**Арифметическая прогрессия**

Прогрессия – это определенная последовательность чисел.   
Последовательность обозначается так: (an)

Числа, образующие последовательность, называют членами последовательности.

Члены последовательности обычно обозначают буквами с индексами, указывающими порядковый номер члена (a1, a2, a3 и т.д.- читается так: «*а* первое», «*а* второе», «*а* третье» и т.д.).

Последовательность может быть бесконечной или конечной.

**Понятие арифметической прогрессии.**

|  |
| --- |
| **Арифметическая прогрессия –** это такая последовательность чисел, которая получается в результате сложения каждого последующего члена с одним и тем же числом. |

Пример:

Возьмем последовательность чисел 3; 10; 17; 24; 31.  
Здесь каждое последующее число на 7 больше предыдущего. То есть последовательность получилась в результате прибавления одного и того же числа 7 к каждому последующему члену. Это и есть арифметическая прогрессия:

**3**+7=**10**

10+7=**17**

17+7=**24**

24+7=**31**

**Формула арифметической прогрессии.**

|  |
| --- |
| Любая арифметическая прогрессия может быть задана формулой:  *an = kn + b*,  где *k* и *b* – некоторые числа.  И наоборот: если последовательность задана подобной формулой, то эта последовательность точно является арифметической прогрессией. |

Пример: формула  *an* =8*n* –2 является формулой арифметической прогрессии, так как она задана формулой типа *an = kn + b*. В ней *k* = 8, *b* = –2.

**Разность арифметической прогрессии.**

|  |
| --- |
| **Разность арифметической прогрессии –** это разность между последующим и предыдущим членами прогрессии. Ее обычно обозначают буквой *d*. |

Пример:  
Вернемся к нашей прогрессии 3; 10; 17; 24; 31. В ней разность между второй и первой, третьей и второй и т.д. членами равна 7.

Число 7 и является разностью данной арифметической прогрессии.

**Свойства арифметической прогрессии.**

|  |
| --- |
| 1) Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому предыдущего и последующего членов.  2) Верно и обратное утверждение: если в последовательности чисел каждый член, начиная со второго, равен среднему арифметическому предыдущего и последующего членов, то эта последовательность является арифметической прогрессией. |

В нашем примере второй член равен средней арифметической первого и третьего членов:

Точно так же третий член равен среднему арифметическому второго и четвертого членов и т.д.

**Как найти определенный член арифметической прогрессии.**

|  |
| --- |
| Чтобы найти *n*-й член арифметической прогрессии, следует применить формулу:  *an* = *a*1 + *d*(*n* – 1) |

Пример:

Возьмем некую арифметическую прогрессию, в которой первый член равен 3, а разность арифметической прогрессии составляет 4. Надо найти 45-й член этой прогрессии.

Дано:  
*b1* = 3  
*d* = 4  
*n* = 45  
---------  
*b*45 - ?

Решение.

Применим формулу *bn* = *b*1 + *d*(*n* – 1):

*b*45 = 3 + 4(45 – 1) = 3 + 4 · 44 = 3 + 176 = 179.

Ответ: 45-й член заданной арифметической прогрессии – число 179.

**Как найти сумму первых *n* членов арифметической прогрессии.**

|  |
| --- |
| Сумму любого количества первых членов арифметической прогрессии можно найти с помощью формулы:  Если заданы первый член и разность арифметической прогрессии, то удобно пользоваться другой формулой: |

Пример 1: Найдем сумму первых ста членов арифметической прогрессии 1+2+3+4+5 и т.д.+100.

Дано:  
a1 = 1  
n = 100  
an = 100  
————  
S100 - ?

Решение:

Ответ: Сумма первых ста членов заданной арифметической прогрессии равна 5050.

Пример 2: Найдем сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии, в которой первый член равен 5, разность арифметической прогрессии составляет 3.

Дано:  
a1 = 5  
d = 3  
————  
S20 - ?

Решение:

1) Найдем сначала двадцатый член по уже известной нам формуле an =a1 +d(n–1):

a20 = 5 + 3 (20 – 1) = 5 + 3 · 19 = 62.

2) Теперь уже легко решить нашу задачу.

По формуле 1:

По формуле 2:

Ответ: Сумма первых двадцати членов заданной арифметической прогрессии равна 670.