

# **ТЕТРАДЬ НА ПЕЧАТНОЙ ОСНОВЕ** **«Кусочно-заданные функции»**

**алгебра, 8 класс**

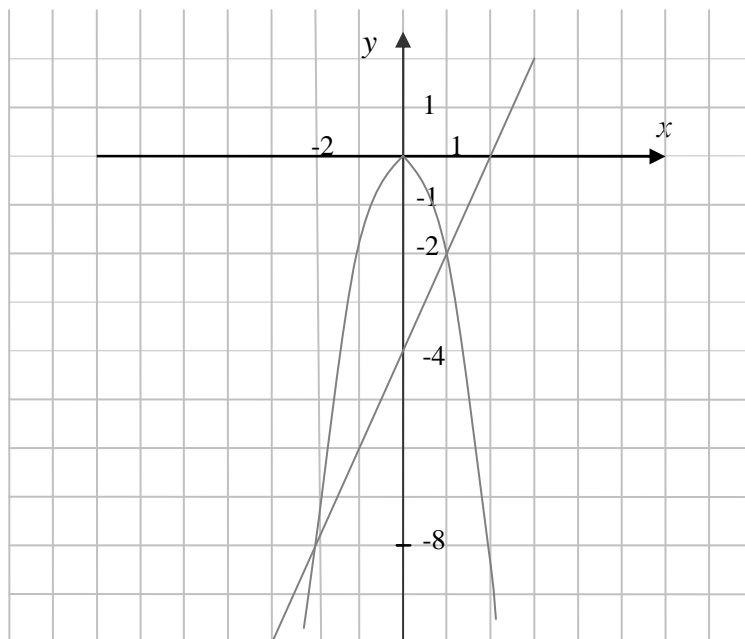
**Учитель математики**  
**МАОУ «Гимназия №87»**  
**Манина**  
**Светлана Вячеславовна**

**Г. Саратов**

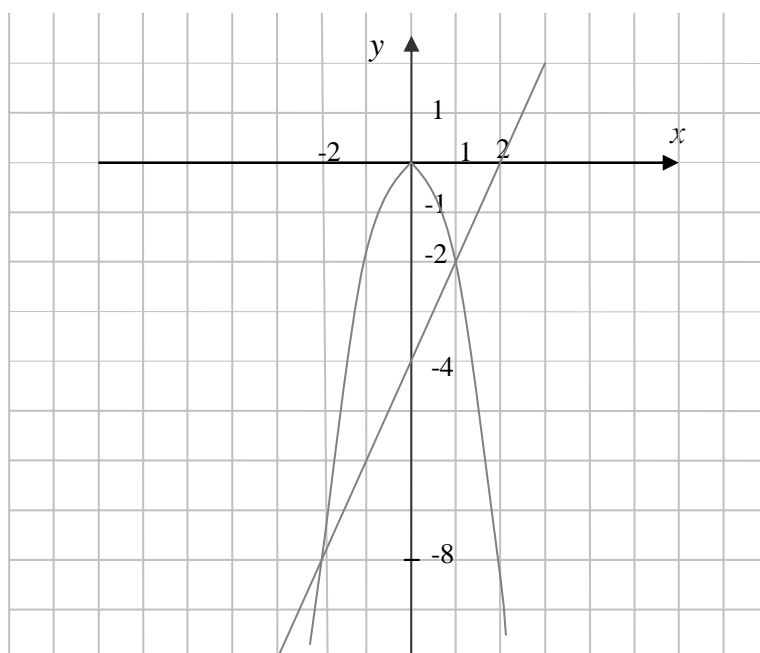
## Кусочно-заданные функции

1. На координатной плоскости построены графики функций  $y = -2x^2$  и  $y = 2x - 4$ . Выделите ту часть этих графиков, которая является графическим изображением кусочно-заданной функции  $y = f(x)$ , где:

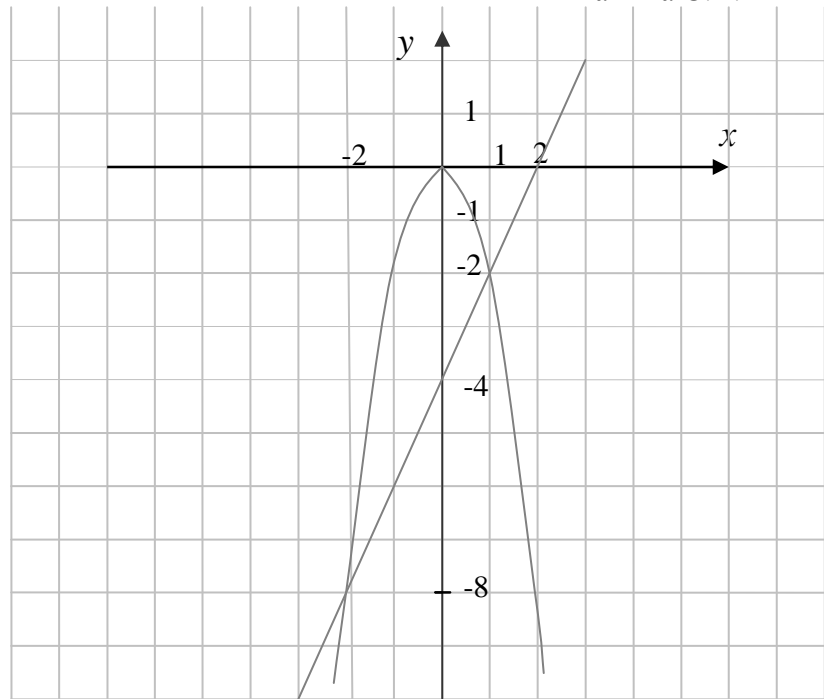
а)  $f(x) = \begin{cases} -2x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1, \\ 2x - 4, & \text{если } 1 < x \leq 3. \end{cases}$



б)  $f(x) = \begin{cases} -2x^2, & \text{если } -2 \leq x < 0, \\ 2x - 4, & \text{если } 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$



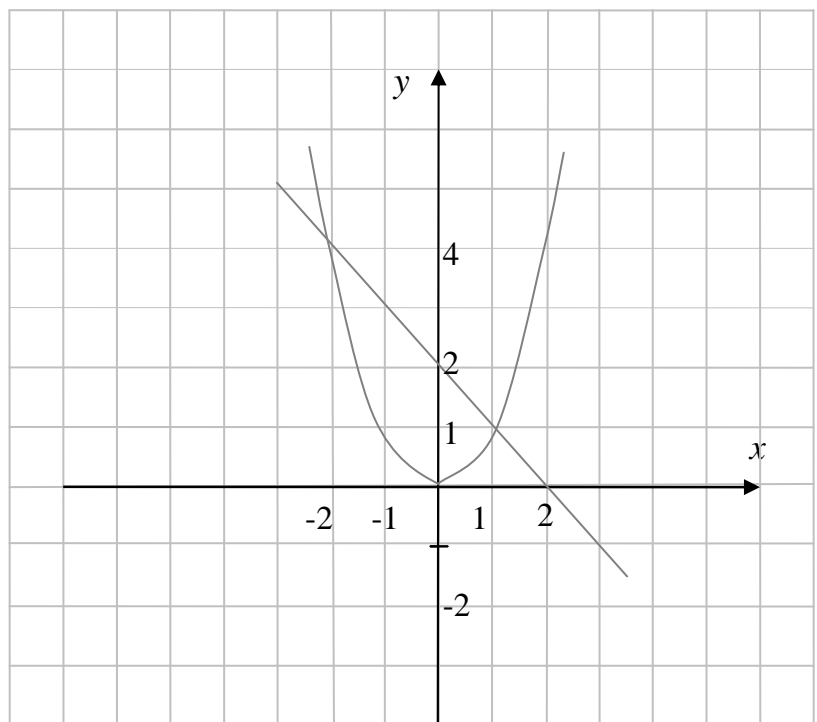
$$в) f(x) = \begin{cases} -2x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 2, \\ 2x - 4, & \text{если } 2 < x \leq 3. \end{cases}$$

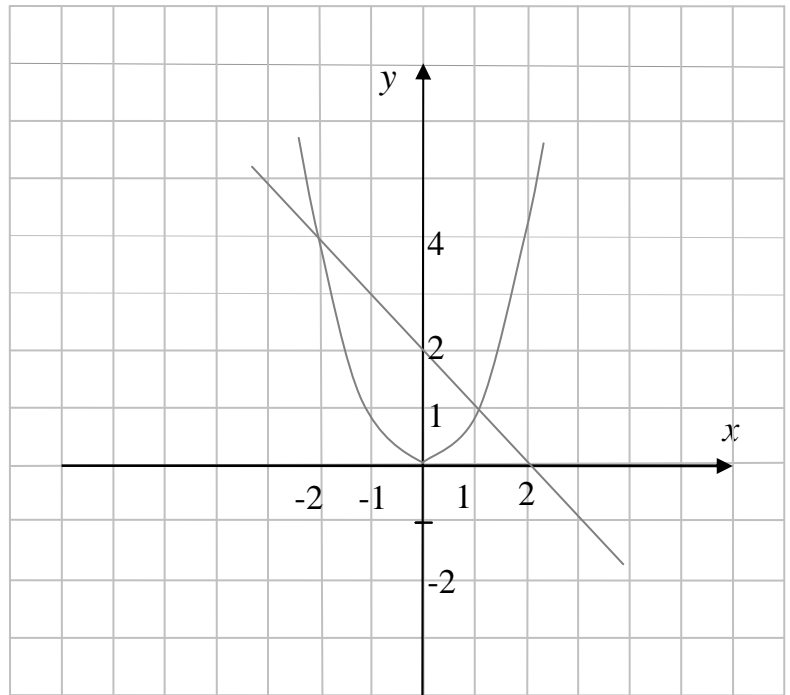


2. На координатной плоскости построены графики функций  $y = x^2$  и  $y = -x + 2$ . Выделите ту часть этих графиков, которая является графическим изображением кусочно-заданной функции  $y = f(x)$ , где:

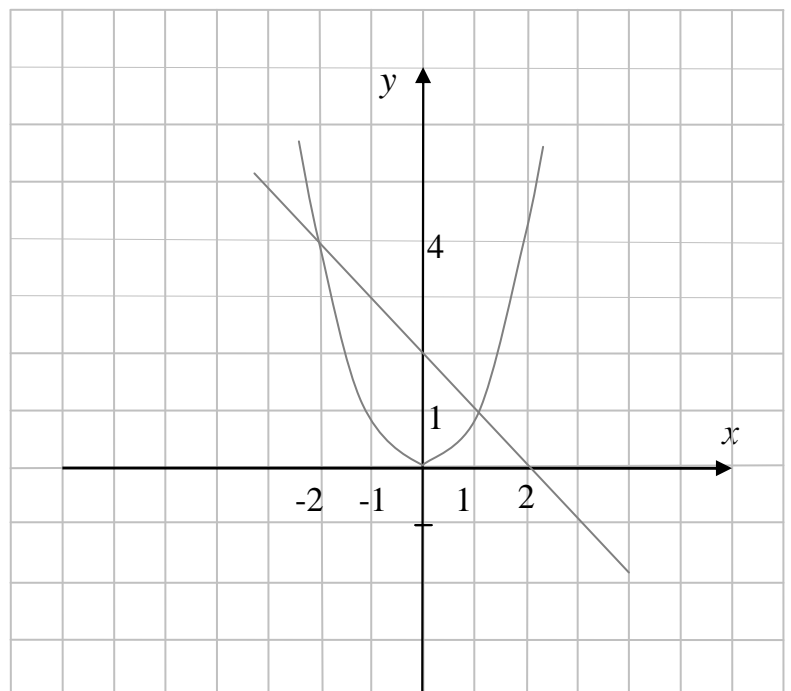
а)

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \geq 1, \\ -x + 2, & \text{если } x < 1. \end{cases}$$



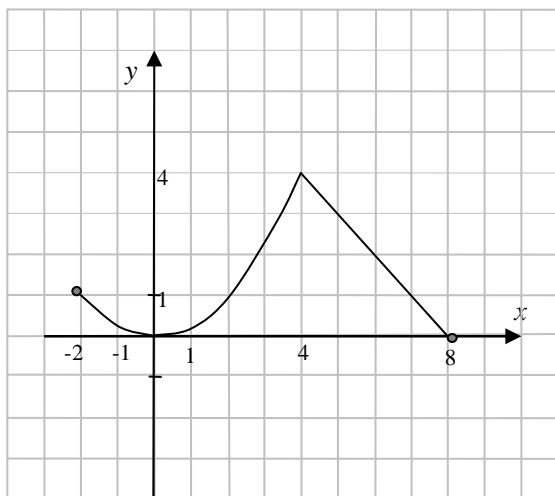


$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 1, \\ -x + 2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

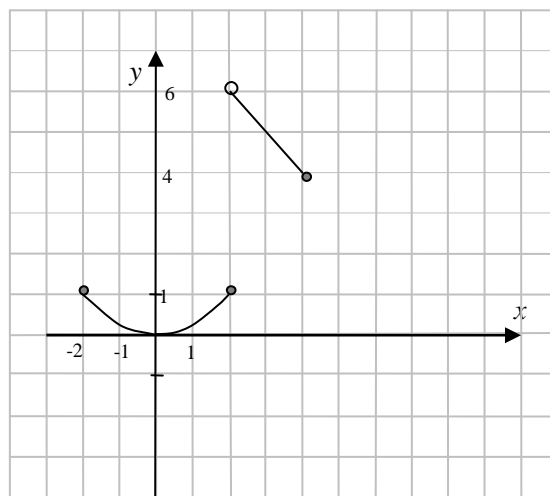


$$\text{в) } f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0, \\ -x + 2, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

3. Функции  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$  заданы графически. Используя графики функций  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$ , заполните таблицу:



$y = f(x)$

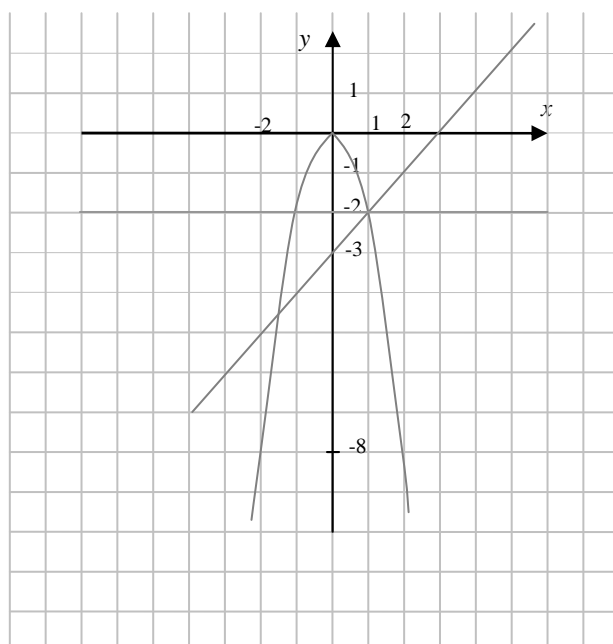


$y = g(x)$

	$y = f(x)$	$y = g(x)$
Область определения		
Значения $x$ , при которых $y=0$		
Промежутки возрастания		
Промежутки убывания		

4. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , если в системе координат построены графики функций  $y = -2x^2$ ,  $y = -2$ ,  $y = x - 3$ :

$$f(x) = \begin{cases} -2x^2, & \text{если } -2 \leq x < -1, \\ -2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1, \\ x - 3, & \text{если } 1 < x \leq 4. \end{cases}$$



Используя график функции  $y = f(x)$ , укажите:

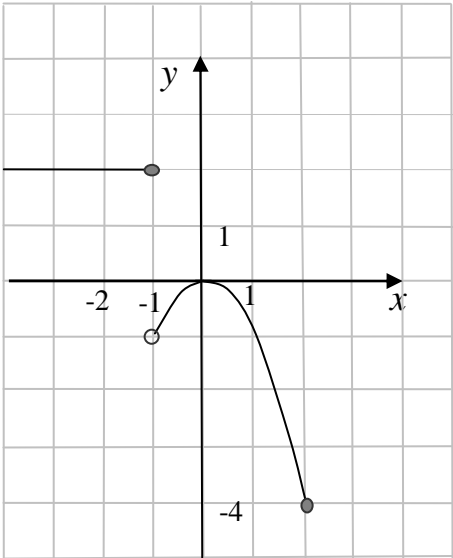
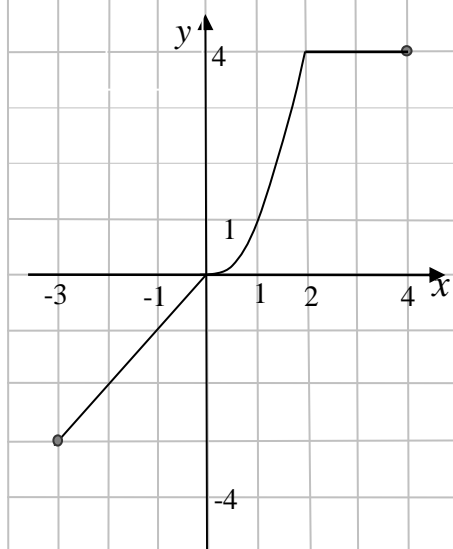
а) наибольшее значение функции \_\_\_\_\_;

б) наименьшее значение функции \_\_\_\_\_;

в) промежутки возрастания функции \_\_\_\_\_;

г) промежутки убывания функции \_\_\_\_\_.

5. Функция  $y = f(x)$  задана графически. Заполните пропуски в аналитической записи функции  $y = f(x)$ , если:

<p>а)</p> 	$f(x) = \begin{cases} \text{_____}, & \text{если } x \leq -1, \\ \text{_____}, & \text{если } -1 < x \leq 2. \end{cases}$
<p>б)</p> 	$f(x) = \begin{cases} x, & \text{если _____}, \\ \text{_____}, & \text{если } 0 \leq x \leq 2, \\ \text{_____}, & \text{если _____}. \end{cases}$

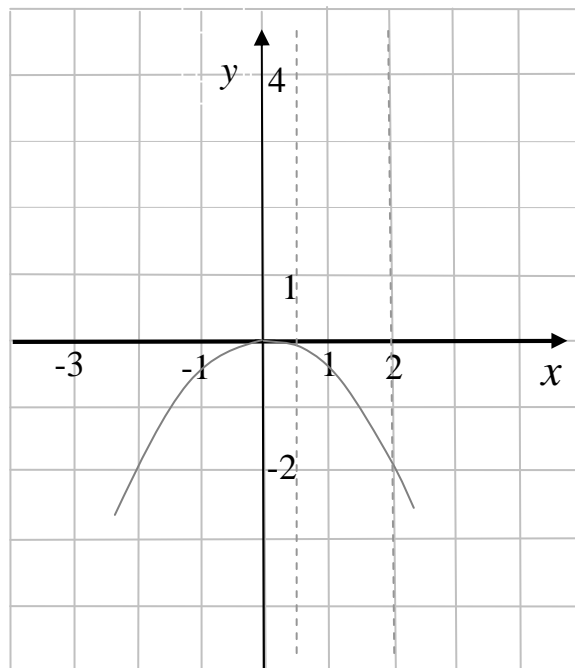
6. Постройте график функции

$y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ -x + 2, & \text{если } 0 \leq x \leq 1, \\ -\frac{1}{2}x^2, & \text{если } -2 \leq x < 0. \end{cases}$$

(В системе координат построен

график функции  $y = -\frac{1}{2}x^2$ ).



Используя график функции  $y = f(x)$ , укажите:

а) область определения функции \_\_\_\_\_;

б) промежутки возрастания \_\_\_\_\_;

в) промежутки убывания \_\_\_\_\_;

г) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

$$\left[ \frac{1}{2}; 2 \right]:$$

\_\_\_\_\_;

\_\_\_\_\_;

д) значения  $x$ , при которых:

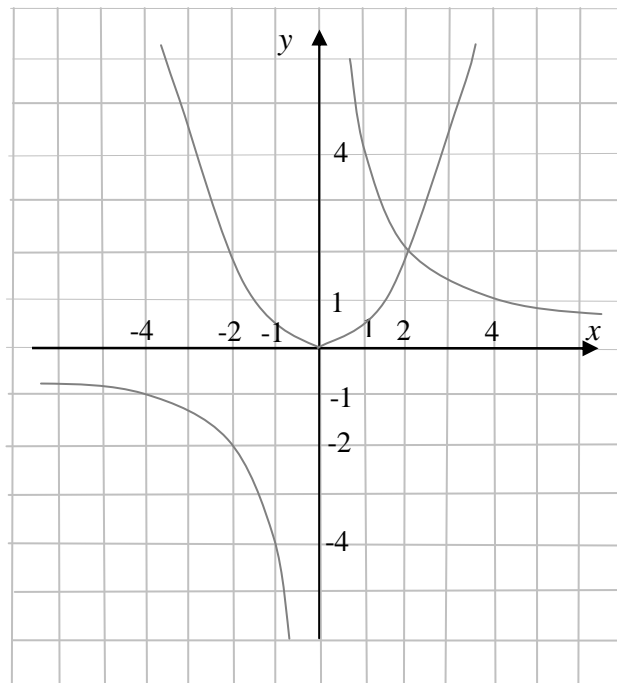
$y=0$  \_\_\_\_\_;

$y>0$  \_\_\_\_\_;

$y<0$  \_\_\_\_\_.

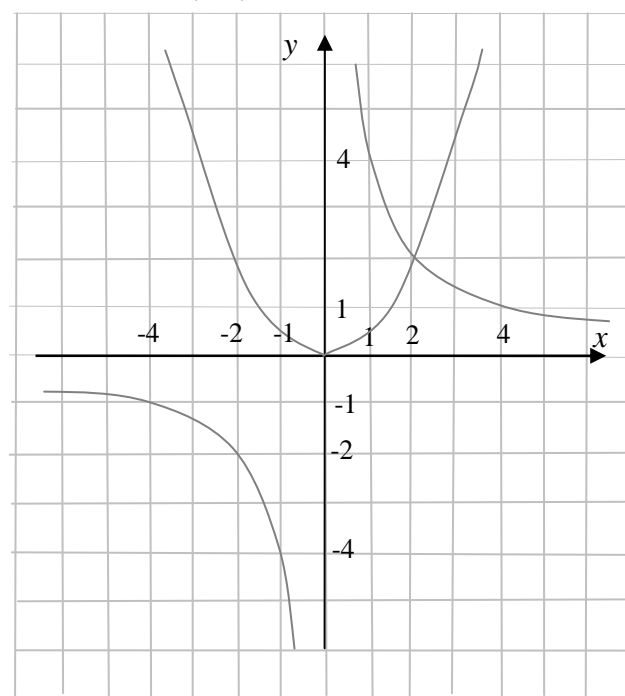
7. На координатной плоскости построены графики функций  $y = \frac{4}{x}$  и  $y = 0,5x^2$ . Выделите ту часть этих графиков, которая является графическим изображением кусочно-заданной функции  $y = f(x)$ , где:

а) 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{если } x < -2, \\ x & \\ 0,5x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0. \end{cases}$$



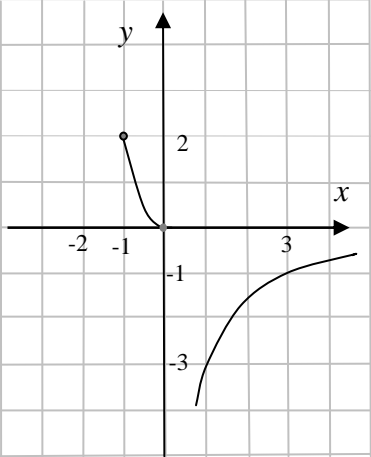
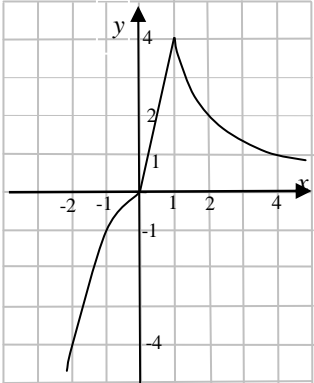
б)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{если } -2 \leq x < 2, x \neq 0, \\ 0,5x^2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$





8. Функция  $y = f(x)$  задана графически. Заполните пропуски в аналитической записи функции  $y = f(x)$ , если:

<p>а)</p> 	$f(x) = \begin{cases} \_ x^2, \text{ если } \_, \\ \dots, \text{ если } \_. \\ x \end{cases}$
<p>б)</p> 	$f(x) = \begin{cases} \_, \text{ если } x \leq 0, \\ 4x, \text{ если } \_, \\ \dots, \text{ если } x > 1. \\ x \end{cases}$

9. Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, \text{ если } x > 0, \\ -\frac{1}{x}, \text{ если } x < 0. \end{cases}$

**Решение.**

а) Найдите:

$$f(-2) = \underline{\hspace{15em}};$$

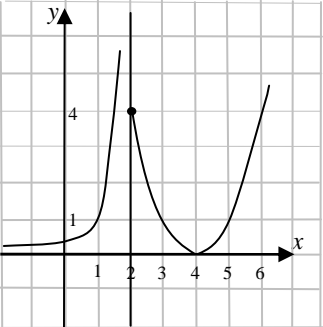
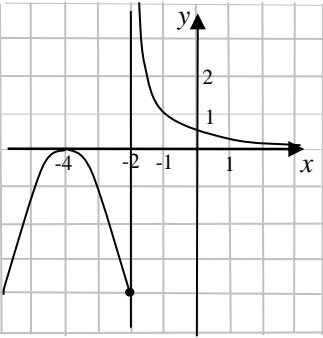
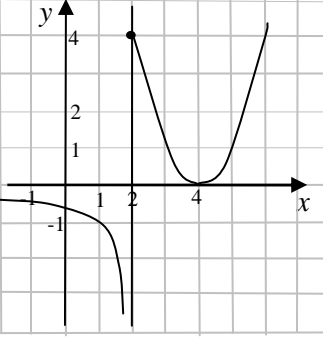
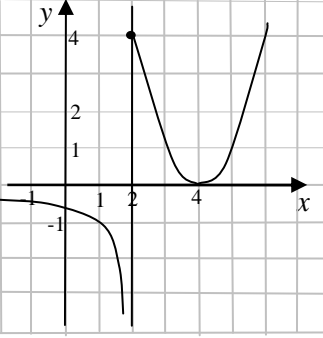
$$f(0) = \underline{\hspace{15em}};$$



сверху \_\_\_\_\_ ;

снизу \_\_\_\_\_ .

**10.** Установите стрелками соответствие между графической иллюстрацией и аналитической записью функции:

	$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x-2}, & \text{если } x < 2, \\ (x+4)^2, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$
	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & \text{если } x > -2, \\ -(x+4)^2, & \text{если } x \leq -2. \end{cases}$
	$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x-2}, & \text{если } x < 2, \\ (x-4)^2, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$
	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2}, & \text{если } x > -2, \\ -(x-4)^2, & \text{если } x \leq -2. \end{cases}$

11. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2, & \text{если } x < -2, \\ \frac{4}{x-2}, & \text{если } x \geq -2, x \neq 2. \end{cases}$$

**Решение.**

График функции  $y = (x+3)^2$  получается из графика

функции

$y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ на \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_.

$$y = \frac{4}{x}$$

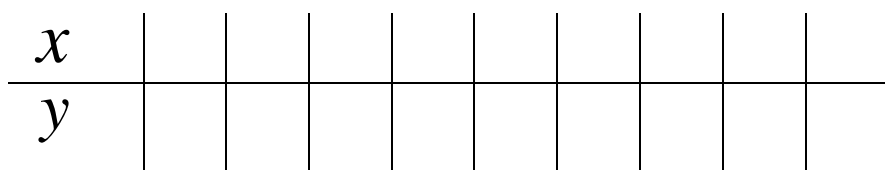
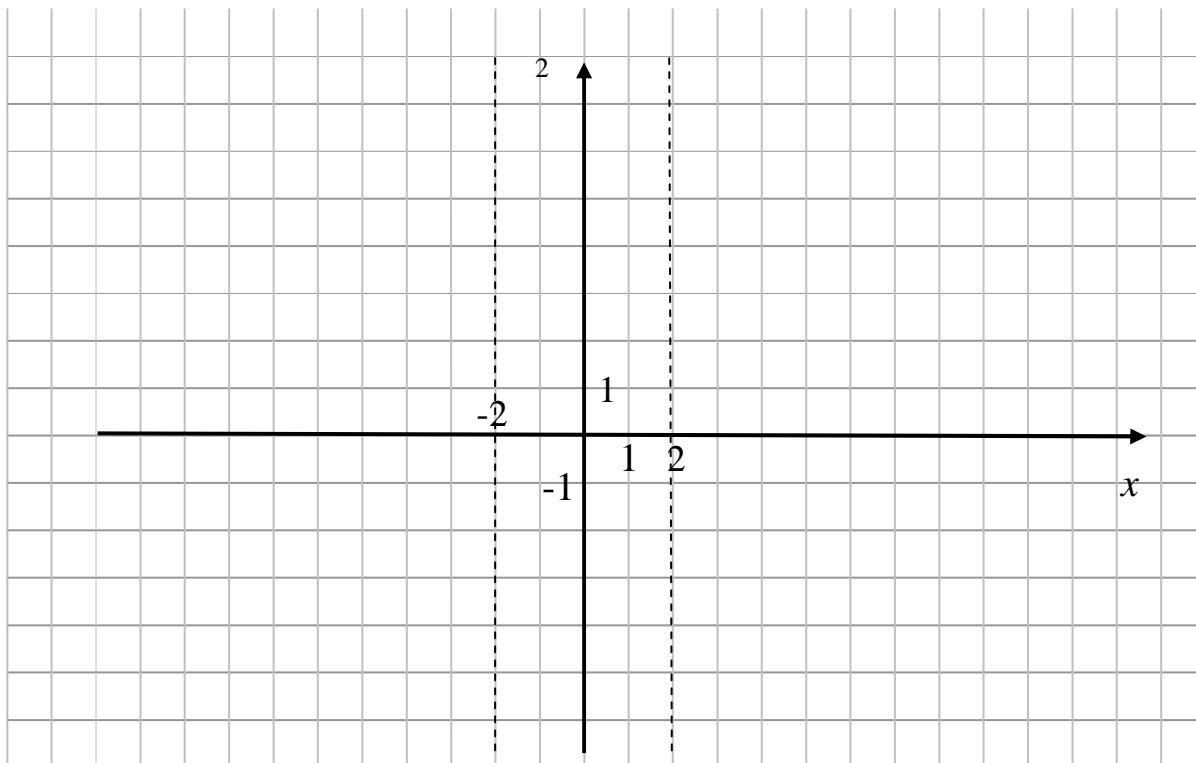


График функции  $y = \frac{4}{x-2}$  получается из графика функции

$$y = \frac{4}{x}$$

путем \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_.



Используя график функции  $y = f(x)$ , укажите:

а) область определения функции \_\_\_\_\_;

б) значения  $x$ , при которых

$y = 0$  \_\_\_\_\_;

$y > 0$  \_\_\_\_\_;

$y < 0$  \_\_\_\_\_.

в) Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-4;0]$ :

\_\_\_\_\_;

\_\_\_\_\_.

г) Промежутки возрастания \_\_\_\_\_;

промежутки убывания \_\_\_\_\_.

д) Решите уравнение  $f(x) = a$  при:

$$a = 1 \underline{\hspace{15cm}};$$

$$a = 0 \underline{\hspace{15cm}};$$

$$a = -2 \underline{\hspace{15cm}}.$$

12. Дана функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} -\frac{4}{x} + 2, & \text{если } x < 0, \\ -x^2 - 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 2, \\ x - 7, & \text{если } x > 2. \end{cases}$

На каком из рисунков изображен график этой функции?

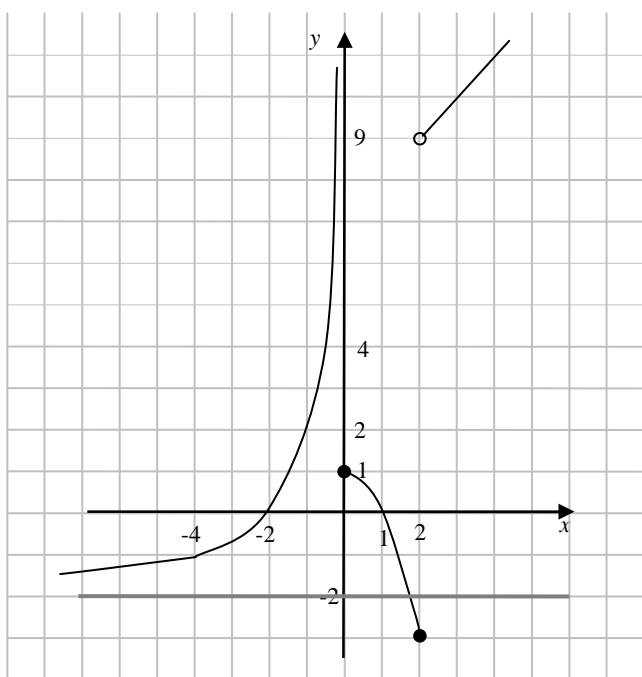


Рис. 1

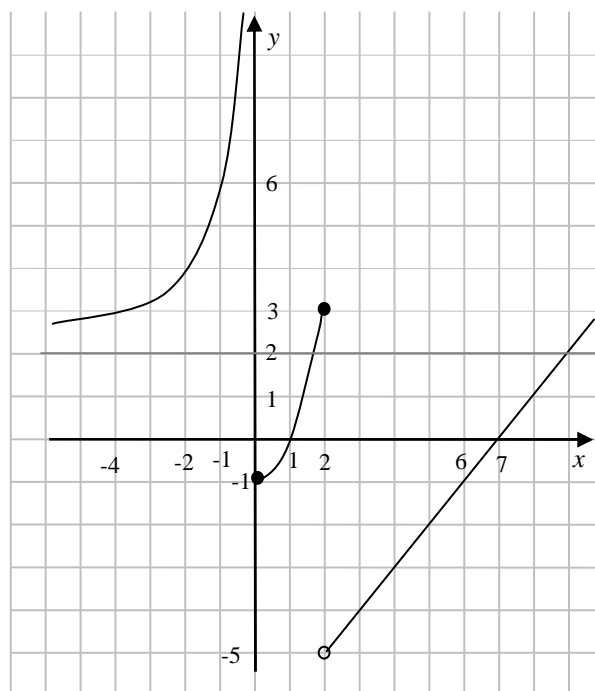


Рис. 2

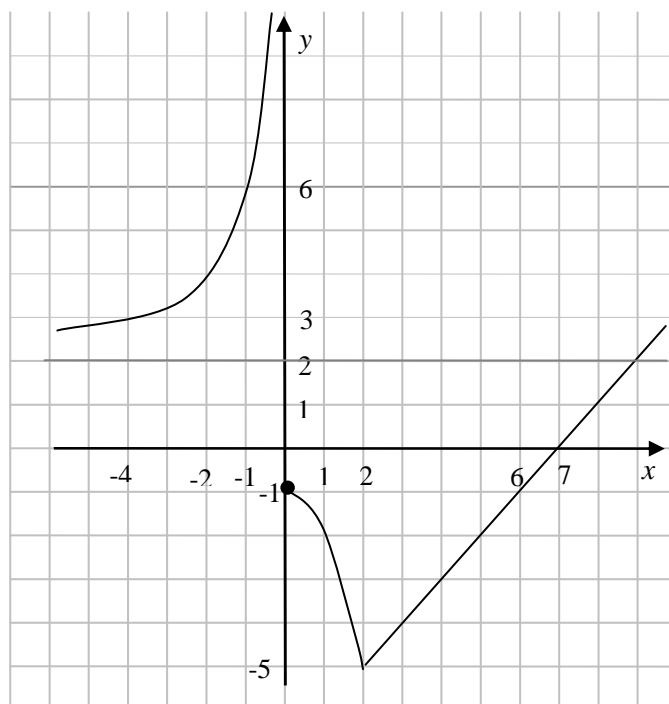


Рис. 3

**Ответ.** \_\_\_\_\_

**13.** Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} + 2, & \text{если } x > 0, \\ -\frac{1}{2}(x+2)^2, & \text{если } -4 \leq x \leq 0. \end{cases}$$

**Решение.**

$$y = \frac{1}{x}$$

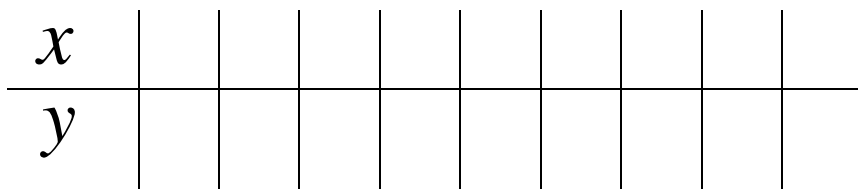


График функции  $y = \frac{1}{x} + 2$  получается из графика функции

$$y = \frac{1}{x}$$

путем \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

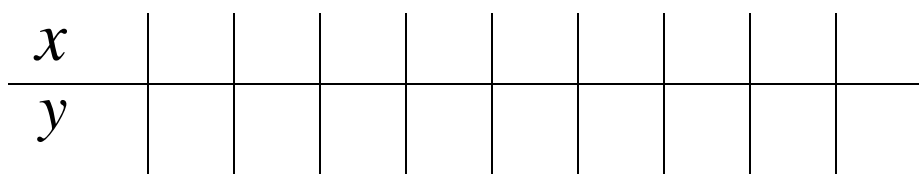
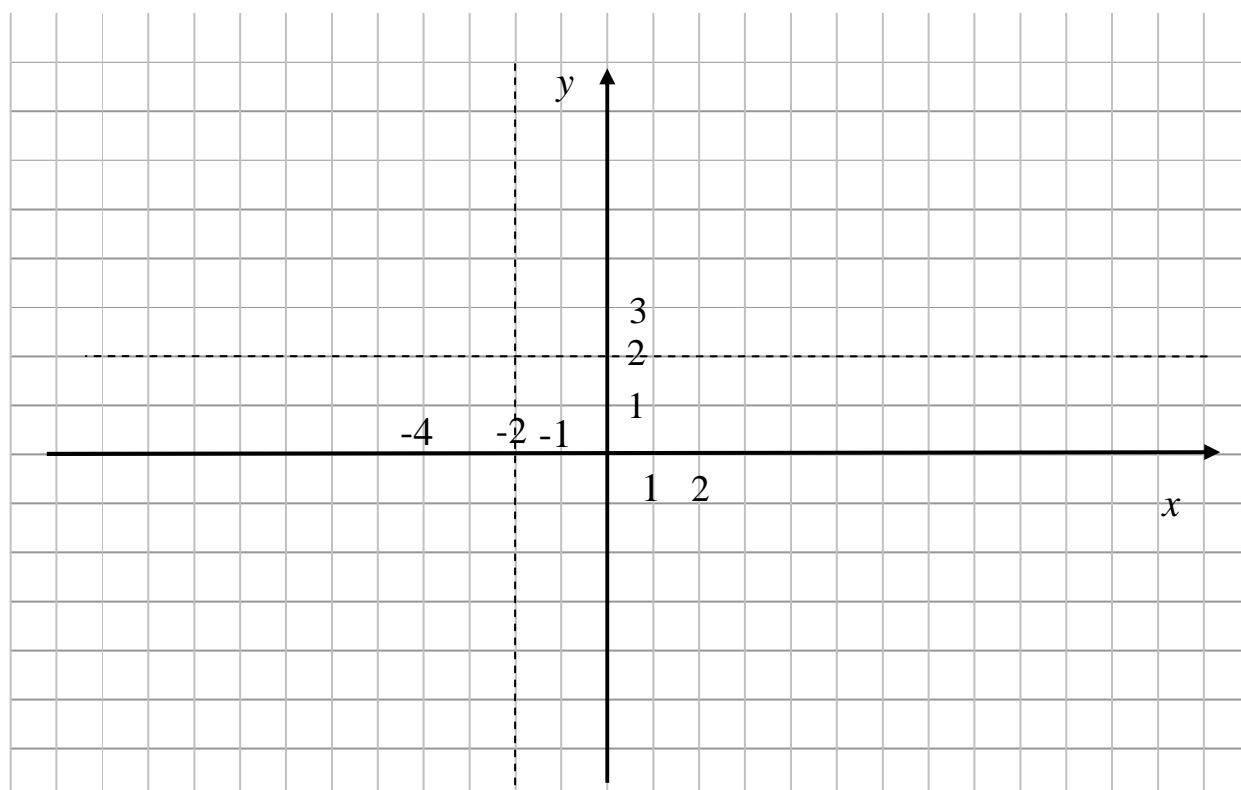


График функции  $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$  получается из графика функции

$y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.





14. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x+1}, & \text{если } x < -1, \\ -2x^2 + 2, & \text{если } -1 \leq x < 1, \\ (x-2)^2, & \text{если } 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

**Решение.**

$$y = -\frac{1}{x}$$

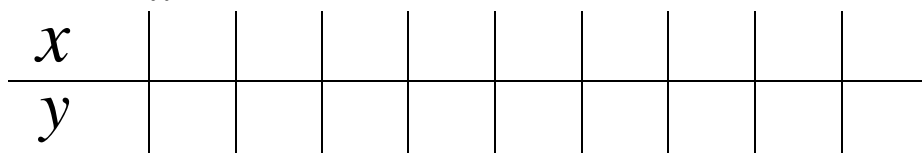


График функции  $y = -\frac{1}{x+1}$  получается из графика функции

$y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

$$y = -2x^2$$

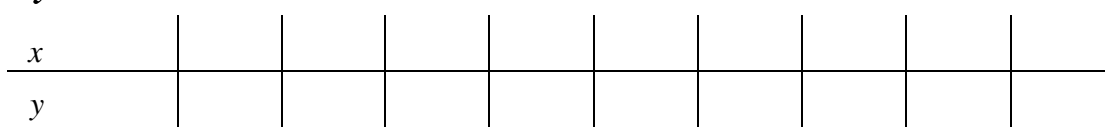


График функции  $y = -2x^2 + 2$  получается из графика функции

$y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_

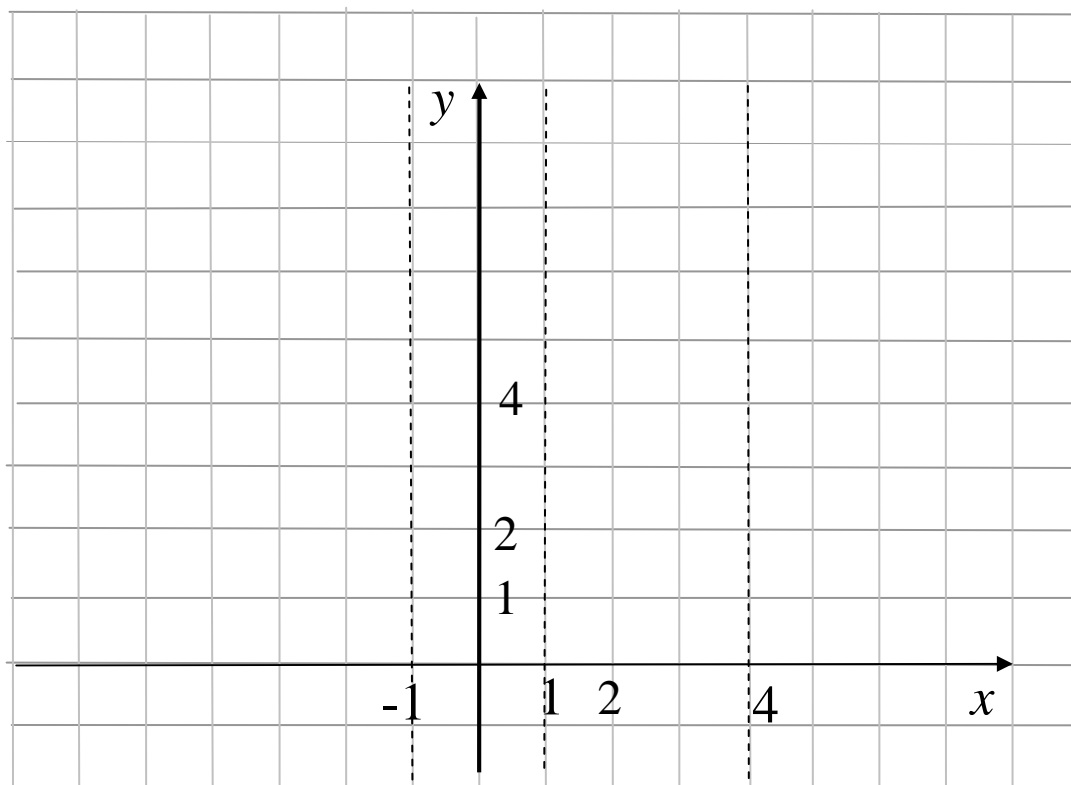
\_\_\_\_\_

График функции  $y = (x - 2)^2$  получается из графика функции  $y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_

---



---



С помощью графика функции  $y = f(x)$  определите количество корней уравнения  $f(x) = a$  при:

$a < 0$  \_\_\_\_\_ ;

$a = 0$  \_\_\_\_\_ ;

$0 < a < 1$  \_\_\_\_\_ ;

$a = 1$  \_\_\_\_\_ ;

$1 < a < 2$  \_\_\_\_\_ ;

$a = 2$  \_\_\_\_\_ ;

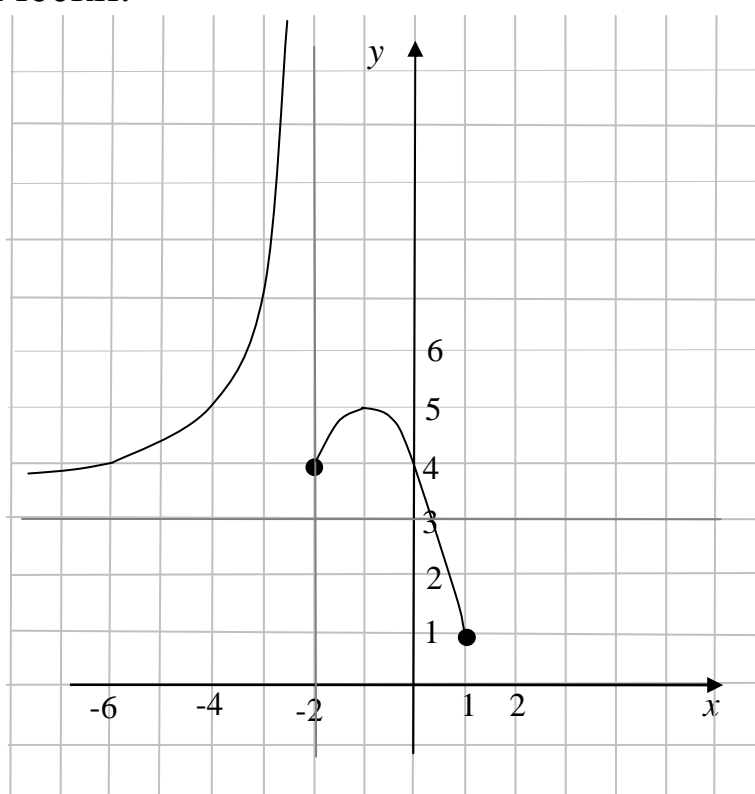
$2 < a < 4$  \_\_\_\_\_;

$a = 4$  \_\_\_\_\_;

$a > 4$  \_\_\_\_\_.

**Ответ.**

**15.** Функция  $y = f(x)$  задана графически. Задайте функцию  $y = f(x)$  аналитически.



$$f(x) = \begin{cases} \text{_____}, & \text{если } \text{_____}, \\ \text{_____}, & \text{если } \text{_____}. \end{cases}$$

**16.** Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x + 3, & \text{если } 2 \leq x \leq 3, \\ 0,5x + 2, & \text{если } -4 \leq x < 2. \end{cases}$$

**Решение.**

$y = -x^2 + 2x + 3$  - квадратичная функция, график – парабола.

Найдем координаты вершины параболы:

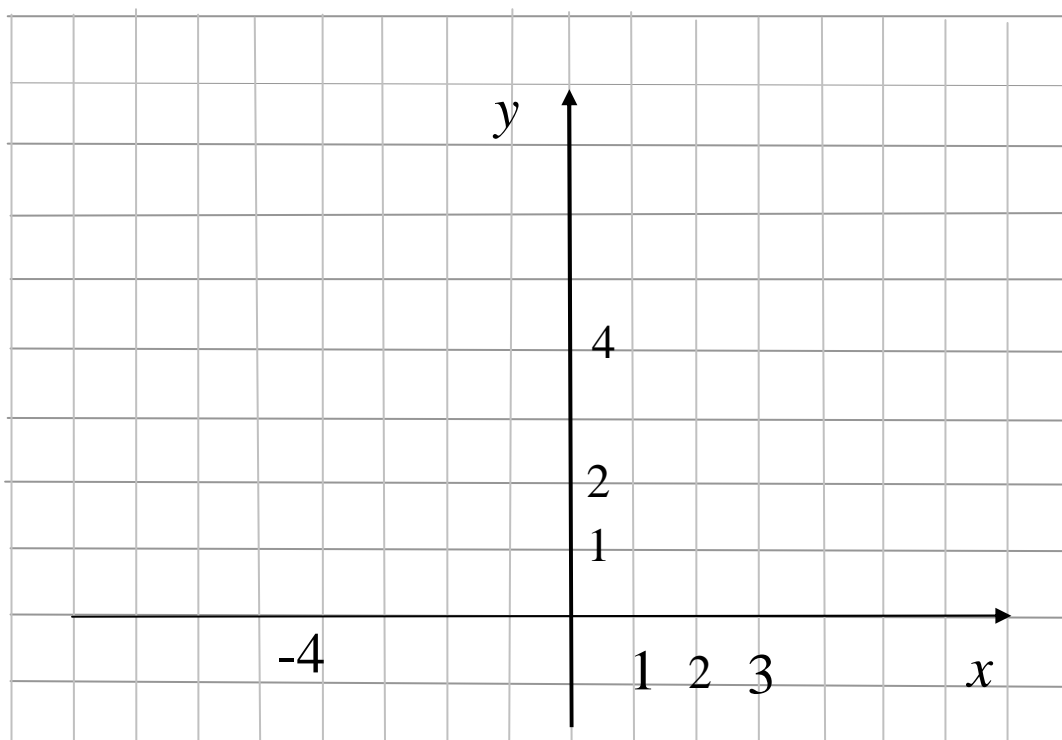
$$x_0 = \underline{\hspace{15cm}};$$

$$y_0 = \underline{\hspace{15cm}}.$$

$x$									
$y$									

$y = 0,5x + 2$  - линейная функция, график – прямая.

$x$		
$y$		



17. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 8x + 10, & \text{если } -3 \leq x \leq 0, \\ x^2 - 2x + 2, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$$

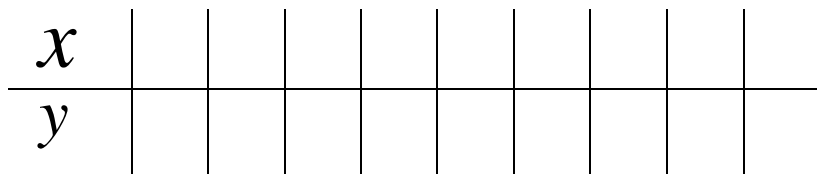
**Решение.**

$y = 2x^2 + 8x + 10$  - квадратичная функция, график – парабола.

Найдем координаты вершины параболы:

$$x_v = \underline{\hspace{15em}};$$

$$y_v = \underline{\hspace{15em}}.$$

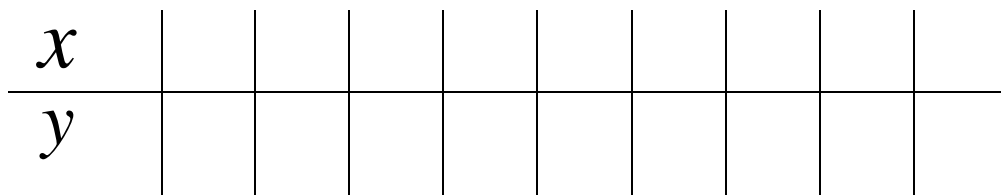


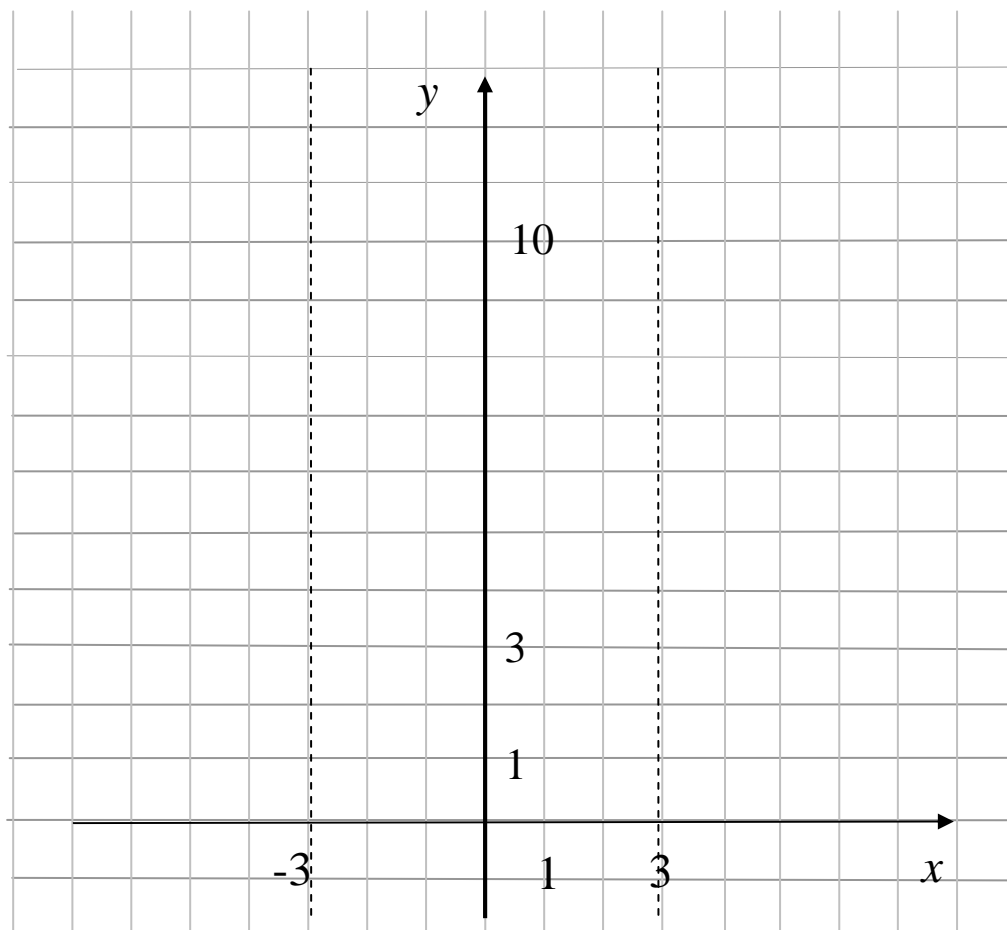
$y = x^2 - 2x + 3$  - квадратичная функция, график – парабола.

Найдем координаты вершины параболы:

$$x_v = \underline{\hspace{15em}};$$

$$y_v = \underline{\hspace{15em}}.$$





Используя график функции  $y = f(x)$ , определите количество корней уравнения  $f(x) = a$  в зависимости от значений параметра  $a$ .

---

---

---

---

---

**Ответ.**

18. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} + 1, & \text{если } x < 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

**Решение.**

$$y = \frac{2}{x}$$

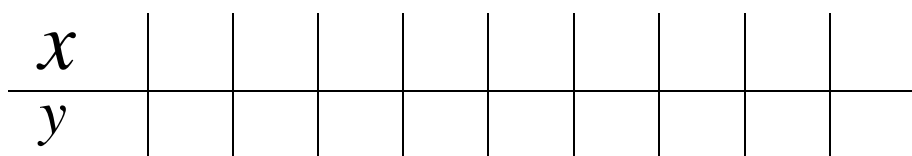
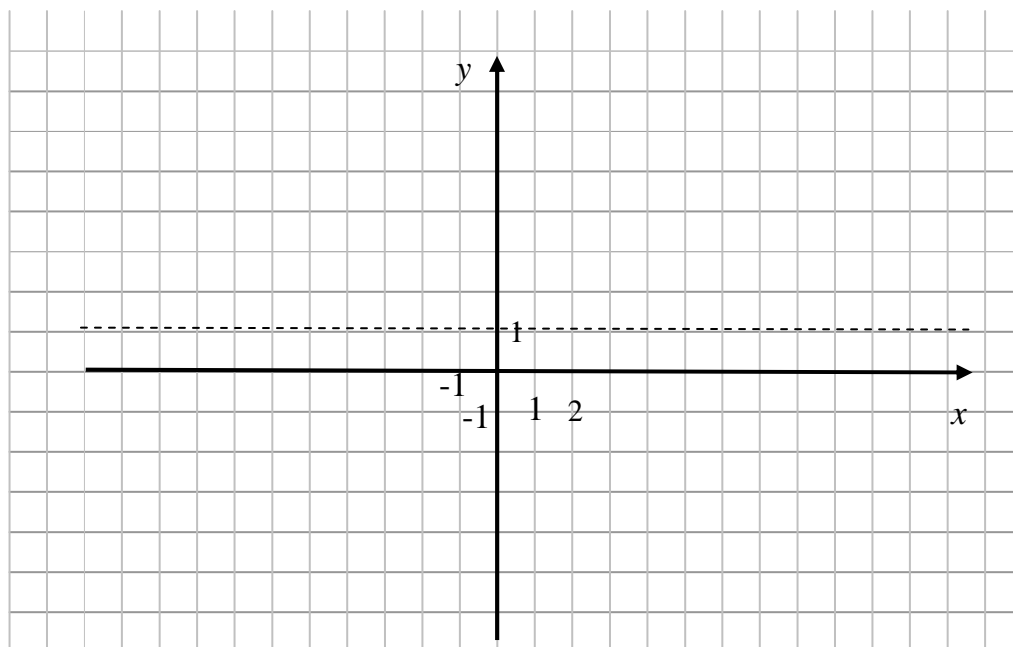
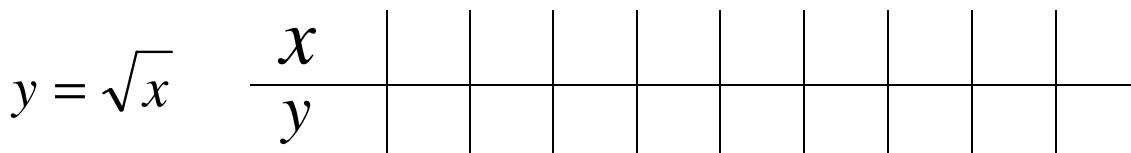


График функции  $y = \frac{2}{x} + 1$  получается из графика функции

$y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_.



$$6) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2}, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ x^2 - 2x + 1, & \text{если } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

**Решение.**

$$y = \sqrt{x}$$

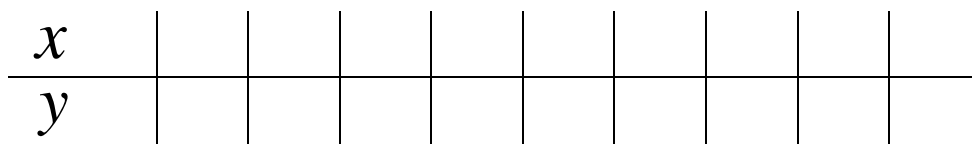


График функции  $y = \sqrt{x+2}$  получается из графика функции

$y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_

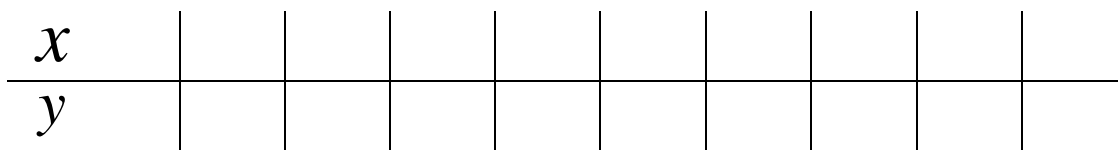
\_\_\_\_\_.

$y = x^2 - 2x + 1$  - квадратичная функция, график – парабола.

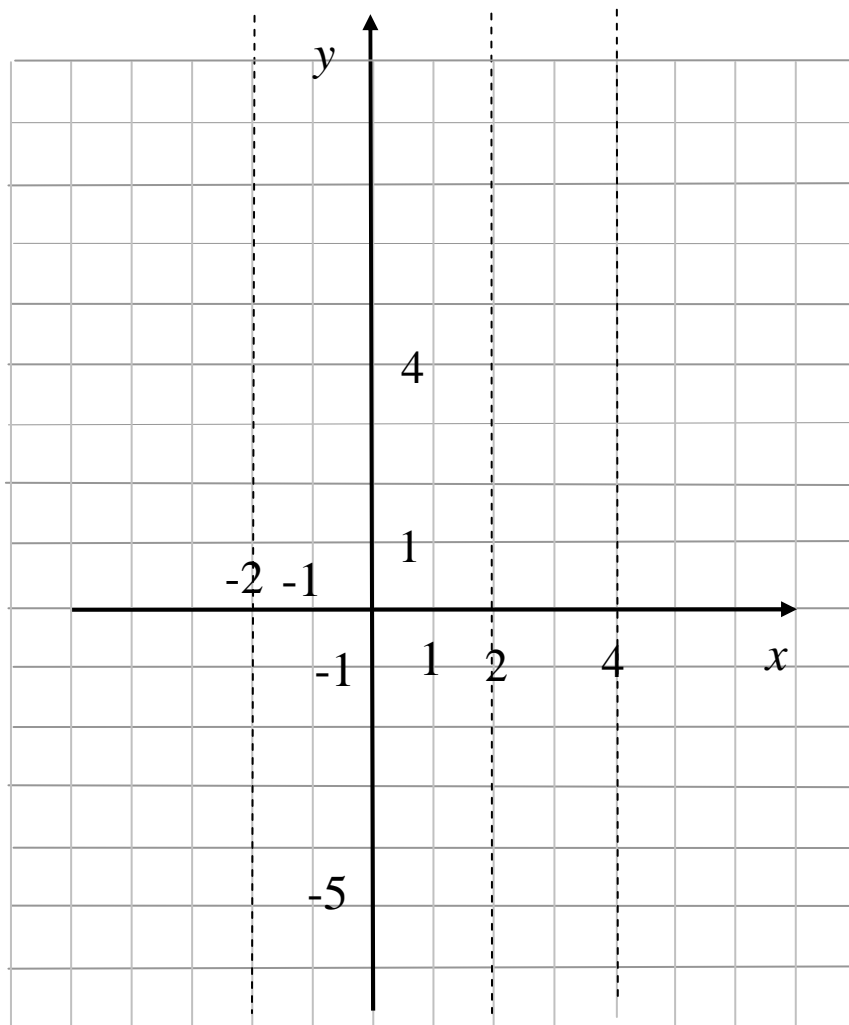
Найдем координаты вершины параболы:

$x_0 =$  \_\_\_\_\_;

$y_0 =$  \_\_\_\_\_.

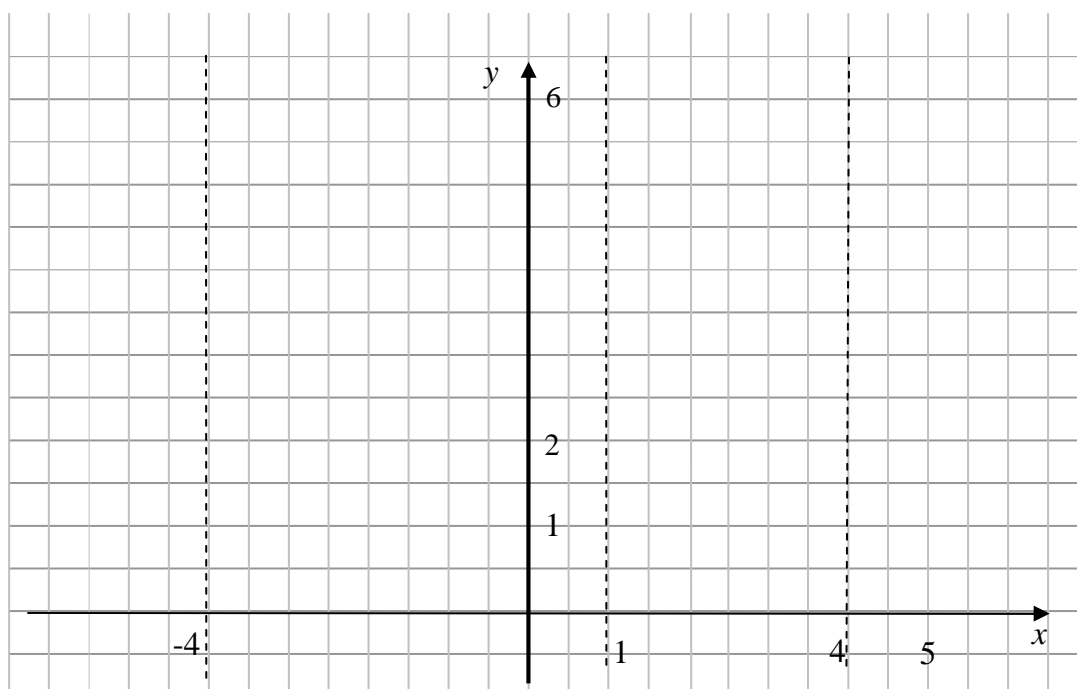




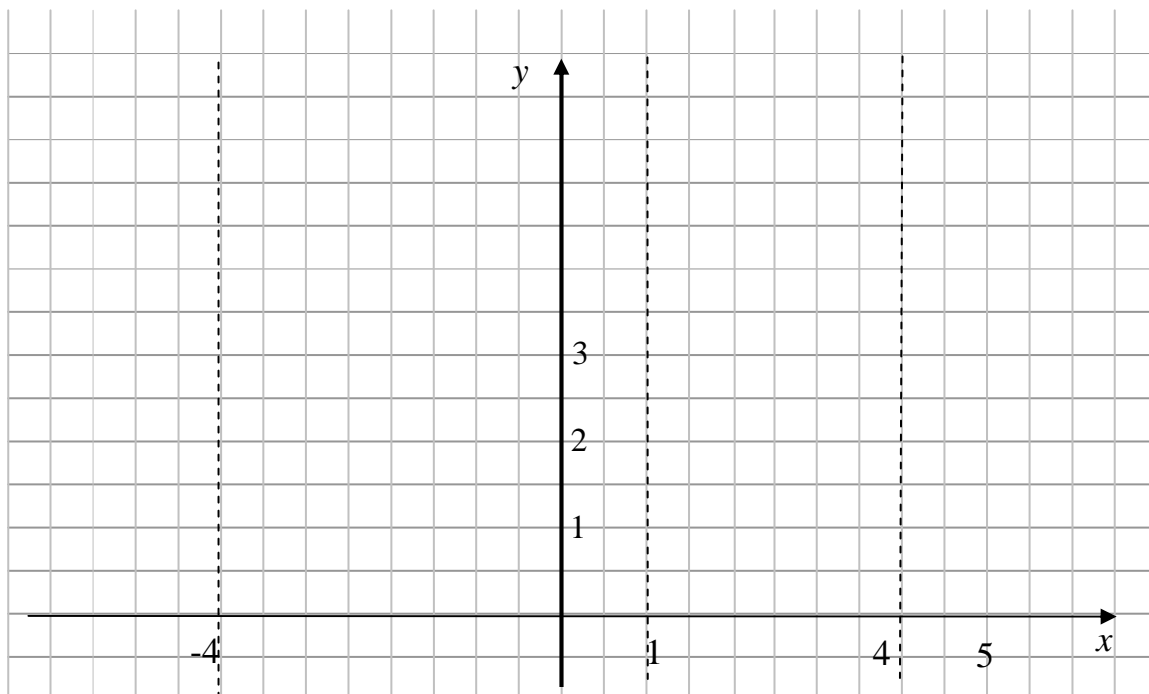


19. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} |x| + 2, & \text{если } -4 \leq x < 1, \\ \sqrt{x}, & \text{если } 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$$



$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} |x+2|, & \text{если } -4 \leq x \leq 1, \\ \sqrt{x}, & \text{если } 1 < x \leq 4. \end{cases}$$



Используя графики, заполните таблицу:

	<b>а)</b>	<b>б)</b>
Область определения		
Значения $x$ , при которых $f(x) = 0$		
Значения $x$ , при которых $f(x) > 0$		
Значения $x$ , при которых $f(x) < 0$		
Промежутки возрастания		
Промежутки убывания		

20. Постройте график функции  $f(x) = x|x| + 1$ .

**Решение.**

$$f(x) = x|x| + 1.$$

Используя определение модуля числа, перепишем заданную функцию в виде

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если } x \geq 0, \\ -x^2 + 1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

График функции  $y = x^2 + 1$  получается из графика функции

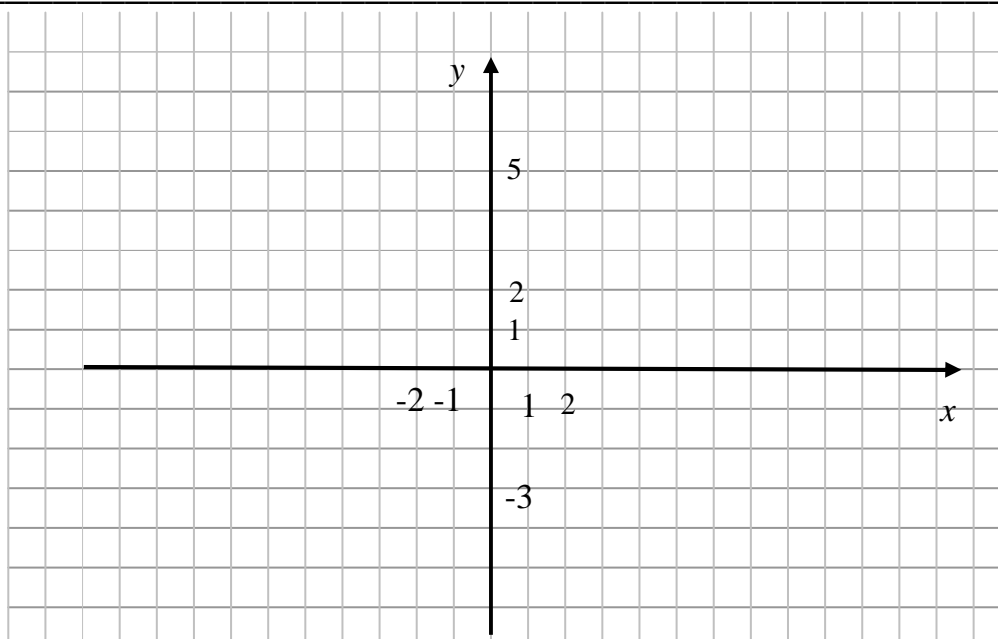
$y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

График функции  $y = -x^2 + 1$  получается из графика функции

$y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.



21. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где:

а)  $f(x) = -x|x| + 1$ .

**Решение.**

$$f(x) = -x|x| + 1.$$

---

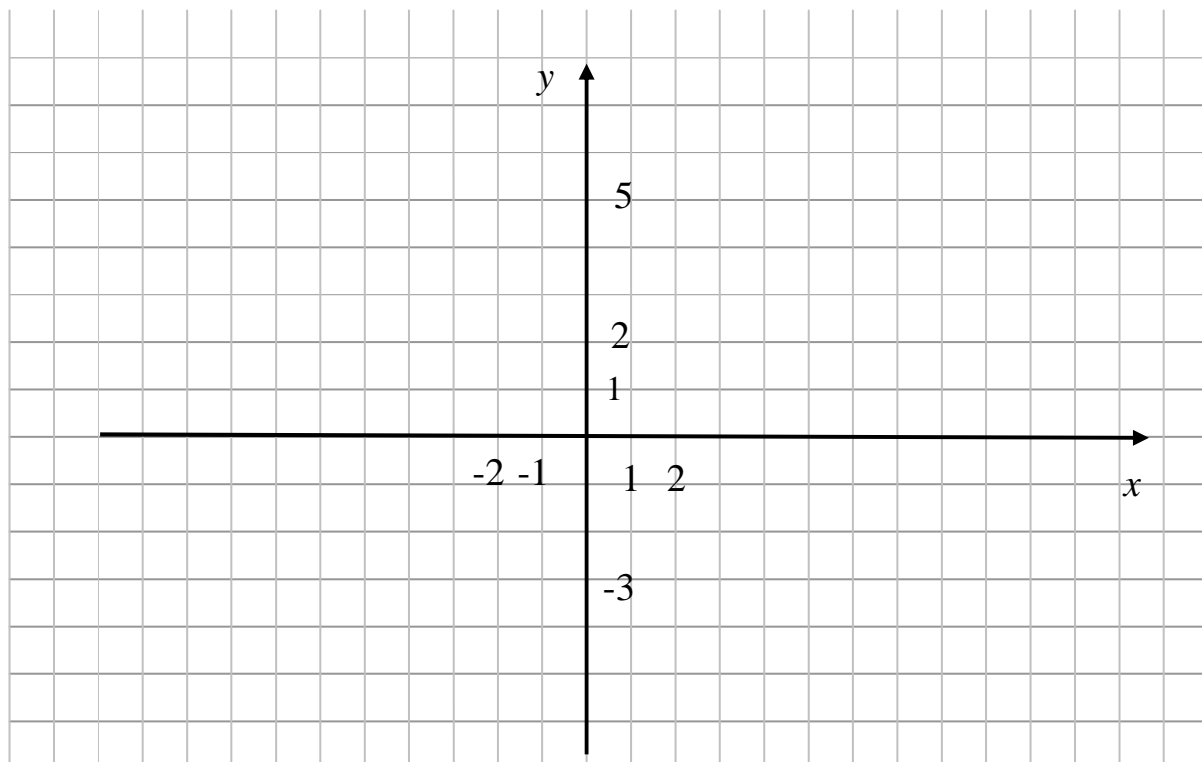


---



---

$$f(x) = \begin{cases} \text{_____}, & \text{если } \text{_____}, \\ \text{_____}, & \text{если } \text{_____}. \end{cases}$$

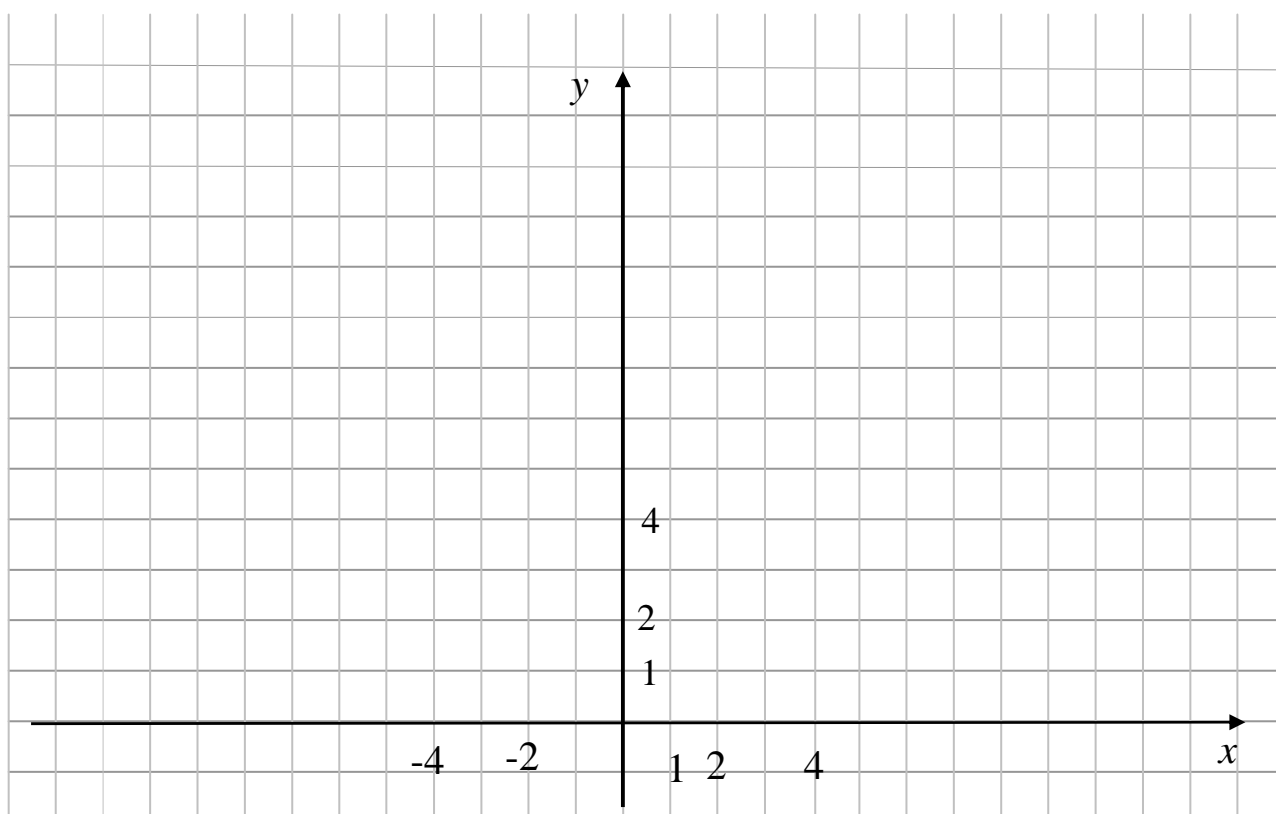


б)  $f(x) = \frac{2}{|x|}$ .

**Решение.**

$$f(x) = \frac{2}{|x|}.$$

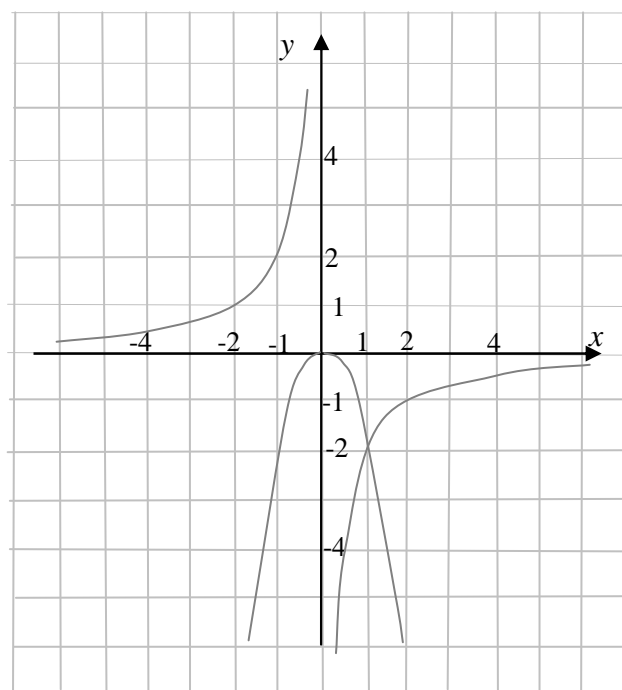
$$f(x) = \begin{cases} \text{_____}, & \text{если } x > 0, \\ \text{_____}, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$



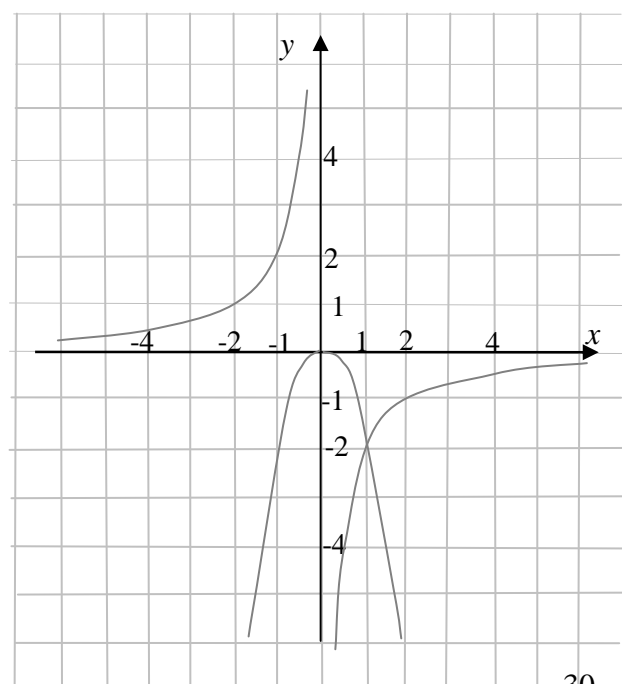
### Задачи для самостоятельного решения.

1. На координатной плоскости построены графики функций  $y = \frac{2}{x}$  и  $y = -2x^2$ . Выделите ту часть этих графиков, которая является графическим изображением кусочно-заданной функции  $y = f(x)$ , где:

а) 
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x}, & \text{если } x > 0, \\ -2x^2, & \text{если } x \leq 0. \end{cases}$$

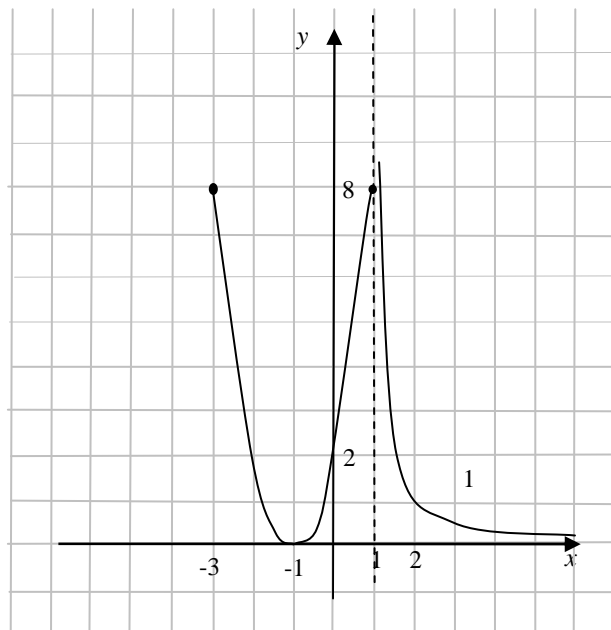


б) 
$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ -2x^2, & \text{если } x > -1. \end{cases}$$

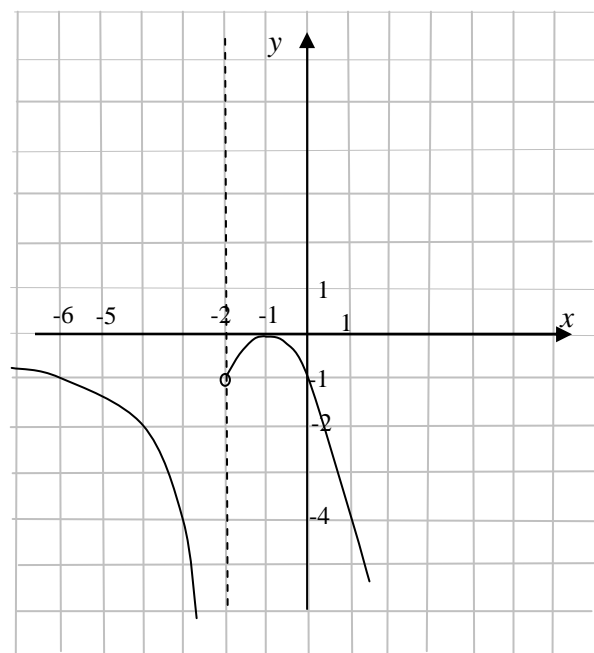


2. Функция  $y = f(x)$  задана графически. Заполните пропуски в аналитической записи функции  $y = f(x)$ , если:

а)  $f(x) = \begin{cases} (x...1)^2, \text{ если } \underline{\hspace{2cm}}, \\ \frac{1}{\dots}, \text{ если } \underline{\hspace{2cm}}. \end{cases}$



б)  $f(x) = \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}}, \text{ если } x < -2, \\ \underline{\hspace{2cm}}, \text{ если } x > -2. \end{cases}$



3. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -\frac{3}{x+3}, & \text{если } -3 < x < 0, \\ (x-2)^2, & \text{если } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

**Решение.**

---

---

---

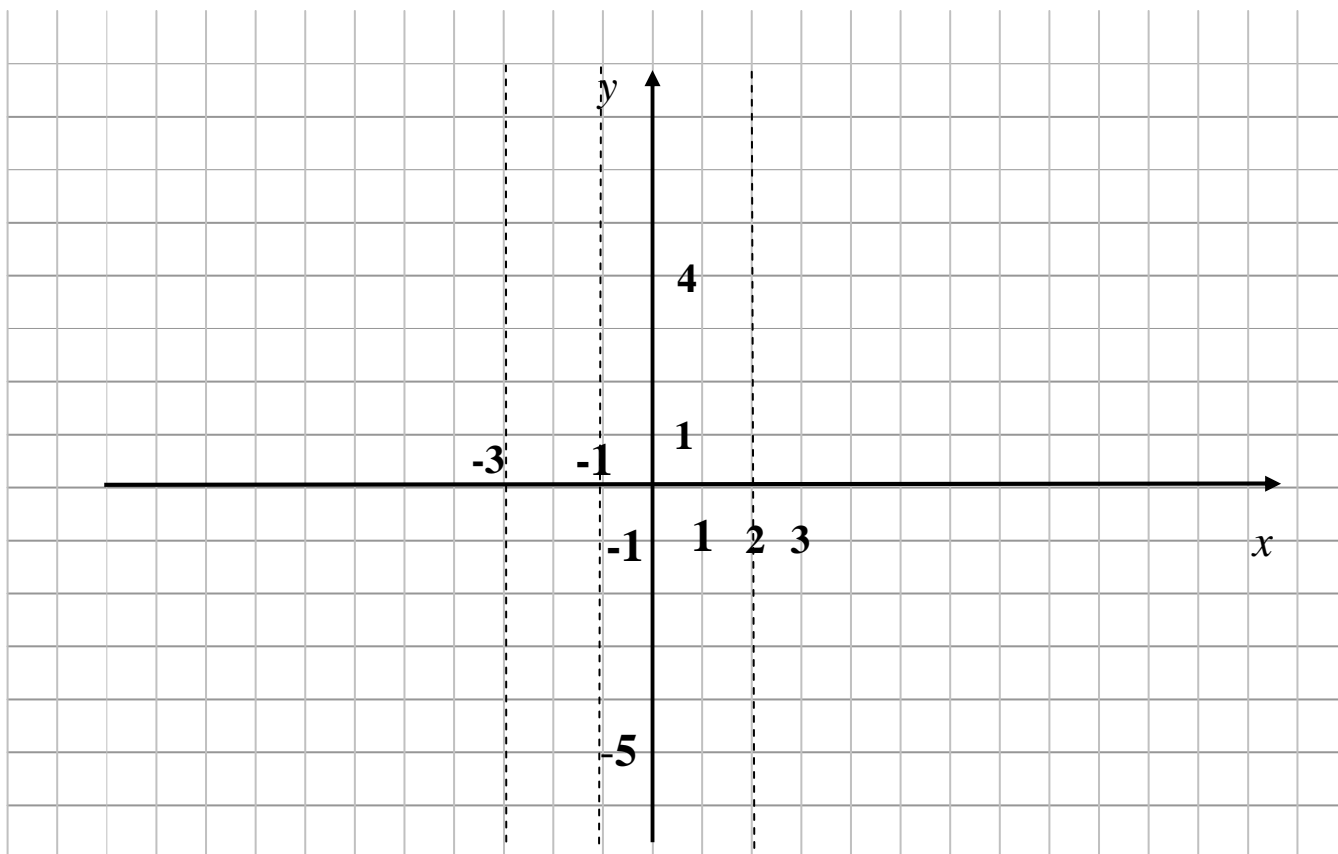
---

---

---

---

---





$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} 2(x+2)^2, & \text{если } -3 \leq x \leq -1, \\ -0,5(x-1)^2, & \text{если } -1 < x < 3. \end{cases}$$

**Решение.**

---

---

---

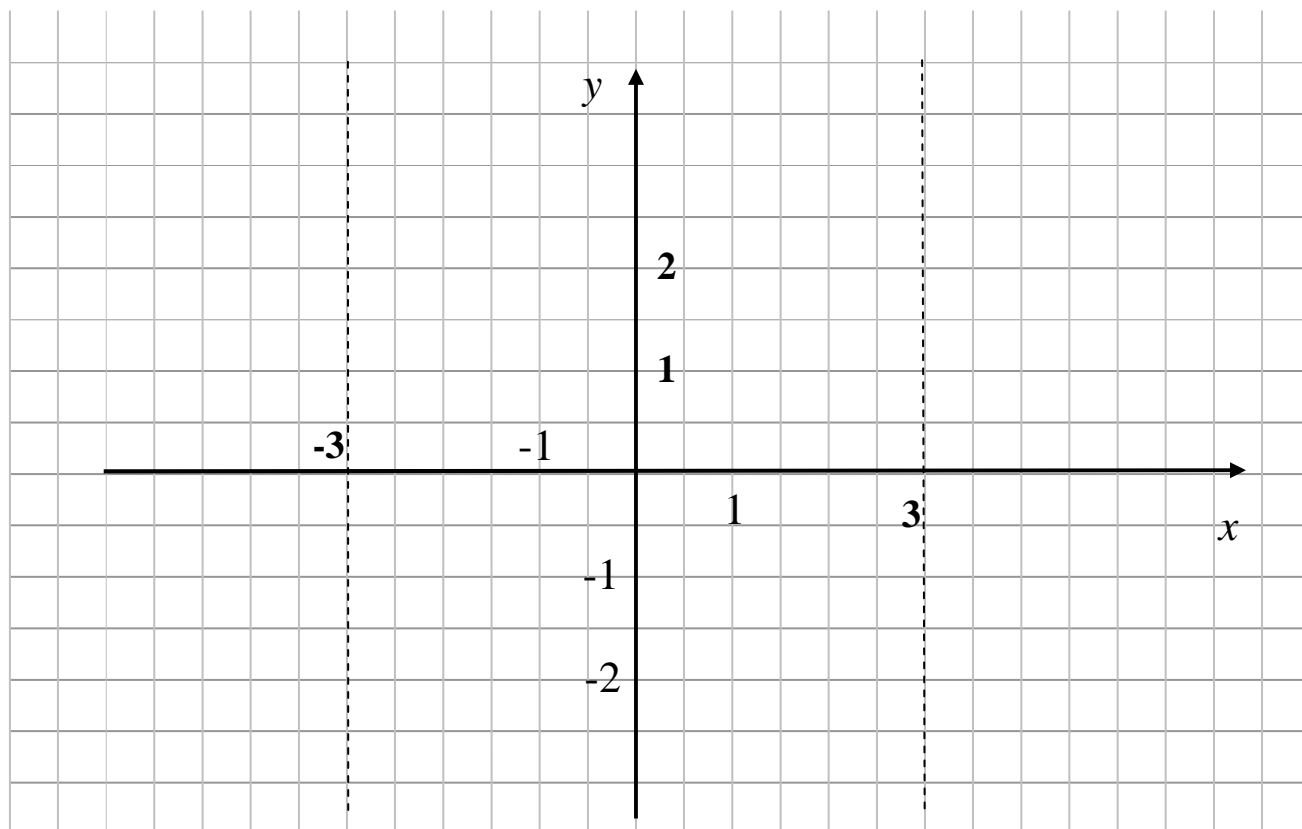
---

---

---

---

---



4. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -\frac{4}{x+1} - 1, & \text{если } x < -1, \\ -x + 2, & \text{если } -1 \leq x < 2, \\ 2(x-3)^2 - 2, & \text{если } 2 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

**Решение.**

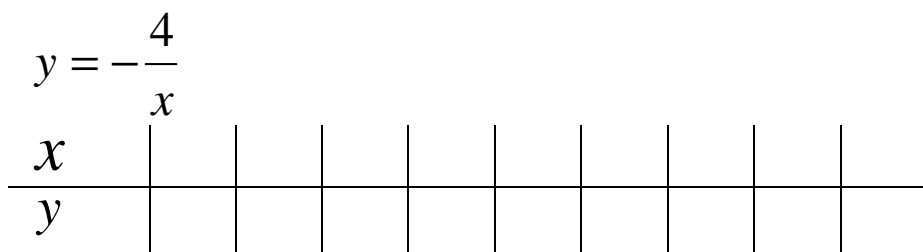


График функции  $y = -\frac{4}{x+1} - 1$  получается из графика функции

$y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

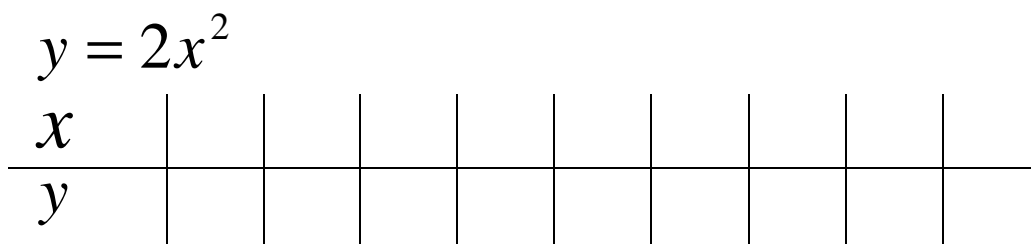
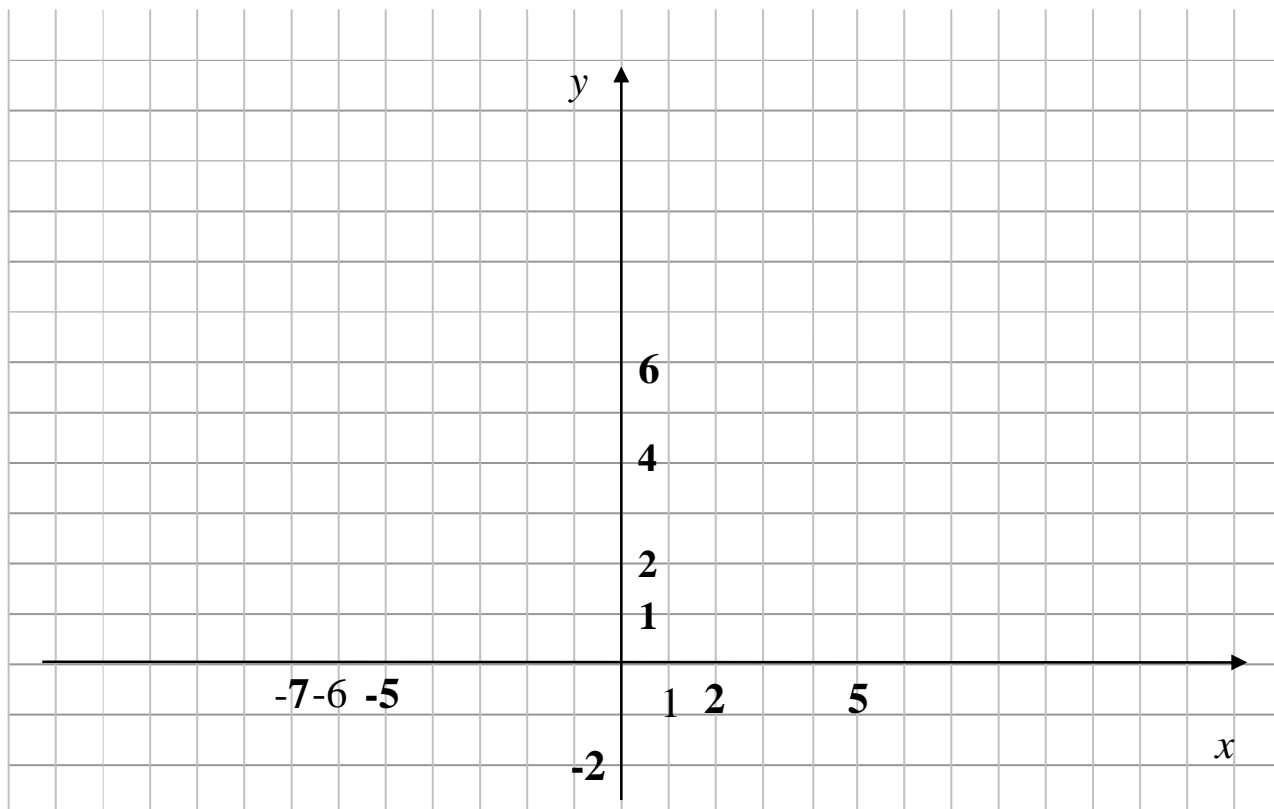


График функции  $y = 2(x-3)^2 - 2$  получается из графика

функции  $y =$  \_\_\_\_\_ путем \_\_\_\_\_



Используя график функции  $y = f(x)$ , укажите:

область определения \_\_\_\_\_;

промежутки возрастания \_\_\_\_\_;

промежутки убывания \_\_\_\_\_.

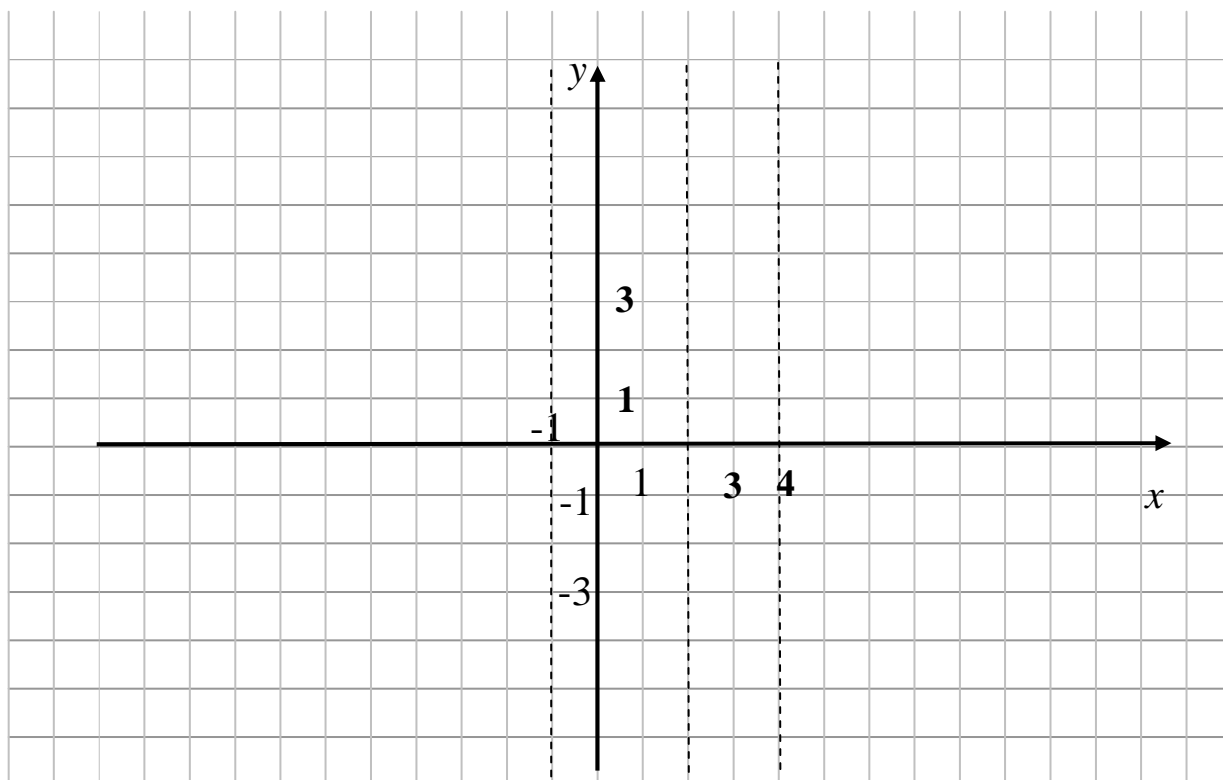
Является ли функция  $y = f(x)$  непрерывной на:

области определения \_\_\_\_\_;

на промежутке  $(-\infty; -1)$  \_\_\_\_\_;

на отрезке  $[-1; 5]$  \_\_\_\_\_?





б) Используя график функции  $y = f(x)$ , укажите:

область определения \_\_\_\_\_;

значения переменной  $x$ , при которых:

$y = 0$  \_\_\_\_\_;

$y > 0$  \_\_\_\_\_;

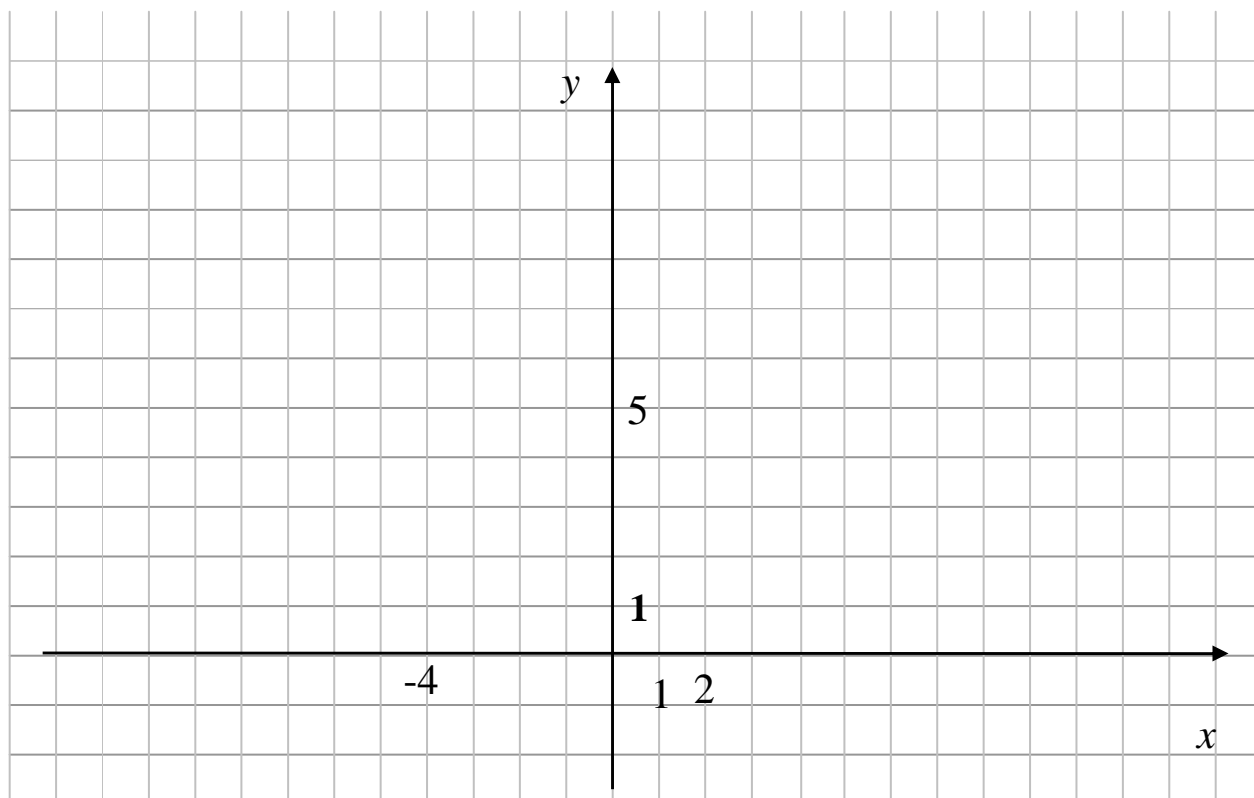
наибольшее и наименьшее значения функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[0;4]$

\_\_\_\_\_;

\_\_\_\_\_.

Определите, является ли функция  $y = f(x)$  непрерывной на





б) Используя график функции  $y = f(x)$ , укажите:

область определения \_\_\_\_\_;

промежутки возрастания \_\_\_\_\_;

промежутки убывания \_\_\_\_\_;

наибольшее и наименьшее значения на

отрезке  $[-2;0]$  \_\_\_\_\_;

отрезке  $[0;2]$  \_\_\_\_\_;

отрезке  $[-2;2]$  \_\_\_\_\_.

7. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} -\frac{4}{x-3} + 2, & \text{если } x < 3, \\ \sqrt{x-2}, & \text{если } 3 \leq x \leq 6. \end{cases}$$

## Решение.

---

---

---

---

---

---

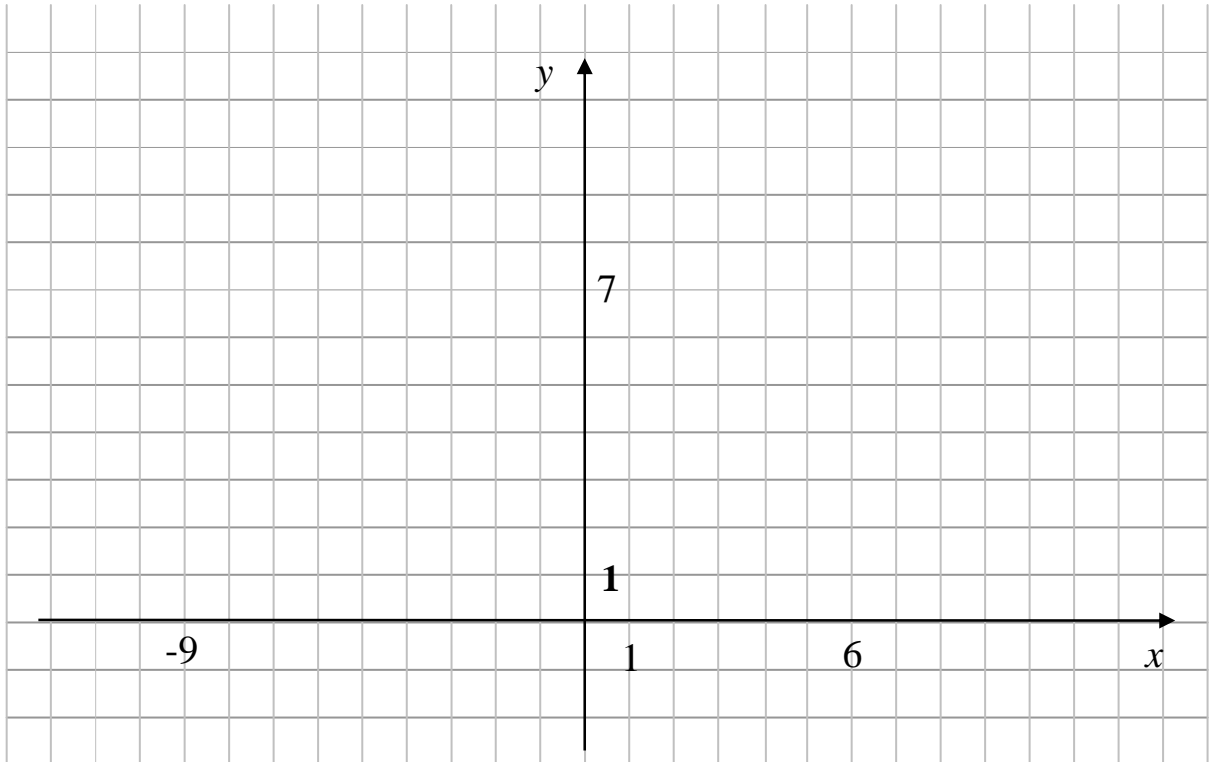
---

---

---

---

---





$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x < 1, \\ \sqrt{x}, & \text{если } 1 \leq x < 4, \\ (x-4)^2 + 2, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

**Решение.**

---

---

---

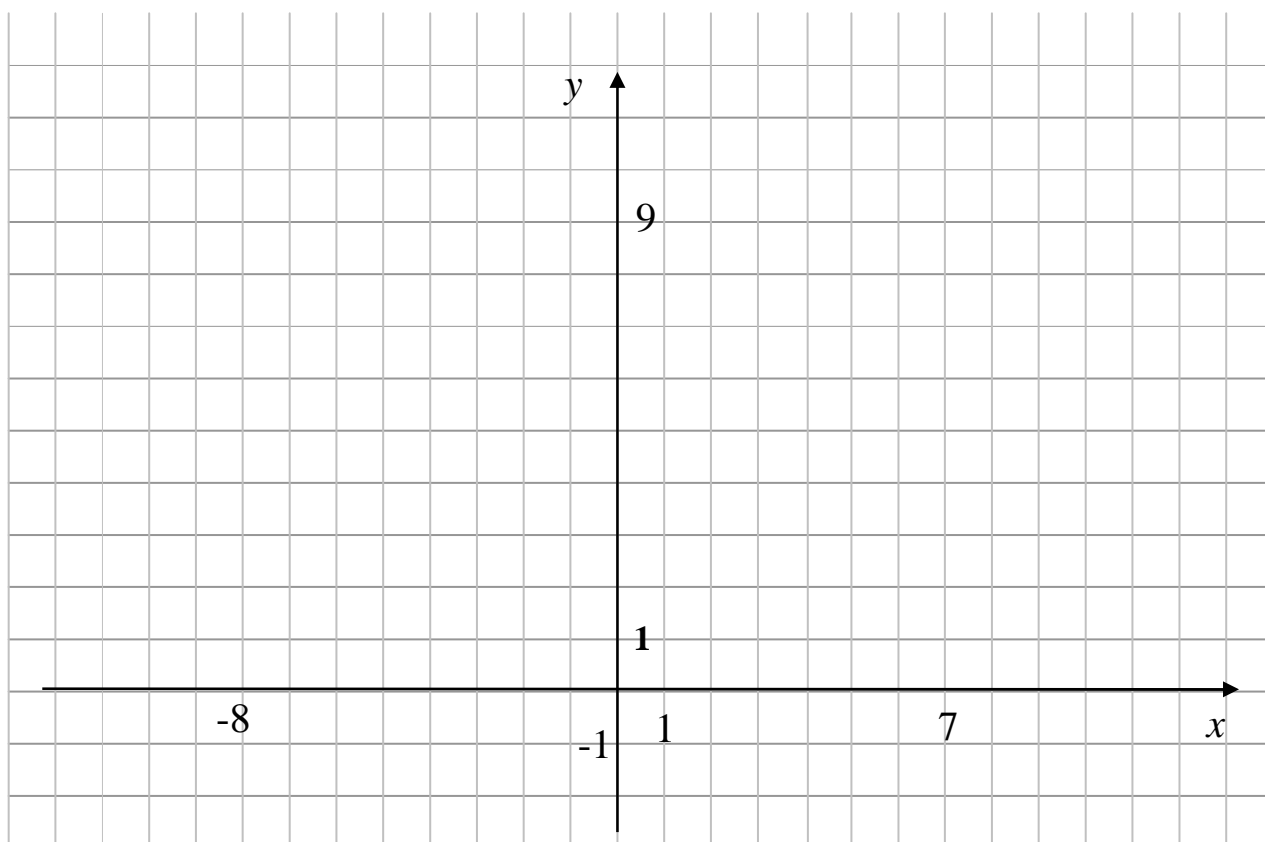
---

---

---

---

---



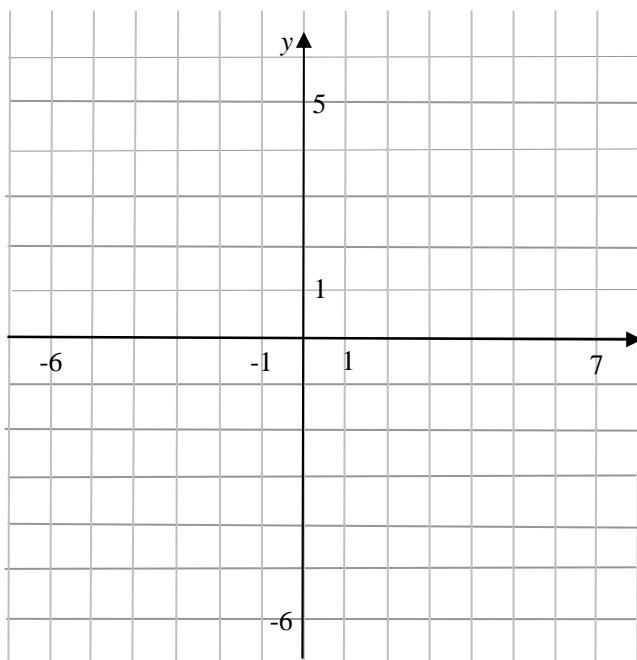
8. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} |x-2|+1, & \text{если } -1 \leq x \leq 4, \\ -\frac{4}{x-4}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

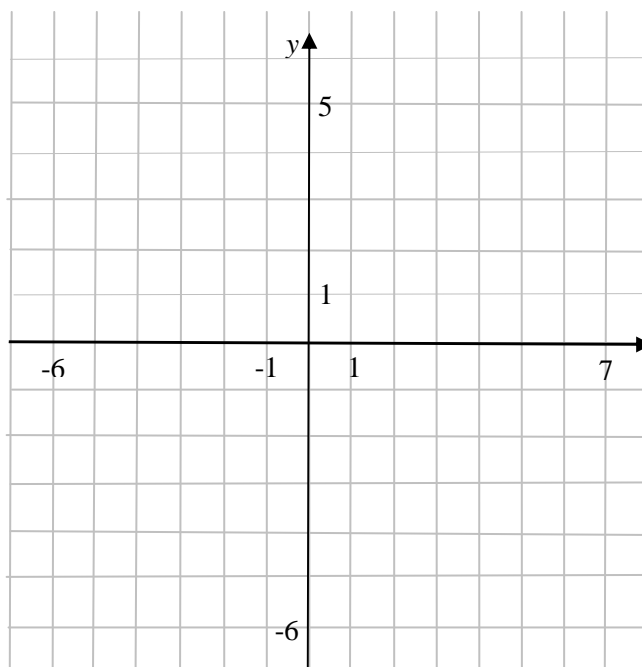
$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} |x-2|+1, & \text{если } x > 4, \\ -\frac{4}{x-4}, & \text{если } -1 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

**Решение.**

а)



б)



Используя графики, заполните таблицу:

	а)	б)
Область определения		
Значения $x$ , при которых $f(x) = 0$		
Значения $x$ , при которых $f(x) > 0$		
Значения $x$ , при которых $f(x) < 0$		
Промежутки возрастания		
Промежутки убывания		





$$\text{в) } f(x) = \frac{x}{|x|} (x^2 + 2).$$

**Решение.**

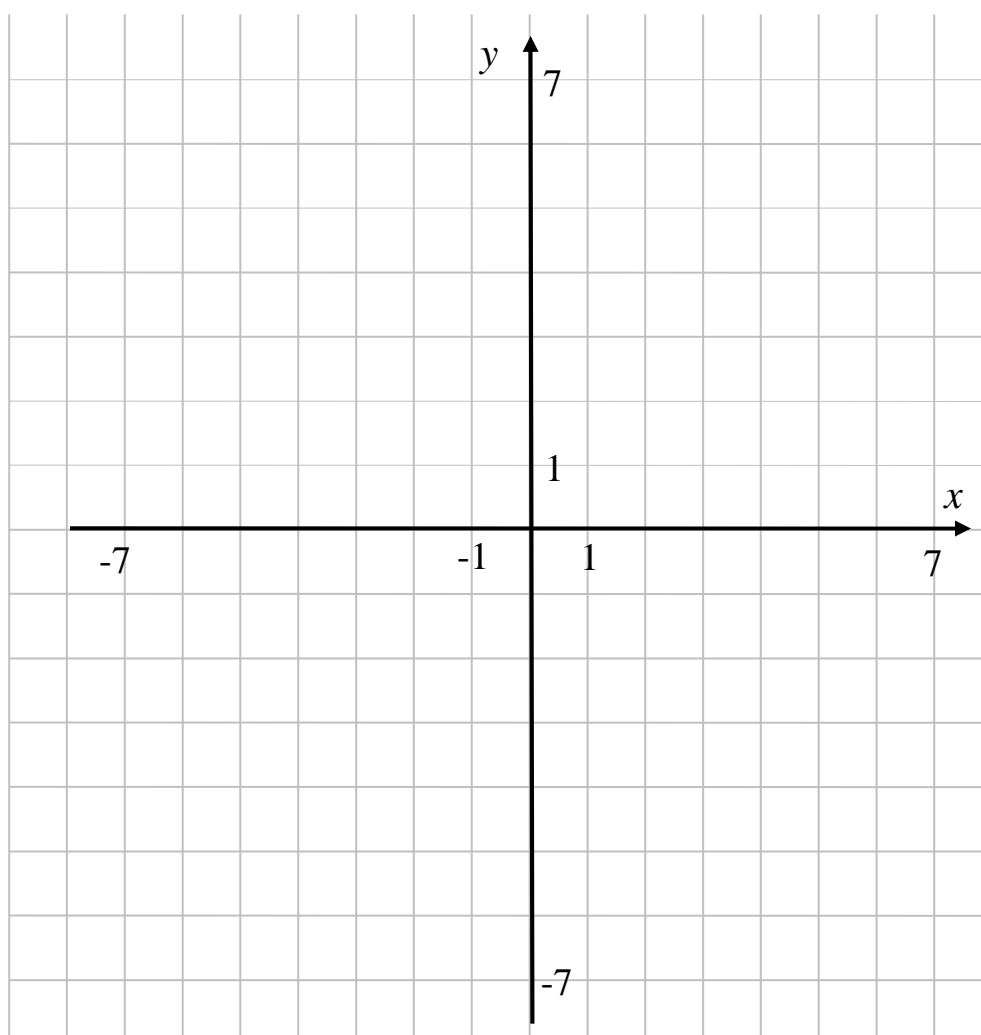
---

---

---

---

---



$$\Gamma) f(x) = \frac{|2-x|}{x-2}(x^2-3).$$

**Решение.**

---

---

---

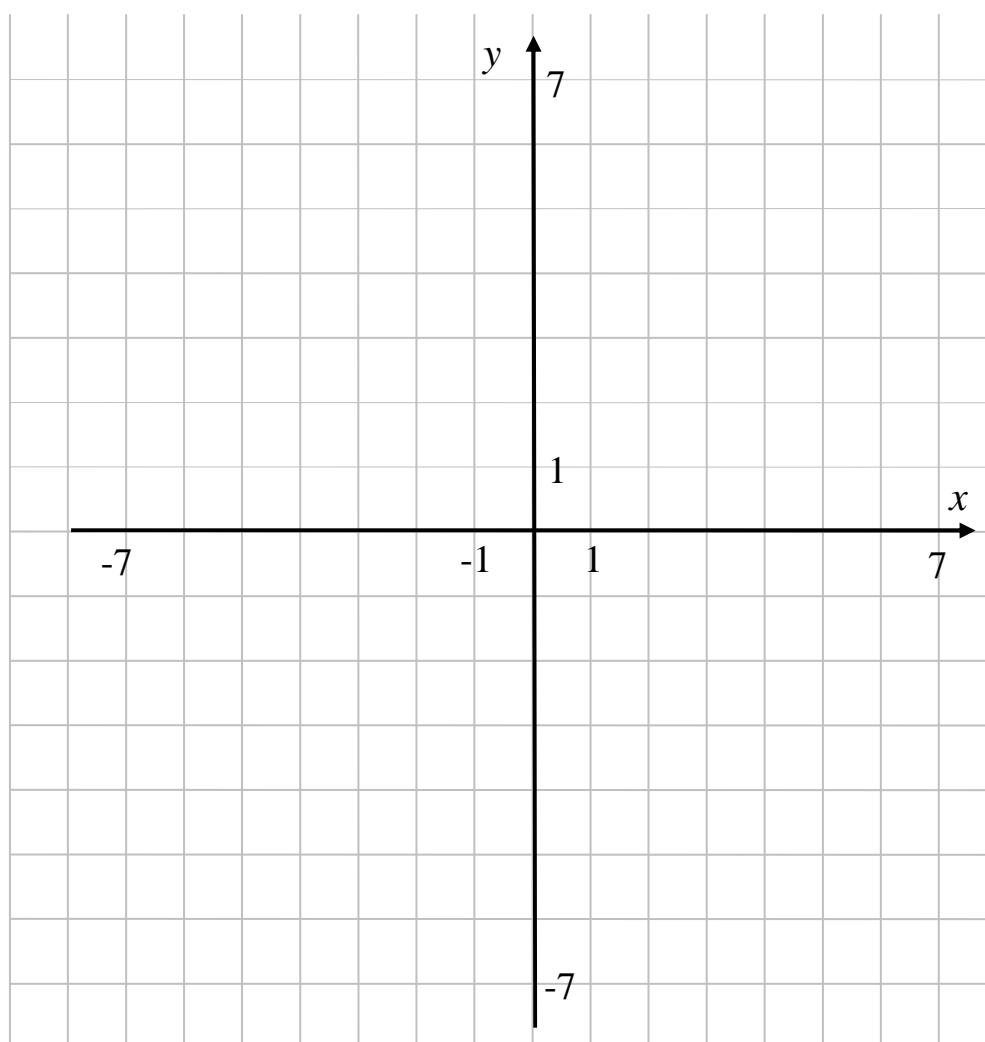
---

---

---

---

---



Авторская разработка к учебнику А.Г. Мордковича «Алгебра  
8».