

Свойства и графики тригонометрических функций

Автор: учитель математики Скородумова Л.П.

Функция $f(x)$ называется чётной, если, на всей области определения, выполняется равенство:

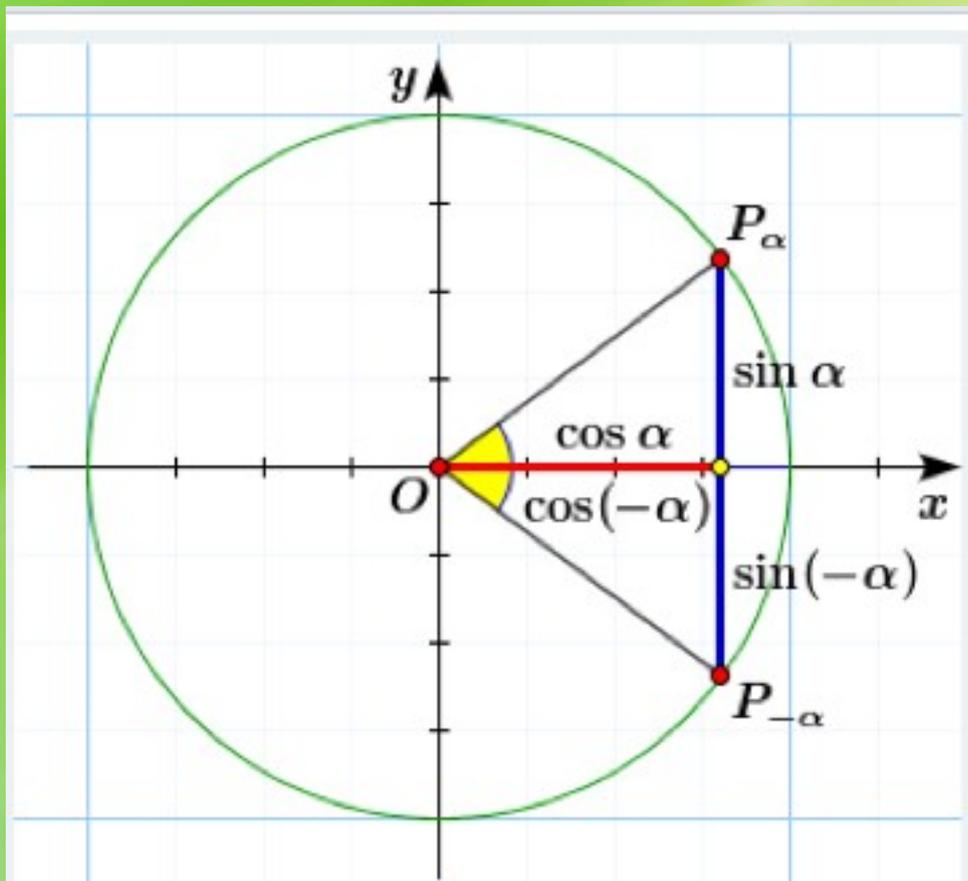
$$f(-x) = f(x)$$

Примеры чётных функций:

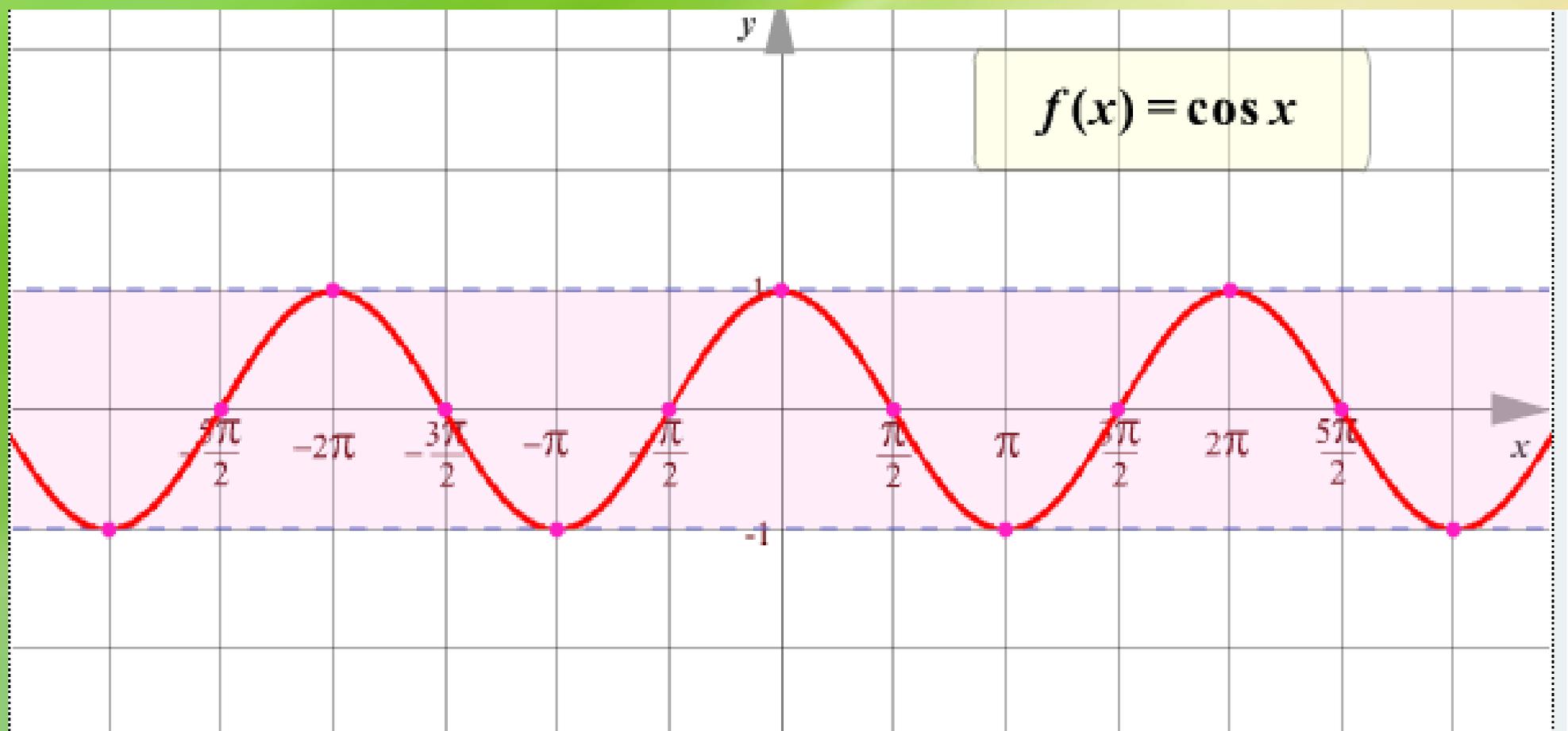
$$f(x) = x^2, \quad f(x) = x^4 - 2x^2 - 15$$

$$f(x) = x^{-2}$$

$f(x)=\cos x$ чётная функция, так как
 $\cos(-x)=\cos x$



Графики чётных функций симметричны относительно оси ординат



Функция $f(x)$ называется нечётной, если на всей области определения выполняется равенство: $f(-x) = -f(x)$

Примеры нечётных функций:

$$f(x) = x, \quad f(x) = x^3, \quad f(x) = \frac{5}{x},$$

$$f(x) = x^5 + 3x^7 - 2x$$

Нечётные тригонометрические функции:

$$\begin{array}{ll} f(x)=\sin x, & \sin(-x)=-\sin x \\ f(x)=\operatorname{tg} x, & \operatorname{tg}(-x)=-\operatorname{tg} x \\ f(x)=\operatorname{ctg} x, & \operatorname{ctg}(-x)=-\operatorname{ctg} x \end{array}$$

Графики нечётных функций центрально симметричны относительно начала координат

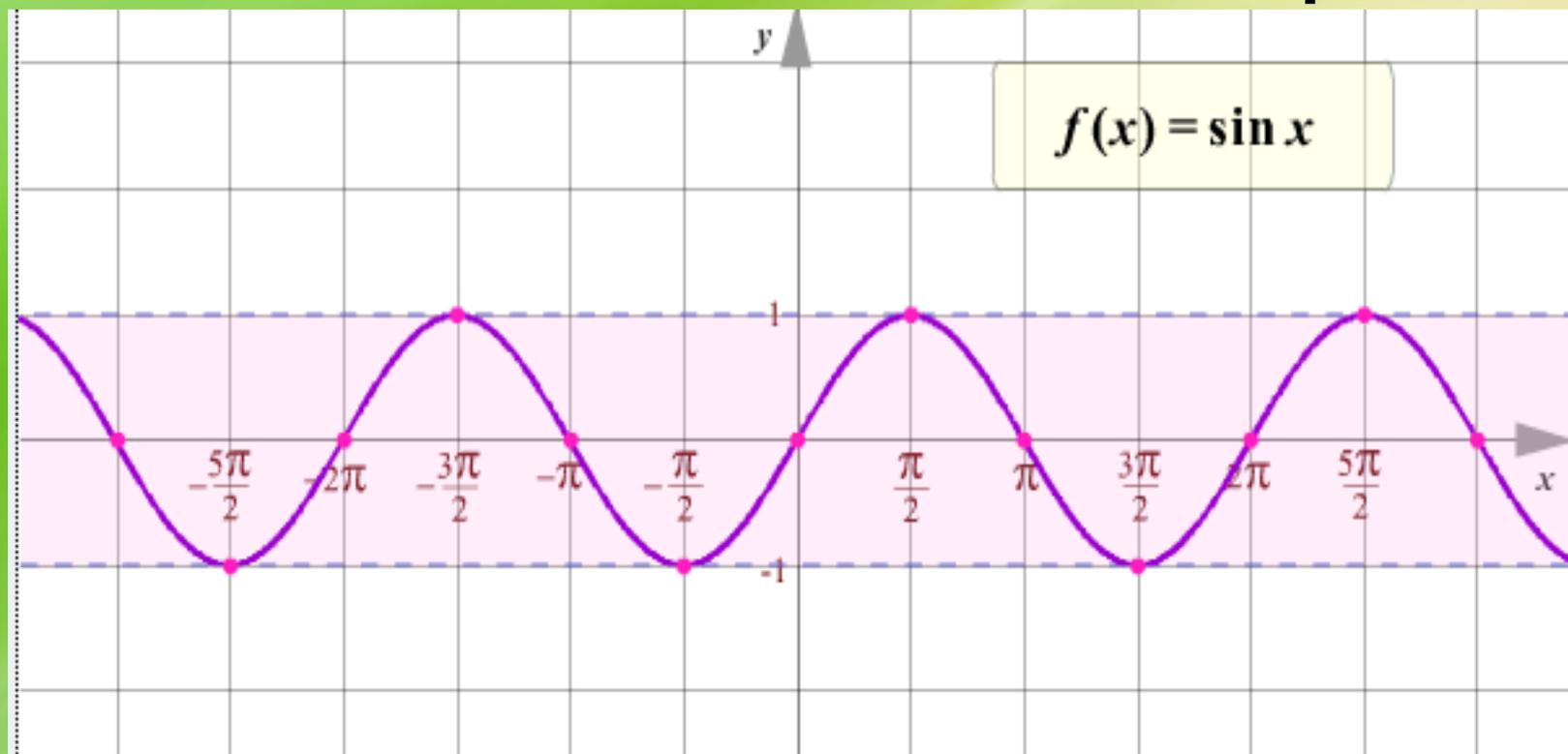


График функции $f(x)=\operatorname{tg}x$

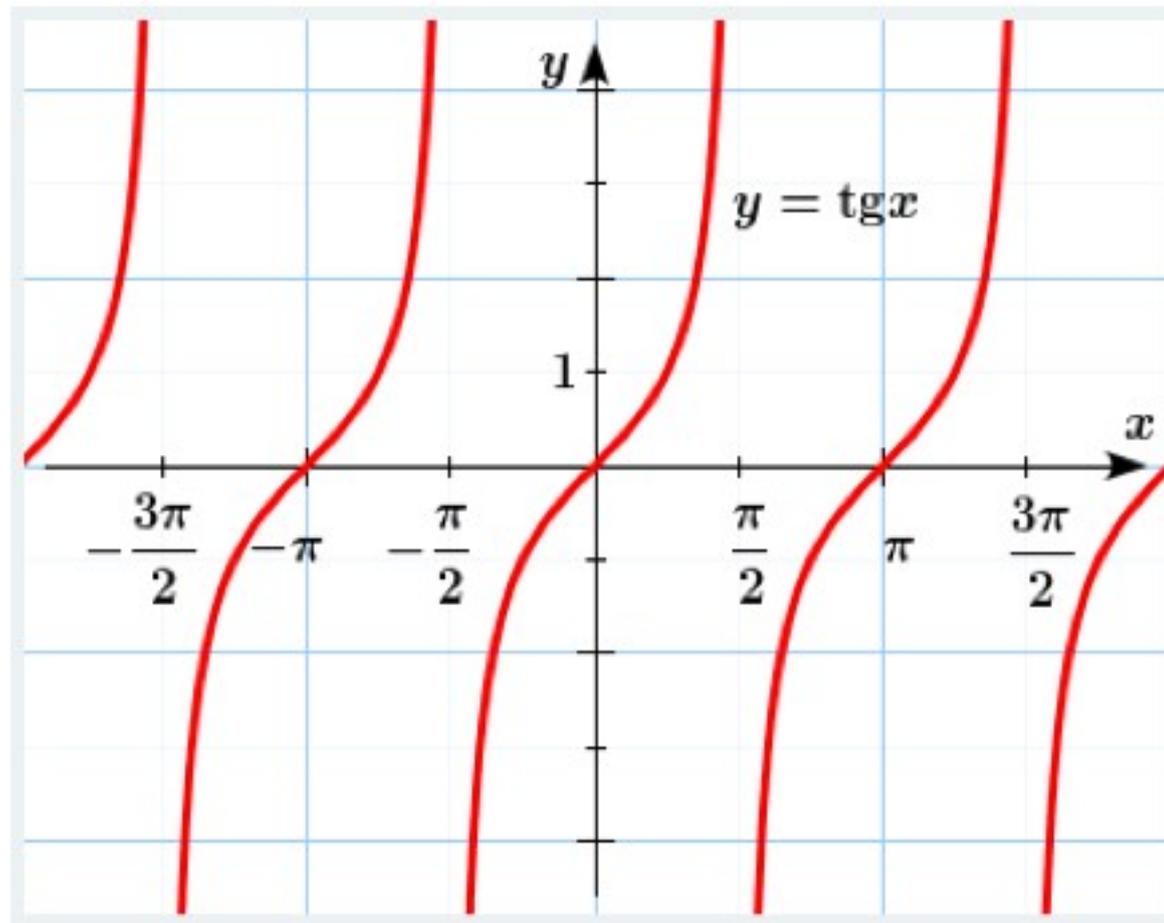
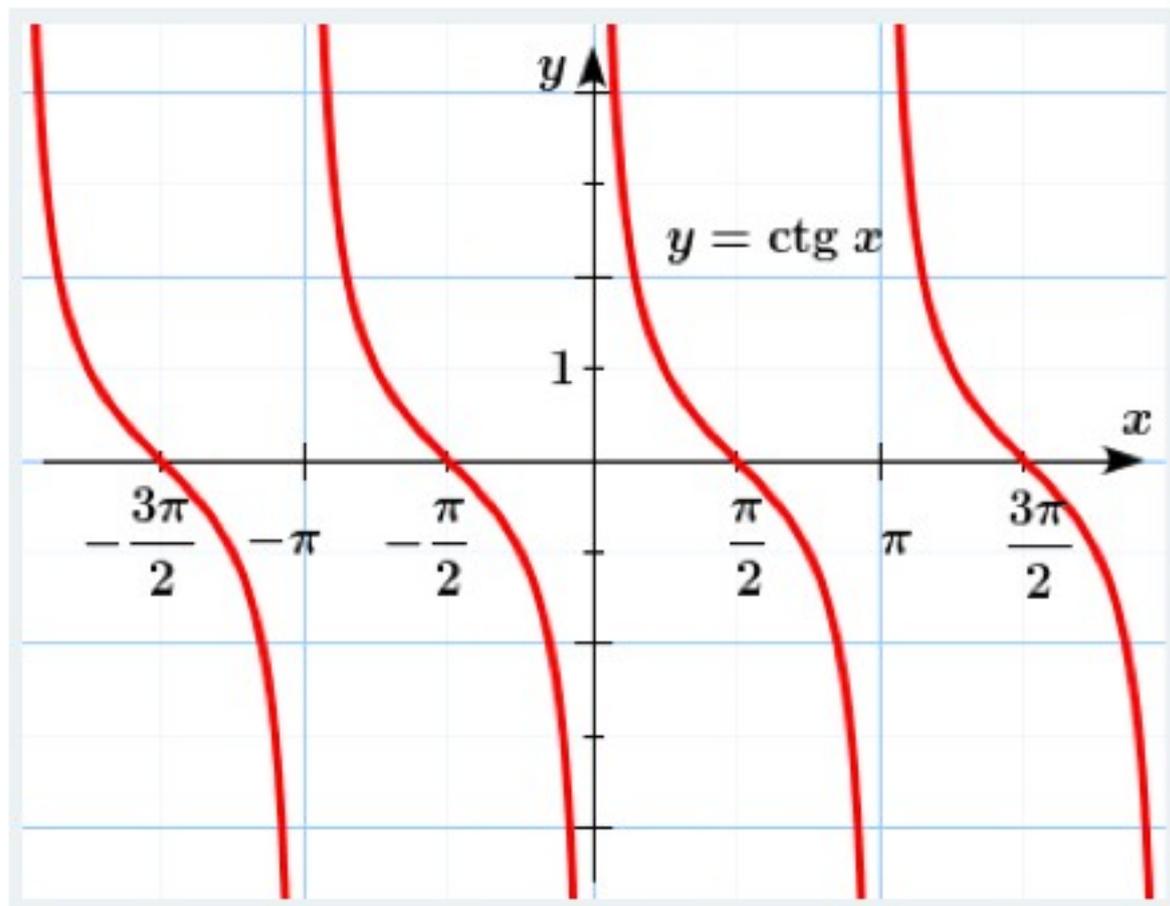


График функции $f(x) = \operatorname{ctg} x$



Периодичность тригонометрических функций

Определение. Функцию $y = f(x)$, $x \in X$ называют **периодической**, если существует такое отличное от нуля число T , что для любого x из множества X выполняется двойное равенство $f(x - T) = f(x) = f(x + T)$.

Число T , удовлетворяющее указанному условию, называют **периодом** функции $y = f(x)$.

Поскольку для любого x справедливы равенства

$$\sin(x - 2\pi) = \sin x = \sin(x + 2\pi),$$

$$\cos(x - 2\pi) = \cos x = \cos(x + 2\pi),$$

то функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$ являются периодическими, а число 2π служит периодом и той, и другой функции.

Для функций $f(x)=\operatorname{tg}x$ и $f(x)=\operatorname{ctg}x$
наименьший положительный
период равен π

Множество значений
тригонометрических функций:
для функций $y = \sin x$, $y = \cos x$;
 $y \in [-1; 1]$,
для функций $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$
 $y \in \mathbb{R}$