**Олимпиадные задания по математике. 7 класс. Решения.**

1. Найдите все корни уравнения |х - 2008| = 2009.
2. Гонцу надо было пробежать 24 мили. Две трети этого расстояния он бежал со средней скоростью 8 миль в час. Сможет ли он, увеличив скорость, пробежать остаток пути так, чтобы его средняя скорость на всем пути оказалась равной 12 миль в час.
3. Дима взял 2008 одинаковых квадратиков. Он хочет сложить из всех этих квадратиков прямоугольник. Сколько различных прямоугольников он может получить?
4. Четверо купцов заметили, что если они сложатся без первого, то соберут 90 рублей, без второго – 85, без третьего – 80, без четвертого – 75 рублей. Сколько у кого денег?
5. Последовательность чисел строится по следующему закону. На первом месте стоит число 7, далее за каждым числом стоит сумма цифр его квадрата, увеличенная на единицу. Например, на втором месте стоит число 14, так как 72 = 49, а 4 + 9 + 1 = 14. На третьем месте стоит число 17 и так далее. Какое число стоит на 2008-м месте?

**Решения.**

1. Ответ: 4017 и -1.
2. Нет, не может. Для того, чтобы средняя скорость гонца, пробежавшего 24 мили, была равна 12 милям в час, необходимо, чтобы он пробежал этот путь за 2 часа. Но из условия следует, что за два часа гонец пробежал только 16 миль.
3. Ответ: 4.
4. Всего денег у купцов (90 + 85 + 80 + 75) : 3 = 110 рублей. Поэтому у первого 110 – 90 = 20, у второго 110 – 85 = 25, у третьего 110 – 80 = 30, а четвертого 110 – 75 = 35 рублей.
5. Вычислим несколько первых членов данной последовательности: 7; 14; 17; 20; 5; 8;11;5; 8; 11; 5; … Таким образом, начиная с пятого члена последовательности, будет повторяться одна и та же тройка чисел 5, 8, 11. Так как 2008 – 4 = 2004, а 2004 кратно 3, то на 2008-м месте будет стоять число 11.

ве машины едут по трассе скоростью 80 км/ч и с интервалом 10 м. У знака ограничения скорости машины мгновенно снижают скорость до 60 км/ч. С каким интервалом они будут двигаться после знака ограничения?

**Ответ.  7,5 м.**.

**Указание.** Пусть v(м/час) – скорость машин до знака, u (м/час) – скорость машин после знака. Вторая машина проедет знак позже первой на 10/v(час). За это время первая машина проедет 10u/v(метров) =106/8 =7.5 метров. Этот интервал и будет сохраняться после знака.

адача № 1 :

Кассир продал все билеты в первый ряд кинотеатра, причем по ошибке на одно из мест было продано два билета. Сумма номеров мест на всех этих билетах равна 857. На какое место продано два билета?

Ответ : на тридцать седьмое место.

Сколько мест могло быть в первом ряду. Во-первых, их не больше 40, так как сумма натуральных чисел от 1 до 41 равна 861. Во-вторых, их не меньше 40, так как сумма натуральных чисел от 1 до 39 равна 780, и даже после прибавления к ней 39, результат будет меньше 857. Значит в первом ряду ровно 40 мест. Теперь несложно определить, на какое место был продан лишний билет: 1 + … + 40 = 820; 857 – 820 = 37.

Задача № 2 :

Каждый из трёх приятелей либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Им был задан вопрос: «Есть ли хотя бы один лжец среди двух остальных?» Первый ответил: «Нет», второй ответил: «Да». Что ответил третий?

Ответ : «Нет».

Так как первый и второй приятели дали различные ответы, то один из них – лжец, а другой – рыцарь. Кроме того, рыцарь не мог ответить «Нет» на предложенный ему вопрос, так как в этом случае он бы сказал неправду (среди двух оставшихся точно есть лжец). Следовательно, первый – лжец. Он солгал, значит среди двух оставшихся должен быть лжец, и им может быть только третий приятель. Значит третий ответил «Нет».

Задача № 3 :

Существует ли 10-угольник, который можно разрезать на 5 треугольников?

Ответ : существует.

Смотри рисунки :


Задача № 4 :

Вася и Митя играют в «морской бой» на поле размером 8 8 по следующим правилам. Митя расставляет 16 одноклеточных кораблей так, чтобы они не соприкасались (даже углами). Каждым ходом Вася называет одну из клеток поля и, если на этой клетке стоит корабль, то корабль считается уничтоженным. Докажите, что независимо от расстановки кораблей Вася за 4 хода сможет уничтожить хотя бы один корабль.

Разрежем поле для игры на 16 квадратов размером 2 2. Заметим, что в каждом таком квадрате не может стоять более одного корабля (иначе корабли будут соприкасаться). Так как всего кораблей 16, то в каждом квадрате должен стоять корабль. Таким образом, Васе достаточно полностью «расстрелять» один из этих квадратов.

Задача № 5 :

На острове Невезения отменили понедельники: у них за воскресеньем сразу следует вторник. За последний год (то есть, с 15 декабря 2002 года по 14 декабря 2003 года) воскресенья на острове совпадали с нашими воскресеньями ровно восемь раз. Какой день недели на острове сегодня?

Ответ : суббота.

Так как обычная неделя состоит из семи дней, а неделя на острове – из шести, то совпадение воскресений происходит один раз в 6 х 7 = 42 дня. Значит, за 378 дней происходит 9 совпадений. Поскольку 378 – 365 = 13, то девятое совпадение должно произойти в течение ближайших тринадцати дней (с 15 по 27 декабря). Единственное воскресенье в этот период – 21 декабря. Непосредственным подсчетом получаем, что сегодня на острове – суббота.

Задача № 6 :

На каждом километре между селами Марьино и Рощино стоит столб с табличкой, на одной стороне которой написано расстояние до Марьино, на другой – расстояние до Рощино. Останавливаясь у каждого столба, Бобик заметил, что если сложить все цифры, записанные на обеих сторонах таблички, то получится 13. Найдите расстояние между селами.

Ответ : 49 километров.

Расстояние между селами не может быть больше, чем 49 километров, так как тогда на одном из столбов будет написано с одной стороны 49, а с другой – не 0, то есть, сумма цифр будет больше 13. На первых девяти столбах с одной стороны записаны однозначные числа от 1 до 9, поэтому числа, записанные с другой стороны, также должны быть из одного десятка (чтобы суммы цифр были одинаковы). Следовательно, искомое расстояние выражается числом, оканчивающимся на 9. Числа 9, 19, 29 и 39 решениями не являются, так как на первом столбе сумма цифр не будет равна 13. Таким образом, искомое расстояние равно 49 километрам.

Задача № 7 :

По кругу стоят восемь козлов разного роста. Любой из них умеет перепрыгивать через двух соседних козлов против часовой стрелки.
Докажите, что при любом начальном расположении козлов они смогут встать по росту.

На рисунке
показано, каким образом любой козел (черный) сможет допрыгать до любого места, то есть, встать за любым (белым), заранее выбранным. В это время остальные козлы стоят на своих местах. Поэтому, сначала второй по росту козел встанет за самым высоким, после чего за ним встанет следующий по росту, и так далее.
Такая операция возможна потому, что числа 2 и 7 – взаимно простые.