I.Свойства биссектрисы треугольника

 Свойство 1: биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

 B

 D

A C

$\frac{BD}{AB}$=$\frac{DC}{AC}$

 Доказательство:

 Свойство 2: в произвольном треугольнике имеет место зависимость

 $AD^{2}$ = AC\*AB – CD\*DB

 Доказательство:

Задачи на свойства биссектрис в треугольнике:

Задача 1. В треугольнике ABC угол А вдвое больше угла В, а длины сторон, противолежащих этим углам, соответственно равны 12 см и 8 см. найти длину третьей стороны треугольника.

Задача 2. Отрезок BD является биссектрисой треугольника АВС. Найдите DC, если АВ=30, АD=20, BD=16 и$ <$BDC =$ <$С.

Задача 3. Отрезок AD является биссектрисой треугольника АВС. Найдите BD и DC, если АВ=14 см, ВС=20 см, АС=21 см.

Задача 4. Биссектриса треугольника AD треугольника АВС делит сторону ВС на отрезки CD и BD, равные соответственно 4,5 СМ И 13,5 см. Найдите АВ и АС, если периметр треугольника АВС равен 42 см.

Задача 5. В треугольнике MNK вписан ромб MDEF так, что вершины D, E и F лежат соответственно на сторонах MN, NK и MK. Найдите отрезки NE и EK, если MN=7 см, NK=6см, МК=5 см.

 Формула медианы через стороны выводится достроением до параллелограмма и использованием равенства в параллелограмме суммы квадратов сторон и суммы квадратов диагоналей:

, где *mc* — медиана к стороне *c; a, b, c* — стороны треугольника.

Выведение формулы:

Задачи:

Задача 1. В треугольнике АВС проведена медиана AD. Найдите BL,если AL-высота треугольника и АВ=1 см, АС=$ \sqrt{15}$ см, AD=2 см.

Задача 2. В треугольнике MNP проведена медиана MD. Найдите ее длину, если MN=1, MP=$ \sqrt{15}$ и cos$ <$MNP=$ \frac{1}{4}$.

Задача 3.Основание равнобедренного треугольника равно$ \sqrt{32}$, а медиана, проведенная к боковой стороне, равна 5. Найдите длину боковой стороны.

Задача 4. Треугольник АВС- прямоугольный с прямым углом С. Биссектриса BL и медиана СМ пересекаются в точке K. Найдите отношение$ $ $\frac{LK}{BK}$ , если известно, что $\frac{МК}{СК} $ =$ \frac{5}{6}$.

Для треугольника АВС его стороны АВ=5, ВС=8,5, АС=10,5. Найдите расстояние от центра описанной окружности до стороны АС.

Дан равнобедренный треугольник АВС со сторонами АВ=5, АС=5, ВС=8. В треугольник АВС вписана окружность с центром в точке О. Найдите радиус окружности, вписанной в угол А и проходящей через центр О.

Медиана ВМ треугольника АВС равна его высоте АН. Найдите угол МВС.

В параллелограмме ABCD биссектрисы углов при стороне AD делят сторону ВС точками M и N так, что BM : MN=3:5. Найдите ВС, если АВ=12.

Дан треугольник с периметром 30. В этот треугольник вписана окружность. К окружности проведена касательная параллельно основанию треугольника. Отрезок касательной, образованный точками пересечения этой касательной с боковыми сторонами треугольника, равен 3,6. Найдите основание треугольника.

Дана окружность Р с центром в точке О радиуса 5. Луч, выходящий из центра О пересекает эту окружность в точке Р. На этом луче выбирается точка А на расстоянии 3 от окружности Р. Найдите радиус окружности , которая касается луча ОА в точке А и окружности Р.

Основание равнобедренного треугольника равно 18 мм, а биссектриса длит боковую сторону на отрезки, из которых прилежащий к основанию равен 12 мм. Найдите периметр треугольника.

В прямоугольном треугольнике АВС ( угол С- прямой) АВ=20 см, АС=16 см, АК- биссектриса. Найдите ВС, ВК, КС.

Биссектриса острого угла в прямоугольном треугольнике делит противолежащий катет на части, которые относятся, как 2:$\sqrt{3}$. Найти этот острый угол.

В треугольнике АВС проведены биссектрисы АD угла ВАС и CF угла АВС ( точка D лежит на стороне ВС, а точка F- на стороне АВ). Найти отношение площадей треугольников АВС и AFD, если известно, что АВ=21, АС=28, ВС=20.

Найти биссектрисы острых углов прямоугольного треугольника с катетами 24 см и 18 см.

В треугольнике АВС даны стороны ВС= a, АС= b и АВ= с. Найти отношение, в котором точка пересечения биссектрис делит биссектрису угла В.

В прямоугольном треугольнике АВС биссектриса ВЕ прямого угла В делится центром вписанной окружности в отношении ВО: ОЕ =$\sqrt{3}$:$\sqrt{2.}$ Найти острые углы треугольника.

Биссектриса угла N треугольника MNP делит сторону MP на отрезки, длины которых равны 28 и 12. Определить периметр треугольника MNP, если MN- NP = 18.

Построить треугольник так, чтобы прямые а, b и с, пересекающиеся в одной точке, были его биссектрисами.

Центр окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, находится на расстоянии 2$\sqrt{5}$ и 2$\sqrt{10}$ см от концов гипотенузы. Найти катеты этого треугольника.

В треугольнике АВС биссектрисы углов В и С пересекаются в точке Е. Площадь круга, описанного около треугольника ВСЕ, равна q. Найти площадь круга, описанного около треугольника АВС, если сторона ВС равна d.

В равнобедренном треугольнике АВС ( АВ=ВС) сторона АС видна из центра вписанной окружности под углом x. Найти площадь треугольника, если расстояние от центра вписанной окружности до вершины В равно d.