**Методика изучения темы «Уравнения с одной переменной»**

**1. Анализ содержания программы по математике**

Изучение темы «Уравнения с одной переменной» курса алгебры 7 класса входит в программу экзамена. Поэтому контроль знаний, умений и навыков учащихся очень важен при изучении данного раздела алгебры, от этого зависит успешность сдачи экзамена. Для того чтобы определиться с выбором форм проверки, необходимо выделить содержание контроля. Для начала необходимо сделать анализ программы, затем анализ содержания темы учебника, а затем, в соответствии с ним, выбрать формы и методы контроля.

В курсе алгебры в 7 классе содержатся задания теоретического и прикладного характера. Прикладная направленность курса обеспечивается систематическим обращением к примерам, раскрывающим возможности применения математики к изучению действительности и решению практических задач.

Целью изучения этого курса является развитие вычислительных и формально-оперативных алгебраических умений до уровня, позволяющего уверенно использовать их при решении задач математики и смежных предметов (физика, химия, основы информатики и вычислительной техники и другие), усвоение аппарата функций как основного средства математического моделирования, решение прикладных задач, осуществление функциональной подготовки школьников.

В связи с этим программа курса математики предполагает следующее содержание по изучению линейных уравнений с одной переменной в 7 классе основной школы:

– Уравнение с одной переменной. Корни уравнения. Линейное уравнение.

– Решение текстовых задач методом составления уравнений.

В соответствии с программой требования к математической подготовке учащихся:

– понимать, что уравнения – это математический аппарат решения разнообразных задач из математики, смежных областей знаний, практики;

– правильно употреблять термины «уравнение», «корень уравнения», понимать их в тексте, в речи учителя, понимать формулировку задачи «решить уравнение»;

– решать линейные уравнения;

– решать текстовые задачи с использованием уравнений.

При организации учебного процесса следует опираться на тематическое планирование учебного материала, в котором разработано поурочное планирование, ориентированное на учебник алгебры 7 класса.

Анализ содержания тем, связанных с изучением уравнений позволяет продумать эффективный систематический контроль.

**2. Уравнения с одной переменной**

|  |
| --- |
| 1). Уравнение и его корни   Уравнением с одной переменной, называется равенство, содержащее только одну переменную.   Корнем  уравнения называется значение переменной, при котором уравнение превращается в верное числовое равенство.  Решить уравнение – это значит  найти все его корни  или доказать, что их нет. |
| 2). Линейное уравнение с одной переменной  Уравнение вида *ax* = *b*  , где *х* – переменная, *а* и *b* – некоторые числа, называется линейным уравнением с одной переменной.  Уравнения, имеющие одни и те же корни, называются равносильными уравнениями.  Уравнения, не имеющие корней, также считают равносильными.  **Свойство 1.** При переносе слагаемого из одной части уравнения в другую с противоположным знаком, получается уравнение,  равносильное данному.                           **Свойство 2**. При умножении или делении обеих частей уравнения на одно и то же число, отличное от нуля, мы получим уравнение, равносильное данному. | |
| Принято:  цифры в алгебраических выражениях заменять  первыми буквами латинского алфавита   – *a*, *b*, *c*, …,  а переменные обозначать последними   – *x*, *y*, *z*. |
| Сколько корней может иметь уравнение ?  Если *a* ≠ 0,     *b* – любое значение, уравнение  *ax* = *b* имеет один корень *x* = *b* : *a*;  *a* = 0,     *b* ≠ 0  –  *ax = b* не имеет корней;  *a* = 0,     *b* = 0 –   *ax = b* имеет бесконечно много корней.  Например:  3*x* = 3,     один корень       *x* = 3 : 3       *x* =  1;  0 · *x* = 5   корней нет;  0 · *x* = 0 бесконечно много корней:     *x* – любое число. |

**3. Примеры уранений и алгоритмы решения уравнений.**

**Пример 1**. Решите уравнение: 4*х* = 32.

Решение.

Корнем уравнения является *х* = 8, так как 4·8 = 32 верное равенство.

Ответ: *х* = 8.

**Пример 2**. Решите уравнение .

Решение.

Уравнение имеет два корня:

*х* + 5 = 2 или 2) *х* + 5 = – 2

*х* = – 3 *х* = 3

Ответ: – 3; 3.

**Пример 3**. Решите уравнение – 2(*х* + 6) = *x* + 6 .

Решение.

Шаг 1. Раскроем скобки: – 2*х* – 12 = *х* + 6.

Шаг 2. Все члены уравнения, содержащие неизвестное, переносим в одну сторону уравнения, а все остальные – в другую. При переносе через знак равенства, знак, стоящий перед соответствующим членом уравнения, меняется на противоположный:

– 2*х* – *х* = 6 + 12.

Шаг 3. Приведем подобные члены: – 3*х* = 18.

Шаг 4. Находим *х*: *х* = – 6.

Ответ: – 6.

**Пример 4.** Решите уравнение 2*t* – 3(2 – 6*t*) = 4(*t* + 6).

Решение.

Шаг 1. Раскроем скобки: 2*t* – 6 +18*t* = 4*t* +24.

Шаг 2. Все члены уравнения, содержащие неизвестное, переносим в одну сторону уравнения, а все остальные – в другую: 2*t* – 4*t* +18*t* = 24 + 6.

Шаг 3. Приведем подобные члены: 16*t* = 30.

Шаг 4. Находим неизвестное и записываем ответ:

,

.

Ответ: .

**Пример 5.** Решите уравнение (7*х* – 2)(3 – 5*х*) =0.

Условие равенства нулю произведения: произведение двух выражений равно нулю тогда и только тогда, когда одно из этих выражений обращается в нуль, а другое при этом не теряет смысла.

В данном примере оба сомножителя определены для любого действительного числа х, т.е. при любом значении числа *х* ни один из сомножителей не теряет смысла, следовательно, равенство нулю произведения равносильно совокупности условий: либо один, либо другой сомножитель равен нулю. При увеличении числа сомножителей, соответственно увеличивается количество условий.

Решение.

7*х* – 2 = 0 или 3 – 5*х* =0;

 или .

Ответ: .

**Пример 6**. Решите уравнение 0,5 (1 – 8*х*) – 1,5(6*х* – 3) = 3*х* –13.

Решение.

Шаг 1. Раскроем скобки: 0,5 – 4*х* – 9*х* + 4,5 = 3*х* – 13.

Шаг 2. Все члены уравнения, содержащие неизвестное, переносим в одну сторону уравнения, а все остальные – в другую: – 8*х* – 9*х* – 3*х* = – 13 – 4,5 – 0,5.

Шаг 3. Приведем подобные члены: – 18*х* = – 18.

Шаг 4. Находим неизвестное и записываем ответ: *х* = 1.

Ответ: 1.

**Пример 7.** Решите уравнение – – = 1.

Решение.

Умножим обе части уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, т. е. на число 28:

( – ) · 28= 1·28;

· 28 – · 28 = 28;

7(3*х* + 5) – 4(6*х* –2) = 28;

21*х* + 35 – 24*х* + 8 = 28;

– 3*х* = – 15;

*х* = 5.

Ответ: 5.

**4. Решение задач с помощью уравнений**

При решении задач с помощью уравнений необходимо следовать определенному алгоритму:

1) Обозначить некоторое неизвестное число буквой;

2) используя условие задачи, составить уравнение;

3) решить уравнение;

4) полученный результат привести в соответствие с условием задачи.

**Пример 8.**  Периметр прямоугольника 28 см, причем одна из его сторон на 4 см больше, чем другая. Найти стороны и площадь прямоугольника.

Решение.

1) Пусть ширина прямоугольника *х* см, тогда его длина (*х* + 4) см.

2) Из условия задачи известно, что периметр прямоугольника равен 28 см, составим уравнение: .

3) Решим уравнение: .

Значит, ширина прямоугольника равна 5 см.

4) Зная ширину прямоугольника и зависимость длины от ширины, найдем сначала его вторую сторону, а затем и площадь.

*х* + 4 = 5 + 4 = 9 (см),  (см2).

Ответ: 9 см, 45 см2.

**Пример 9.**  Один арбуз на 5 кг легче, чем второй и в 3 раза легче, чем третий. Первый и третий вместе в 2 раза тяжелее, чем второй. Найти массу второго арбуза.

Решение.

Пусть первый арбуз весит *х* кг, тогда второй – (*х* + 5) кг, а третий – 3*х* кг.

2) По условию первый и третий в 2 раза тяжелее второго, составим и решим уравнение:

*х* + 3*х* = 2(*х* + 5),

4*х* = 2*х* + 10,

2*х* = 10;

*х* = 5.

Значит, 5 кг весит первый арбуз, 5 + 5 = 10 (кг) – второй, а 3×5 =15(кг) – третий арбуз.

Ответ: 5кг; 10 кг; 15 кг.

**Пример 10.** Катер преодолевает расстояние между пунктами А и В, двигаясь по течению, за 2 часа. На обратный путь он затрачивает 3 часа, двигаясь с той же скоростью. Какое расстояние преодолевает катер на маршруте, и какова его собственная скорость, если скорость течения 5 км/ч ?

Решение.

1) Пусть *х* км/ч – собственная скорость катера. Тогда (*х* + 5) км/ч – скорость катера по течению, а (*х* – 5) км/ч – скорость катера против течения.

2) Учитывая время движения катера, составим уравнение: .

3) Решим уравнение:

2*х* + 10 = 3*х* – 15;

*х* = 25.

Значит, 25 км/ч – собственная скорость катера.

4) (25 + 5)·2 = 60 (км) – расстояние, которое преодолевает катер на маршруте.

Ответ: 60 км, 25 км/ч.

Пример 11.

  Из пунктов А и В навстречу друг другу выехали одновременно два велосипедиста, мужчина и женщина. Скорость мужчины была на 3 км/ч больше. Через два часа они встретились, а еще через 3 часа женщина прибыла в пункт А.   
 Какое расстояние (S) между этими пунктами?

Решение.  
 

1) Пусть *х* км/ч – скорость женщины,

Тогда (*х* +3) км/ч – скорость мужчины.

Скорость сближения (их совместная скорость) – (2*х* + 3) км/ч,

2) Весь путь мужчина и женщина преодолели за 2 часа, а женщина на весь путь затратила 5 часов, учитывая это, составим уравнение:

.

3) Решим уравнение:

4*х* + 6 = 5*х*;

*х* = 6.

Значит, 6 км/ч – скорость женщины.

4) 6 + 3 = 9 (км/ч) – скорость мужчины.

Тогда расстояние между пунктами А и В:

6 · 5 = 30 (км).

Ответ: 30 км.

**Пример 12.**Отцу 42 года, а сыну 15 лет. Через сколько лет сын будет в два раза моложе отца?

Решение.  
1)  Пусть *х* – количество лет, через которое сын будет в два раза моложе отца.

2) Тогда можно составить уравнение:

42 + *х* = 2(15 + *х*).

 3) Решим уравнение:

42 + *х* = 30 + 2*х*;

*х* =12.

Ответ: через 12 лет.

В некоторых случаях при решении задачи целесообразно составить таблицу.

**Пример 13.** В корзине яблок в 4 раза меньше, чем в ящике. После того как из ящика переложили в корзину 1,5 кг яблок, в корзине стало в 3 раза меньше яблок, чем в ящике. Сколько килограммов яблок было в корзине и ящике сначала?

Решим эту задачу, следуя алгоритму.

Внесем данные в таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Было (кг) | Действия с предметами (кг) | Стало (кг) |
| Ящик | 4*х* | 4*х* – 1,5 | 4*х* – 1,5 |
| Корзина | *х* | *х* + 1,5 | 3(*х* + 1,5) |

Составим и решим уравнение:

4*х* – 1,5 = 3 (*х* + 1,5),

4*х* – 1,5 = 3*х* + 4,5,

4*х* – 3*х* = 4,5 + 1,5,  
 *х* = 6.  
 6 × 4 = 24 (кг).  
Ответ: 24 кг и 6 кг.

**Пример 14**. С одной станции выехал поезд со скоростью 48 км/ч, а через 2 часа с другой станции навстречу ему вышел поезд со скоростью 60 км/ч. Расстояние между станциями 528 км. Сколько времени в дороге был каждый поезд до встречи.

Составим к этой задаче таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Время (ч) | Скорость (км/час) | Путь (км) |
| Поезд 1 | на 2 ч больше, чем поезд 2 | 48 | 528 |
| Поезд 2 | *х* | 60 | 528 |

Решение.  
Какое расстояние прошел первый поезд за 2 часа?

48×2 = 96 (км).  
Какое расстояние стало между поездами с момента выхода второго поезда?

528 – 96 = 432 (км).  
До встречи они были в дороге одинаковое количество временами?  
Обозначив это время за *х*, составим уравнение:  
48*х* + 60*х* = 432,  
108*х* = 432,  
*х* = 4.  
4 часа был в дороге второй поезд,

4 + 2 = 6 (ч) был в дороге первый поезд с момента своего выхода.  
Ответ: 4 часа и 6 часов.