**Тема: Производная функции. Нахождение производной по определению.**

**Цель:** Ввести понятия «производная функции», научить учащихся находить производную функции в точке по определению.

**Методы:** рассказ.

**Определения**: Производная функции в точке, производная функции, дифференцирование.

**План проведения урока**:

1. Организационный момент (2 минуты).

2. Проверка домашнего задания. Проверочная работа (10 минут).

3. Введение нового материала (10 минут)

4. Решение упражнений (17 минут).

5. Домашнее задание (1 минута).

6. Подведение итогов урока (5 минут).

**Ход урока:**

1. **Организационный момент.**

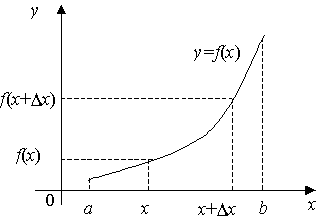
Добиться дисциплины в классе. Проверить готовность учеников к уроку, мобилизовать внимание.

1. **Проверка домашнего задания. Проверочная работа**.

Собрать тетради для домашних работ и собрать листочки с придуманными примерами и раздать их ученикам так, чтобы автору примера не достался его пример. Учащимся даётся 7-8 минут на решение примеров. Если количество листочков с примерами окажется меньше, чем учеников в классе (это может произойти, если кто-то не сделал домашнее задание), в этом случае учитель может заранее изготовить резервные карточки с примерами или отдать ученику 2-3 тетради с выполненным домашним заданием (желательно, чтобы это были тетради не сильных учеников) и предложить ему проверить их, а потом проверяя тетрадь, оценить насколько качественно была осуществлена проверка тетради учеником.

1. **Введение нового материала.**

Пусть функция *y=f(x)* определена на промежутке [a;b]. Точка *x* [a;b]. В точке *x* функция *y=f(x)* имеет значение *f(x)*.Точка *(x+∆x)*[a;b]. В точке *(x+∆x)* функция *y=f(x)* имеет значение *f(x+∆x).* Разность *(x+∆х – x)* - приращение аргумента. Обозначается *∆x.*

Разность *f(x+∆x) – f(x)*- приращение функции. Обозначается *∆ y,* т.е.

*∆y = f(x+∆x) – f(x).*

Составим отношение

Image21.

Если *∆x* 0, то

Image22.

Этот предел называется производной функции *y=f(x)* в точке *x*.

Определение: Производной функции *y=f(x)* в точке *x* называется предел отношения функции к приращению аргумента, если приращение аргумента стремится к нулю. Обозначают производную : *f'(x)* или Image23или Image24. Обычно, если данная функция обозначена буквой *у,* то ее про­изводная может быть обозначена у', читать: «производная функции у» или Image23, читать: «производная функции у по х». Если данная функция обозначена символом *f(x),* то ее производная может быть обозначена *f '(х),* читать: «производная функции *f(x)*».

Image25

Определение: Операция нахождения производной называется дифференцированием.

Функция *y=f(x),* которая имеет производную в точке *x*, называется дифференцируемой в этой точке. Функция *y=f(x),* которая имеет производную в каждой точке некоторого промежутка, называется дифференцируемой на этом промежутке.

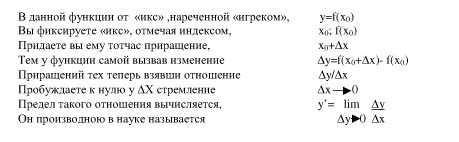
Общее правило дифференцирования (нахождения про­изводной) следующее:

1) найти приращение *∆y* функции, т. е. разность значений функции при значениях аргумента  *х+ ∆x* и *x;*

2) найти отношение *∆y*/*∆x*, для этого полученное выше равенство разделить на *∆x*;

3) найти предел отношения *∆y/∆x* при *∆x* →0.

Еще Софья Ковалевская говорила : “Математик должен быть поэтом в душе”. Приведу стихотворение (из учительского фольклора) о производной с использованием таблицы алгоритмического поиска производной.



*Пример 1.* (Учитель на доске, ученики записывают в тетрадь) Найти производную функции *у =* *х3 +* 1 в любой точке x.

*Решение*. 1) *∆y = (x + ∆x)3 + 1 — (х3 + 1).*

По выполнении действий:

*∆y = Зx2∆x+Зx∆x 2+∆x 3;*

2) *∆y/∆x=3x2 + Зx∆x+∆x 2;*

3) *у*'*= lim(3x2+3x∆x+∆x 2 )= 3x2+3x0+0 = 3x2.*

*∆x→0*

*Пример 2*. (учитель с классом) Найти производную функции Image26.

*Решение:* Составим отношение: Image27

Image28

Image29

Значит, Image30.

*Пример 3.* (Учитель с классом) Найти производную функции *f(x)=x*

*Решение:* Image38

*(x)'=1*

*Пример 4*. (Учитель с классом) Найти производную функции f(x)=5x+7.

*Решение:* Составим отношение:

Image31

Image32. Но Image33

Значит, *(5x+7)'=5.*

*Пример 5.* (Ученики выполняют самостоятельно в тетрадях) Найти производную функции *f(x)=ax+b*.

*Решение:* Составим отношение:

Image34Image35Image36

*(ax+b)'=a*.

Замечание: Заметим, что производная линейной функции *у= kx+b* есть величина постоянная, равная *k.*

*Пример 6*. (Один ученик у доски, остальные – в тетрадях) Найти производную функции *f(x)=C (Const)*

*Решение:* Image37

Таким образом, *(C)'=0*

1. **Решение упражнений**
2. Вычислите *∆y/∆x* в точке *х0*, если: а) *у=2х2*, *х0* = 1, *∆x* равно *0,5; 0,1; 0,01*; б) *у=х2*, *х0* = 1, *∆x* равно *0,5; 0,1; 0,01*.
3. К какому числу стремится отношение *∆y/∆x* при  *∆x→0*, если

а) *∆y/∆x*=8 *х0* +4 *∆ х, х0* равно 2; -1;

б*) ∆y/∆x*=3 *х02*+3 *х0* *∆ х* +(*∆ х) 2, х0* равно 1; -21;

в) *∆y/∆x*= -2 *х0* + *∆ х, х0* равно 1; 3?

1. Пользуясь определением производной, найдите значения производной функции *у*, если:

а*) у =* *х2 - 3х* в точках *-1; 2;*

б*) у=2х3* в точках *0; 1;*

в) *у =4 -*  *х2* в точках *3;0.*

Учитель с учениками обсуждают полученные результаты.

1. **Домашнее задание.**

1. Пользуясь определением производной, найти значения производной функции у в точке, если:

1. *у =* *х2 - 3х +7* в точках *-3; 4; 7;*
2. *у =* *х2 - 9х - 18* в точках *-1;2;*
3. *у =4 – 6х +* *х2* в точках *-2; 2;*
4. *у=2х3- 29х - 18* в точках *-1; 3;*
5. *у=2х3 +4х2 - 11х - 13* в точках *0;1;*
6. *у=-3х3 -42х2 -24х - 1* в точках *1; 4,*
7. http://www.otd.tstu.ru/direct1/on_line/math/bigin_anal/11/Image45.gif, в точке *1.*

2. Пользуясь определением производной, найти производную функции у, если:

1. Image39,
2. Image40,
3. *у = 5 − 6x ,*
4. *у= 4 − 7x,*
5. Image43,
6. Image42,
7. *у =* *2х2 - 13х +3,*
8. *у=-3x2-13x,*
9. *у=7x2+3x,*
10. *у =4 – 5х +* 2*х2,*
11. *у =* *3х2 - 2х – 8,*
12. *у=х3- 9х – 4,*
13. *у=3х3 - 4х2 - 8х – 4,*
14. *у =-2х3 -4х2 -4х,*
15. *у = ,*
16. *у* =,
17. Image44
18. **Подведение итогов урока.**

Вопросы:

1) Что называется приращением аргумента?

2) Что называется приращение функции?

3) Что называется производной функции *y = f(x)* в точке x?

4) Как называется операция нахождение производной?

5) Какая функция называется дифференцируемой в точке?

6) Какая функция называется дифференцируемой на отрезке?

Отметить учащихся, активно работавших на уроке.