|  |
| --- |
| МОУ «Средняя общеобразовательная школа №22 с УИОП» |
| Разработка урока «Решение комбинированных уравнений», 11 класс |
| Учитель математики Куликова Н.В. |
|  |

Тема урока. Решение комбинированных уравнений.

Цель урока. Рассмотрение различных способов решения комбинированных уравнений комбинированных уравнений.

План урока: 1.Повторение схемы решения любого апаыпыпывывпыпвыпывпывпуравнения.

 2. Решение уравнений.

 3. Итог.

Форма работы: Групповая.

Ход урока: 1. В начале урока необходимо вместе с учащимися вспомнить определение равносильных уравнений (два уравнения с одной переменной f(x)=g(x) и p(x) = h(x) называются равносильными, если множества их корней совпадают).

Пример 1. – Уравнение x2 – 4 = 0 имеет корни 2 и -2;

- Уравнение (х+2)(2х-4)=0 имеет корни 2 и -2;

- Вывод: уравнения x2 – 4 = 0 и (х+2)(2х-4)=0 равносильны.

Пример 2. – Уравнения x2+1=0 и $\sqrt{x}$=-1 равносильны, поскольку оба эти уравнения не имеют решений.

Затем необходимо напомнить учащимся схему решения любого уравнения.

I этап – технический.

Исходное уравнение шаг за шагом преобразуют в более простое и находят его корни.

II этап – аналитический.

На этом этапе, анализируя проведенные преобразования, отвечают на следующие вопросы:

а) все ли преобразования при переходе от одного уравнения к другому были равносильными?

б) не появились ли при этих преобразованиях посторонние корни?

в) не произошла ли потеря корней в результате проведенных преобразований.

Основные причины потери корней при решении уравнений:

1. деление обеих частей уравнения на одно и тоже выражение, содержащее неизвестную величину (кроме тех случаев, когда точно известно, что всюду в области определения уравнения выполняется условие неравенства нулю данного выражения);
2. сужение ОДЗ в процессе решения уравнений;
3. присутствие в одной или обеих частях уравнения выражений, содержащих неизвестную величину, которые являются немонотонными функциями.

Основные причины появления посторонних корней при решении уравнений:

1. умножение обеих частей уравнения на выражение, которое при определенных значениях переменной величины может принимать нулевое значение;
2. расширение ОДЗ в процессе решения уравнений;
3. возведение обеих частей уравнения в четную степень.

III этап – проверка.

Если анализ, проведенный на втором этапе, показывает, что некоторые преобразования могли привести к появлению посторонних корней (т.е. был осуществлен переход к уравнению – следствию), то необходима проверка всех найденных корней их подстановкой в исходное уравнение. Если проверка корней с помощью их подстановки в исходное уравнение сопряжена со значительными вычислительными трудностями, то её, как правило, можно заменить проверкой по области допустимых значений (ОДЗ) заданного уравнения.

 2. Решение уравнений.

Сформированные группы в составе 3-4 человек решают заданное уравнение на местах. Кроме этого, один представитель группы решает данное уравнение на обратной стороне доски. После решения уравнения происходит проверка данного решения всем составом класса с одновременным обсуждением возникающих вопросов и поиском ответов на них.

Решить уравнения:

1. $\sqrt{10}\cos(x= \sqrt{4\cos(x-\cos(2x))})$
2. $log\_{2}\left(3sinx\right)-log\_{2}cos x- log\_{2}\left(1-tgx\right)+log\_{2}\left(1+tgx\right)=1$
3. $4^{x}- \left(7-x\right)\*2^{x}+12-4x=0$
4. $log\_{3}\left(8x-x^{2}-7\right)=x^{2}-8x+18$

Решение уравнений.

1.$ \sqrt{10}\cos(x= \sqrt{4\cos(x-\cos(2x))}) $

$$\left\{\begin{array}{c}10 cos^{2}x=4cosx-cos2x,\\cosx\geq 0;\end{array}\right.$$

$$10 cos^{2}x=4cosx-cos2x;$$

$$10 cos^{2}x=4cosx-\left(2cos^{2}x-1\right);$$

$12 cos^{2}x-4cosx-1=0;$

$$ t=cosx,$$

$\left\{\begin{array}{c}t\geq 0,\\\left|t\right|\leq 1\end{array}\right.$=> 0 $\leq $t$ \leq $ 1;

 $12t^{2}-4t-1=0,$

$$ t=\frac{2\pm \sqrt{4^{}+12}}{12},$$

 $t=\frac{2\pm 4}{12}$;

 $t=\frac{1}{2}$,

 $t=-\frac{1}{6}$ – не удовлетворяет условию t$\geq 0$,

Следовательно, $cosx=\frac{1}{2}$,

 $x=\pm \frac{π}{3}$+2πn, n – целое число.

Ответ: $x=\pm \frac{π}{3}$+2πn, n – целое число.

2.$log\_{2}\left(3sinx\right)-log\_{2}cos x- log\_{2}\left(1-tgx\right)+log\_{2}\left(1++tgx\right)=1$

$$log\_{2}\frac{3sinx(1+tgx)}{cosx(1-tgx)}=log\_{2}2;$$

$$ОДЗ: $$

$$sinx>0,$$

$cosx>0,$ или 0 < tgx < 1

$$1-tgx>0,$$

$$1+tgx>0.$$

$$\frac{3tgx(1+tgx)}{1-tgx}=2;$$

$$u=tgx, 0<u<1;$$

$$\frac{3u\left(1+u\right)}{1-u}=2;$$

$$3u^{2}+5u-2=0;$$

$$u=\frac{-5\pm \sqrt{25+24}}{6}=\frac{-5\pm 7}{6};$$

$$u=\frac{1}{3}$$

$$u=-2 не удовлетворяет условию 0<u<1$$

Следовательно, $tgx=\frac{1}{3}$;

 $x=arctg\frac{1}{3}+πn, n-целое число$

Ответ: $x=arctg\frac{1}{3}+πn, n-целое число$.

3. $4^{x}- \left(7-x\right)\*2^{x}+12-4x=0$

$t=2^{x}$, t$>0$

$$t^{2}-\left(7-x\right)t+\left(12-4x\right)=0;$$

$$t\_{1,2}=\frac{(7-x)\pm \sqrt{49-14x+x^{2}-48+16x}}{2}=\frac{(7-x)\pm \sqrt{x^{2}+2x+1}}{2}==\frac{\left(7-x\right)\pm (x+1)}{2}$$

$$t= \frac{7-x+x+1}{2}, $$

$$t=\frac{7-x-x-1}{2};$$

$$t=4,$$

$t=3-x;$

Следовательно: $2^{x}=2$; x=2,

 $2^{x}=3-x$ x=1.

$2^{x}=3-x$.

f(x) = $2^{x} $, D(f) = ($-\infty ;+\infty )$ – монотонно возрастающая функция.

g(x) =3 – x, D(g) = ($-\infty ;+\infty )$ - монотонно убывающая функция.

Области определения f(x) и g(x) совпадают.

Следовательно, данное уравнение не может иметь более одного корня. Корень находится подбором $x=1$.

Ответ : $\left\{1;2\right\}$.

4.$log\_{3}\left(8x-x^{2}-7\right)=x^{2}-8x+18$

$$t=8x-x^{2}-7, t>0,$$

$$log\_{3}t=-t+11.$$

$y=log\_{3}t$ – функция, возрастающая, а $y=-t+11$ – функция, убывающая на общей D(f), следовательно, уравнение $log\_{3}t=-t+11$ может иметь не более одного корня, который находится подбором; t = 9

$$8x- x^{2}-7=9;$$

$$x^{2}-8x+16=0;$$

$$(x-4)^{2}=0;$$

$x=4.$
$$Ответ:x=4.$$

 3. Итог урока.

При подведении итога урока следует акцентировать внимание учащихся на следующем:

1. Подходы к решению комбинированных уравнений могут быть различны;
2. При решении уравнений в некоторых случаях лучше найти ОДЗ, а в некоторых – перейти равносильной системе;
3. При решении уравнений необходимо обращать внимание на отбор корней на промежуточном этапе.
4. Выводы о достижении цели урока. Выставление оценок. Домашнее задание.

В качестве домашнего задания можно предложить для решения следующие уравнения:

1. $log\_{4}\left(2log\_{3}\left(1+log\_{2}\left(1+3log\_{2}x\right)\right)\right)=\frac{1}{2};$
2. $4^{\sqrt{x}+1.5}-40\*2^{\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}}+128=0;$
3. $8-x\*2^{x}+2^{3-x}=x.$