{cases}$$

Решение

Решим первое неравенство системы

$$\log_3(x-1)^{14} + \log_{\frac{1}{3}}(x-1)^2 < 12 \quad \text{ОДЗ: } x \neq 1$$

$$\log_3(x-1)^{14} - \log_3(x-1)^2 < 12$$

$$\log_3 \frac{(x-1)^{14}}{(x-1)^2} < 12$$

$$\log_3(x-1)^{12} < 12$$

$$12 \log_3 |x-1| < 12$$

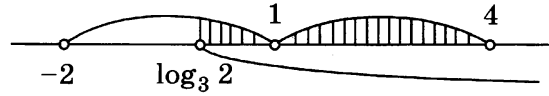
$$\log_3 |x-1| < 1$$

$$|x-1| < 3$$

$$-3 < x-1 < 3$$

$$-2 < x < 4$$

С учетом ОДЗ имеем $x \in (-2; 1) \cup (1; 4)$



Решим второе неравенство системы

$$3^{x+2} + 3^x > 20$$

$$3^x \cdot 3^2 + 3^x > 20$$

$$10 \cdot 3^x > 20$$

$$3^x > 2$$

$$x > \log_3 2$$

$$\log_3 2 \in (0; 1)$$

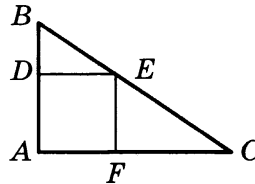
Ответ: $(\log_3 2; 1) \cup (1; 4)$.

12. В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AB = 2$; $AC = 6$ вписан квадрат $ADEF$.

а) Докажите, что треугольники BDE и EFC подобны.

б) Найдите отношение площади треугольника EFC к площади квадрата $ADEF$.

Решение



а) Так как $ADEF$ — квадрат, то $\angle BDE = \angle EFC = 90^\circ$.

$DE \parallel AC$, так как сумма односторонних углов EDA и FAD равна 180° .

$\angle BED = \angle ECF$ как соответственные углы при пересечении параллельных прямых DE и AC секущей $BC \Rightarrow \triangle BED \sim \triangle EFC$ по двум углам.

б) Пусть сторона квадрата x , тогда $BD = 2 - x$; $FC = 6 - x$. Исходя из того, что

$$\triangle BDE \sim \triangle EFC: \frac{BD}{EF} = \frac{DE}{FC} \Leftrightarrow \frac{2-x}{x} = \frac{x}{6-x} \Leftrightarrow (2-x)(6-x) = x^2$$

$$12 - 8x + x^2 = x^2 \Leftrightarrow x = 1,5$$

$$S_{\triangle EFC} = \frac{1}{2} \cdot EF \cdot FC = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (6-x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{2} = \frac{27}{8}$$

$$S_{ADEF} = x^2 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{S_{\triangle EFC}}{S_{ADEF}} = \frac{27}{8} \cdot \frac{4}{9} = 1,5$$

Ответ: 1,5.

13. Выполним ряд эквивалентных преобразований:

$$\begin{aligned} & \left| |15x + 53| + 18 \right| - 27 \leq 30l^2 + 64 \\ & -30l^2 - 64 \leq |15x + 53| + 18 - 27 \leq 30l^2 + 64 \\ & -30l^2 - 37 \leq |15x + 53| + 18 \leq 30l^2 + 91 \\ & |15x + 53| + 18 \leq 30l^2 + 91 \\ & -30l^2 - 91 \leq |15x + 53| + 18 \leq 30l^2 + 91 \\ & -30l^2 - 109 \leq |15x + 53| \leq 30l^2 + 73 \\ & |15x + 53| \leq 30l^2 + 73 \\ & -30l^2 - 73 \leq 15x + 53 \leq 30l^2 + 73 \\ & -2l^2 - \frac{42}{5} \leq x \leq 2l^2 + \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Поскольку $x \in [-176; 154]$, то параметр l должен удовлетворять неравенствам

$$\begin{cases} 2l^2 + \frac{4}{3} \leq 154 \\ -2l^2 - \frac{42}{5} \geq -176 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l^2 \leq \frac{229}{3} \\ l^2 \leq 83,8 \end{cases} \Leftrightarrow l^2 \leq \frac{229}{3}.$$

Наибольшее целое значение параметра l равно 8.

Ответ: 8.

14. Найдите все значения a , при которых область определения функции

$$y = \left(\sqrt[3]{x} \cdot x^{5 \log_x a} + (\sqrt[3]{a})^{3x+1} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} \cdot (\sqrt[3]{a})^{16} - x^{\frac{1}{3} + x \log_x a} \right)^{\frac{1}{4}}$$

содержит ровно два целых числа.

Решение

$$\begin{aligned} y &= \left(\sqrt[3]{x} \cdot x^{5 \log_x a} + (\sqrt[3]{a})^{3x+1} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} \cdot (\sqrt[3]{a})^{16} - x^{\frac{1}{3} + x \log_x a} \right)^{\frac{1}{4}} = \\ &= \sqrt[4]{x^{\frac{1}{3} + \log_x a^5} + a^x \cdot \sqrt[3]{2a} - \sqrt[3]{2a} \cdot a^5 - x^{\frac{1}{3} + x \log_x a}} = \\ &= \sqrt[4]{x^{\frac{1}{3}} \cdot (x^{\log_x a^5} - x^{\log_x a^x}) + \sqrt[3]{2a}(a^x - a^5)} = \sqrt[4]{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2a}) \cdot (a^5 - a^x)} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \\ (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2a})(a^5 - a^x) \geq 0 \end{cases}$$

При $a \in (0; 1)$ последнее неравенство системы эквивалентно

$$(x - 2a)(x - 5) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 2a] \cup [5; +\infty) \text{ — не удовлетворяет условию задачи.}$$

При $a = 1$ это неравенство верно для $x \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$ — тоже не подходит.

При $a > 1$ $x \in [2a; 5]$ (или $[5; 2a]$, если $2a > 5$)

Область определения будет содержать ровно 2 целых числа, если

$$\begin{cases} 2a \in (3; 4] \\ 2a \in [6; 7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \in (1, 5; 2] \\ a \in [3; 3, 5) \end{cases}$$

Ответ: $a \in (1, 5; 2] \cup [3; 3, 5)$.

15. Решите уравнение $x^2 + 3 = 7y$ в целых числах.

Решение

Остаток от деления на 7

x	0	1	2	3	4	5	6
x^2	0	1	4	2	2	4	1
$x^2 + 3$	3	4	0	5	5	0	4

Так как $7y = x^2 + 3$ делится на 7, то или $x = 7k + 2$ или $x = 7k + 5$, где $k \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned} \text{При } x = 7k + 2: \quad 7y &= 49k^2 + 28k + 4 + 3 \\ &= 49k^2 + 28k + 7 \\ y &= 7k^2 + 4k + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{При } x = 7k + 5: \quad 7y &= 49k^2 + 70k + 25 + 3 \\ &= 49k^2 + 70k + 28 \\ y &= 7k^2 + 10k + 4 \end{aligned}$$

Ответ: $(7k + 2; 7k^2 + 4k + 1); (7k + 5; 7k^2 + 10k + 4), k \in \mathbb{Z}$.

Справочное издание

**Лаппо Лев Дмитриевич
Попов Максим Александрович**

ЕГЭ МАТЕМАТИКА

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ТЕСТЫ

**ПРАКТИКУМ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
ТИПОВЫХ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ЕГЭ**

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. АЕ51. Н 16582 от 08.04.2014 г.

Редактор *И. М. Бокова*
Технический редактор *Л. В. Павлова*
Корректоры *Е. В. Григорьева, Т. И. Шитикова*
Дизайн обложки *Л. В. Демьянова*
Компьютерная верстка *М. А. Серова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz

Е-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в «Красногорская типография»
143405, Московская область, г. Красногорск, Коммунальный квартал, 2
www.ktprint.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).

УВАЖАЕМЫЕ ПОКУПАТЕЛИ!

Книги издательства **ЭКЗАМЕН** можно приобрести
оптом и в розницу в следующих книготорговых организациях:

Москва

ИП Степанов — Тел. 8-926-132-22-35
Луна — Тел. 8-916-145-70-06; (495) 688-59-16
ТД Библио-Глобус — Тел. (495) 781-19-00
Молодая гвардия — Тел. (499) 238-00-32
Дом книги Медведково — Тел. (499) 476-16-90
Дом книги на Ладожской — Тел. (499) 400-41-06
Шаг к пятёрке — Тел. (495) 728-33-09; 346-00-10
Сеть магазинов Мир школьника

Санкт-Петербург

Коллибри — Тел. (812) 703-59-96
Буквоед — Тел. (812) 346-53-27
Век Развития — Тел. (812) 924-04-58
Тандем — Тел. (812) 702-72-94
Виктория — Тел. (812) 292-36-59/60/61
Санкт-Петербургский дом книги — Тел. (812) 448-23-57

Архангельск

АВФ-книга — Тел. (8182) 65-41-34

Барнаул

Вектор — Тел. (3852) 38-18-72

Благовещенск

Калугин — Тел. (4162) 35-25-43

Брянск

Буква — Тел. (4832) 61-38-48
ИП Трубка — Тел. (4832) 59-59-39

Волгоград

Кассандра — Тел. (8442) 97-55-55

Владивосток

Приморский торговый дом книги — Тел. (4232) 63-73-18

Воронеж

Амиталь — Тел. (4732) 26-77-77
Риокса — Тел. (4732) 21-08-66

Екатеринбург

ТЦ Люмна — Тел. (343) 344-40-60
Дом книги — Тел. (343) 253-50-10
Алис — Тел. (343) 255-10-06
Буквариус — Тел. 8-800-700-54-31; (499) 272-69-46

Ессентуки

ЧП Зинченко — Тел. (87961) 5-11-28

Иркутск

ПродалитЪ — Тел. (3952) 24-17-77

Казань

Аист-Пресс — Тел. (8435) 25-55-40
Таис — Тел. (8432) 72-34-55

Киров

ИП Шамов «УЛИСС» — Тел. (8332) 57-12-15

Краснодар

Когорта — Тел. (8612) 62-54-97
ОИПЦ Перспективы образования — Тел. (8612) 54-25-67

Красноярск

Градъ — Тел. (3912) 26-91-45
Планета-Н — Тел. (391) 215-17-01

Кострома

Леонардо — Тел. (4942) 31-53-76

Курск

Оптимист — Тел. (4712) 35-16-51

Мурманск

Тезей — Тел. (8152) 43-63-75

Нижний Новгород

Учебная книга — Тел. (8312) 40-32-13
Пароль — Тел. (8312) 43-02-12
Дирижабль — Тел. (8312) 34-03-05

Нижневартовск

Учебная книга — Тел. (3466) 40-71-23

Новокузнецк

Книжный магазин Планета — Тел. (3843) 70-35-83

Новосибирск

Сибверк — Тел. (383) 2000-155
Библионик — Тел. (3833) 36-46-01
Планета-Н — Тел. (383) 375-00-75

Омск

Форсаж — Тел. (3812) 53-89-67

Оренбург

Фолиант — Тел. (3532) 77-25-52

Пенза

Лексикон — Тел. (8412) 68-03-79
Учколлектор — (8412) 95-54-59

Пермь

Азбука — Тел. (3422) 41-11-35
Тигр — Тел. (3422) 45-24-37

Петропавловск-Камчатский

Новая книга — Тел. (4152) 11-12-60

Пятигорск

ИП Лобанова — Тел. (8793) 98-79-87
Твоя книга — Тел. (8793) 39-02-53

Ростов-на-Дону

Фазгон-пресс — Тел. (8632) 40-74-88
ИП Ермолаев — Тел. 8-961-321-97-97
Магистр — Тел. (8632) 99-98-96

Рязань

ТД Просвещение — Тел. (4912) 44-67-75
ТД Барс — Тел. (4912) 93-29-54

Самара

Чакона — Тел. (846) 231-22-33
Метида — Тел. (846) 269-17-17

Саратов

Гемера — Тел. (8452) 64-37-37
Умная книга — Тел. (8452) 27-37-10
Полиграфист — Тел. (8452) 29-67-20
Стрелец и К — Тел. (8452) 52-25-24

Смоленск

Кругозор — Тел. (4812) 65-86-65

Сургут

Родник — Тел. (3462) 22-05-02

Тверь

Книжная лавка — Тел. (4822) 33-93-03

Тула

Система Плюс — Тел. (4872) 70-00-66

Тюмень

Знание — Тел. (3452) 25-23-72

Уссурийск

Сталкер — Тел. (4234) 32-50-19

Улан-Удэ

ПолиНом — Тел. (3012) 55-15-23

Уфа

Эдвис — Тел. (3472) 82-89-65

Хабаровск

Мирс — Тел. (4212) 47-00-47

Челябинск

Интерсервис ЛТД — Тел. (3512) 47-74-13

Южно-Сахалинск

Весть — Тел. (4242) 43-62-67

Якутск

Книжный маркет — Тел. (4112) 49-12-69
Якутский книжный дом — Тел. (4112) 34-10-12

По вопросам прямых оптовых закупок обращайтесь по тел. (495) 641-00-30 (многоканальны)
sale@examen.biz; www.examen.biz