План-конспект урока по теме «Иррациональные уравнения».

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний.

Тема урока: «Иррациональные уравнения».

Цели уроков:

Обобщить и систематизировать материал данной темы.

Формирование умения решать иррациональные уравнения.

Создать условия контроля ( самоконтроля ) усвоения знаний.

Способствовать развитию математической интуиции.

Задачи:

Личностно-смысловые – актуализировть опыт учащихся в решении уравнений.

Развивающие – развивать навыки решения более сложных уравнений.

Формы и методы: обучение на диалоговой основе, проблемно-ситуативной.

Результат:

Знание методов решения иррациональных уравнений и неравенств.

Ход урока:

Тема нашего урока «Иррациональные уравнения». Мы должны повторить способы решения иррациональных уравнений, рассмотреть более сложные уравнения.

1 слайд.

Равносильны ли следующие уравнения?

а)$ \sqrt{x^{2}+2x+1 }$=$ \sqrt{10}$ и x+1 =$ \sqrt{10}$

б) x2-7x = 8 и $\sqrt{4-x^{2}}$(x2 – 7x) = 8$\sqrt{4-x^{2}}$

Равносильны ли следующие неравенства?

а) $\frac{x+5}{x-3}<$0 и (x-3)(x+5)$<0$

б) $\frac{x-8}{(x+7)^{2}}\leq 0$ и (x-8)$\leq 0$

Какое из данных уравнений является следствием другого?

а) x2+2x+$\frac{1}{x+2} $=$ \frac{1}{x+2}$ и x2+2x = 0

б)$ \sqrt{x^{2}-5x-6}$ = 4 и x2 - 5x – 6 = 16

1.а) нет; б) нет;

2.а) да; б) нет;

3.а) (2) следует из (1);

б) уравнения равносильны.

 Ответы:

 Продолжите фразу …

2 слайд .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | При возведении обеих частей уравнения в нечетную степень получается уравнение, |  |
| 2 | При возведении обеих частей уравнения в четную степень ( в том числе и в квадрат ) могут появиться … , поэтому в этом случае … |  |
| 3 | При решении иррациональных уравнений проверка не делается, если используются следующие равносильные преобразования: |  |
| а | Уравнение вида $\sqrt[2k]{f(x)}$=g(x), где k$ϵ$N, равносильно … |  |
| б | Уравнение вида $\sqrt[2k]{f(x)}=\sqrt[2k]{g(x)}$, где k$ϵ$N, равносильно … |  |

 3 слайд.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | При возведении обеих частей уравнения в нечетную степень получается уравнение, | равносильное исходному |
| 2 | При возведении обеих частей уравнения в четную степень ( в том числе и в квадрат ) могут появиться … , поэтому в этом случае … | посторонние корнинеобходима проверка |
| 3 | При решении иррациональных уравнений проверка не делается, если используются следующие равносильные преобразования: |  |
| а | Уравнение вида $\sqrt[2k]{f(x)}$=g(x), где k$ϵ$N, равносильно … | системе g(x)$\geq 0$, f(x)=$g^{2k}$(x). |
| б | Уравнение вида $\sqrt[2k]{f(x)}=\sqrt[2k]{g(x)}$, где k$ϵ$N, равносильно … | системе f(x)=g(x), f(x)$\geq 0 $( можнозаменить g(x)$\geq 0).$ |

1.Решите уравнение$\sqrt{x^{2}-x-1}=\sqrt{2x^{2}-2}.$ ( Самостоятельно с проверкой в классе).

Решите уравнение:$\sqrt{х^{2}-х-1}$ = $\sqrt{2х^{2}-2.}$

Данное уравнение равносильно системе х2 – х – 1 = 2х2 – 2,

 х2 -1 $\geq 0$.

После приведения подобных слагаемых получим уравнение х2 + х – 1=0, откуда

 х1 = $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ и х2 =$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. Проверим, выполняется ли условие х2 -1$\geq 0$.

Для этого запишем уравнение в виде

 4 слайд.

2.Решите уравнение:$\sqrt{x-2}=8-x$.

Учащимся предлагается решить уравнение двумя способами:

переходом к равносильной системе и способом замены переменных. Сделать

вывод о рациональности того или иного способа решения.

5 слайд.

3.Решить уравнение:$\sqrt[3]{2+x}+\sqrt[3]{2-x}=1.$

Решить уравнение:$\sqrt[3]{2+x}+\sqrt[3]{2-x}=1.$

Пусть $\sqrt[3]{2+x}$ = а , $\sqrt[3]{2-x}$ = в, тогда а3 + в3 = 4 и а + в =1.

Решим систему: а2 – ав + в2 = 4, (а + в)2 -3ав = 4, ав = -1,

 а + в = 1 а + в = 1 а + в = 1.

Откуда в = 1 – а.

После подстановки в 1 уравнение: а2 – а – 1 = 0.

Далее получим: а1,2 = $\frac{1\pm \sqrt{5}}{2} $ и $\sqrt[3]{2+x}$ = $\frac{1\pm \sqrt{5}}{2}$.

Возведем обе части последнего уравнения в куб:

8(х + 2) = (1 + $\sqrt{5}$)3 8х + 16 = 1 + 3$\sqrt{5}$ + 15+ 5$\sqrt{5}$ х = $\sqrt{5.}$

Аналогично:

8(х + 2) = (1 - $\sqrt{5}$)3 8х + 16 = 1 - 3$\sqrt{5}$ + 15 - 5$\sqrt{5}$ х = -$ \sqrt{5}$.

 Ответ.$\pm \sqrt{5}$.

Пусть$\sqrt[3]{2+x}$ = a, $\sqrt[3]{2-x }$= b.

 Учитель. Рассмотрим уравнения, которые решаются на основании свойств монотонности функций.

Пример 1.

$\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}=\sqrt{21-x}$.

Решение. ООУ: x+4$\geq 0$,

 x – 4$\geq 0,$ 4$\leq x\leq 21.$

 21-x$\geq 0,$

Заметим, что х=5 – корень.

Действительно. $\sqrt{5+4}$+$\sqrt{5-4}$=$4 и \sqrt{21-5}$=4.

f(x)=$\sqrt{x+4}$+$\sqrt{x-4}$ – возрастающая функция (как сумма двух возрастающих функций),g(x)=$\sqrt{21-x}$ – убывающая функция. Следовательно, уравнение может иметь не более одного корня.

 Ответ.x=5.

Пример 2.

$\sqrt{x+2}$+3$\sqrt{x-1}+\sqrt{3x-2}$+$\sqrt{5x-1}$=10

 x+2$\geq 0$,

ООУ: x-1$\geq 0,$ х$\geq 1.$

 3x-2$\geq 0,$

 5x-1$\geq 0,$

f(x)=$\sqrt{x+4}$+3$\sqrt{x-1}$+$\sqrt{3x-2}$+$\sqrt{5x-1}$ – возрастающая функция (как сумма четырех возрастающих функций).

Следовательно, каждое свое значение (в том числе и 10) она может принимать не более одного раза.

Заметим, что х=2 является корнем уравнения. Действительно: л.ч.$\sqrt{2+2}$+3$\sqrt{2-1}$+$\sqrt{3×2-2}$+$\sqrt{5×2-1}$=2+3+2+3=10.

Таким образом, уравнение имеет единственный корень х=2.

Ответ: х=2.

Самостоятельная работа с проверкой в классе(с помощью интерактивной доски).

1.Три решения одного уравнения:$\sqrt{x}$ +$\sqrt{x+1}$ =3.

2.Найдите и исправьте ошибки в решении уравнения.

 х2 – 4 = 0 х = $\pm $2

Решение. (х2 – 4)$\sqrt{х+1}$=0 $\sqrt{х+1 }$= 0 х = -1.

Ответ:$\pm 2$; -1.

Самостоятельная работа.

Три уровня сложности: 1 уровень – вариант 1-2; 2 уровень – 3-4 варианты и 3 уровень – 5 вариант ( для учащихся, увлеченных математикой ). Уровень сложности выбирают сами учащиеся, учитывая, что 5 вариант – это «5!», а 1-2 – это задания базового уровня. Предварительная проверка по ответам проводится в классе.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № заданий | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Ответы | х = -1; х =3 | х = 1 | х =$\frac{1}{3}$, х = 1,5 | х = 2; х = 1 | х = 1;х = 27 |
| Верно/неверно+/- |  |  |  |  |  |
| Фамилия, имя, класс | Вариант 1. |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № заданий | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Ответы | х =-3; х = 2 | х= - 2 | х = -$ \frac{ 1}{2}$;х = $\frac{2}{3}$ | х = 5; х = 9 | х = - 8;х =27 |
| Верно/неверно+/- |  |  |  |  |  |
| Фамилия, имя, класс | Вариант 2. |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № заданий | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Ответы | х=4 | х = 1-$\sqrt{2}$;х = 2; х = 3 | х = 4,5; х = 3 | х = -1,5;х =0,5  | х = 1 |
| Верно/неверно+/- |  |  |  |  |  |
| Фамилия, имя, класс | Вариант 3. |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № заданий | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Ответы | х =2  | х = -1+$\sqrt{5}$;х = -5; х = -2 | х = -4; х = 2 | х = 7 | х = -2 |
| Верно/неверно+/- |  |  |  |  |  |
| Фамилия, имя, класс | Вариант 4. |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № заданий | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Ответы | х =$\frac{5}{18}$ | $$\left[3;8\right]$$ | х = 1 | х = 3 | a$ϵ\left\{-\frac{37}{4}\right\}∪\left(-9;-3\right)∪\left[3;\infty )\right.$ |
| Верно/неверно+/- |  |  |  |  |  |
| Фамилия, имя, класс | Вариант 5. |

2 вариант.

Решите уравнения.

1.( 9 - х )$\sqrt{2-х}$ = 0

2.х+$\sqrt{2-х}$ = 0

3.$\sqrt{-2х^{2}+5х+3}$ =2х+1

4.$\sqrt{9-х}-\sqrt{х-5}$ =2

5.$\sqrt[3]{х^{2}}- \sqrt[3]{х}-$6=0

1 вариант.

Решите уравнения.

1.(х2-9)$\sqrt{х+1}$= 0

2.$\sqrt{2-х}$ = х

3.$\sqrt{3х^{2}+5х-2 }$=3х - 1

4.$\sqrt{х-2+}\sqrt{11-х}$ = 3

5.$\sqrt[3]{х^{2}}- \sqrt[3]{х}$ +3=0

3 вариант.

Решите уравнения.

1.х - $\sqrt{х+5}$ -1 = 0

2.$\sqrt{х^{2}-5х+6 }$ ($х^{2}-2х-1)=0$

3.2$х^{2}+3х$ -5$\sqrt{2х^{2}+3х+9}$+3=0

4.$\sqrt{\frac{3-х}{2+х}}$+$3\sqrt{\frac{2+х}{3-х}}$=4

5.$\sqrt{3х+6}-\sqrt{6-2х}=1$

4 вариант.

Решите уравнения.

1.х - 3+$\sqrt{2х-3 }$= 0

2.$\sqrt{х^{2}+7х+10}$($х^{2} $+ 2х - 4) = 0

3.$х^{2}$+2х+$\sqrt{х^{2}+2х+8} -12=0 $

4. $\sqrt{\frac{2х+2}{2+х}}-\sqrt{\frac{2+х}{2х+2}}$ =$\frac{7}{12}$

5.$\sqrt{10-3х}- \sqrt{7-х}$ = 1

5 вариант.

Решите уравнения.

1.

$\sqrt{3х-\sqrt{х-\frac{1}{36}}}$=$\frac{1}{\sqrt{3}}$

2.$\sqrt{5+х-4\sqrt{х+1}}$ +$\sqrt{10+х-6\sqrt{х+1}}$ =1

3.$\sqrt{х^{2}-3х+2}+\sqrt{-х^{2}+4х-3}$ = $\sqrt{-х^{2}+3х-2}$

4.$\sqrt[3]{х-2}$ +$\sqrt{х+1}$ = 3

5.При каких а уравнение имеет единственное решение

$\sqrt{х^{2}-4х+3}$=$\sqrt{3х+а}$?

Итоги самостоятельной работы:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 вариант | 2 вариант | 3 вариант | 4 вариант | 5 вариант |
|  |  |  |  |  |
| Верно | Неверно | Верно | Неверно | Верно | Неверно | Верно | Неверно | Верно | Неверно |
| Количество уч. | Количество уч. | Количество уч. | Количество уч. | Количество уч. |
| 5 чел. | 0 чел. | 5 чел. | 0 чел. | 6 чел. | 0 чел. | 6 чел. | 0 чел. | 4 чел. | 2 чел. |
| №1 + |  | + |  | + |  | + |  | + |  |
| №2 + |  | + |  | + |  | + |  | + |  |
| №3 + |  | + |  | + |  | + |  | + |  |
| №4 +  |  | + |  | + |  | + |  | + | - |
| №5 + |  | + |  | + |  | + |  | + | - |

Домашнее эадание: повторить методы решения иррациональных неравенств; индивидуальное задание по вариантам; решить несколькими способами.

Учащиеся справились с самостоятельной работой, дома они перейдут на более высокий уровень, выполняя более сложный вариант, закрепят полученные знания и заполнят таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Знаю, какие уравнения называются иррациональными | Умею решать уравнение вида $\sqrt[2k]{f(x)}$*=**g(x)* | Умею решать уравнение вида$$\sqrt[2k]{f\left(x\right)}=\sqrt[2k]{g(x)}$$ | Умею решать уравнение методом замены переменных | Умею решать уравнение видаf(x)$\sqrt{g\left(x\right)}$$=$0 | Умею решать уравнение вида$$\sqrt{ax+b}+\sqrt{cx+d}$$=e | Умею решать уравнения с параметром |
|  |  |  |  |  |  |  |

Литература.

1.П.В. Чулков «Уравнения и неравенства в школьном курсе математики». - М. Педагогический университет «Первое сентября», 2010 г.

2.Б.Г.Зив, В.А. Гольдич «Дидактические материалы» - С.-Петербург.Петроглиф,2011 г.

3.В.А.Гольдич «Решение уравнений и неравенств» - С.-Петербург.Литера,2004г.