



Государственное бюджетное образовательное учреждение средняя
общеобразовательная школа № 582 углубленным
изучением английского и финского языков Приморского района
г. Санкт-Петербурга

Урок по теме «Применение производной в различных областях науки»

Учитель математики высшей категории Смирнова Т.И.

11б класс

Цели:

Учебные:

Добиться усвоения учащимися систематических, осознанных сведений о понятии производной, её геометрическом и физическом смысле. Показать межпредметную связь на примере математического моделирования. Показать применение производной при решении жизненно важных задач. Научить применять полученную модель на практике.

Воспитательные:

Обучение навыкам: планирования деятельности, работы в оптимальном темпе, подведения итогов.
Развитие умения оценивать свои способности, свое положение в группе, контактировать с товарищами.
Вызвать чувства ответственности и соперничества.

Развивающие:

Обучение навыкам работы с компьютером.
Развитие умения находить нужную литературу, обрабатывать информацию, выполнять и оформлять научно-исследовательскую работу.
Формирование «ключевых компетенций».

Замечание. За 1,5 недели до урока класс разделен на 3 группы и назначены консультанты. В группу вошли учащиеся с разными учебными возможностями. Каждая группа получила задание приготовить презентацию «Применение производной для решения задач из различных областей науки».

I группа - «Применение физического смысла производной при решении физических задач»;

II группа - «Решение химических и биологических задач с помощью производной»;

III группа - «Решение задач с географическим, экономическим содержанием».

На подготовительном периоде и в ходе урока консультанты руководят работой группы: распределяют обязанности между учениками, организуют консультации с учителями предметниками.

ПЛАН УРОКА

I. ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ ЭТАП.

- доброжелательный настрой учителя и учащихся;
- быстрое включение класса в деловой ритм;
- организация внимания всех учащихся;
- кратковременность организационного момента;
- полная готовность класса и оборудования к работе.

Урок по теме «Применение производной в различных областях науки». Урок проводится после изучения физического смысла производной, производных элементарных функций. Форма организации учебной деятельности групповая. При актуализации знаний предлагаются задания из ЕГЭ. Часть урока отводится презентациям, выполненным самими учащимися: «Применение физического смысла производной при решении физических задач», «Решение химических и биологических задач с помощью производной», «Решение задач с географическим, экономическим содержанием».

II. ВСТУПИТЕЛЬНОЕ СЛОВО УЧИТЕЛЯ.

Вступительное слово учителя:

- Одним из важнейших понятий математического анализа является производная функции. Производная характеризует скорость изменения функции по отношению к изменению независимой переменной. В геометрии производная характеризует крутизну графика, в механике – скорость неравномерного прямолинейного движения, в биологии – скорость размножения колонии микроорганизмов, в экономике – отзывчивость производственной функции (выход продукта на единицу затрат), в химии – скорость химической реакции. Надеюсь, что сегодняшний урок, поможет вам понять происходящее и подготовит к адекватному восприятию производной, имеющее практическую направленность, ориентированное на ваш жизненный опыт, и поможет ответить на вопрос: «Так ли важно изучать тему «Производная»?». При анализе кейса вам тоже нужно будет сделать презентацию и/или письменно оформить свои выводы.

Учащиеся знакомятся с содержанием кейса.

Затем каждая из групп поочередно работает в определенной ролевой позиции: отвечает на определенный набор вопросов, решает задачи, обосновывая свой выбор роли и важность изучения темы «Производная» для будущей профессии с точки зрения математика, физика, химика и экономиста.

Здравствуйте. (Откройте тетради. Запишите число, классная работа, тему урока.) Тема нашего урока «Применение производной в различных областях науки». И сегодня мы попытаемся, насколько это возможно, в рамках одного урока рассмотреть эту тему. Эпиграфом к нашему уроку хочу взять слова Лобачевского:

«...нет ни одной области в математике, которая когда-либо не окажется применимой к явлениям действительного мира...»

Н.И. Лобачевский

Активизация знаний учащихся: На одном из первых уроков изучения производной я вам задала вопрос:

Мы изучаем производную. А так ли это важно в жизни?

Вы на него не смогли ответить, т.к. у вас не хватило соответствующих знаний. И тогда я вам предложила поработать над проектами, т.е. провести самостоятельное исследование по теме «Производная и её применение в различных областях науки».

Вам было предложено 4 темы, список литературы, которым я вас не ограничивала. Но одним из условий выполнения этой проектной работы было то, что пользоваться можно было книгами, журналами, справочной литературой, помощью консультантов и интернетом. И сегодня мы увидим, насколько успешно вы справились с задачей самостоятельного отбора и прорабатывания информации.

А чтобы у вас была путеводная звезда, к которой бы вы шли, я выдвинула *гипотезу* /читаю гипотезу/

«Дифференциальное исчисление - это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники»

В ходе исследовательской работы вы должны были либо подтвердить, либо опровергнуть данную гипотезу.

А сейчас мы рассмотрим работы творческих групп, которые провели самостоятельные исследования по темам. Еще раз убедимся в важности роли производной в исследовании процессов окружающего мира, покажем практическую необходимость и теоретическую значимость темы "Производная".

III. ВЫСТУПЛЕНИЕ ТВОРЧЕСКИХ ГРУПП ПОСЛЕ ИЗУЧЕНИЯ КЕЙСА.

I группа - «**Применение физического смысла производной при решении физических задач**».

Применение производной в физике очень обширно. Рассмотрим несколько примеров применения производной в физических задачах.

Механическое движение - это изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

Основной характеристикой механического движения служит скорость. $v = S'(t)$

Алгоритм нахождения скорости тела с помощью производной.

Если закон движения тела задан уравнением $s = s(t)$,

то для нахождения мгновенной скорости тела в какой-нибудь определенный момент времени надо:

1. Найти производную $s' = f'(t)$.
2. Подставить в полученную формулу заданное значение времени.

Задание. Автомобиль приближается к мосту со скоростью 72 км/ч. У моста висит дорожный знак "36км/ч". За 7 сек до въезда на мост, водитель нажал на тормозную педаль. С разрешаемой ли скоростью автомобиль въехал на мост, если тормозной путь определяется формулой $s=20t-t^2$

Да, т.к. скорость через 7 сек. будет равна 6м/с (21,6 км/ч).

Производная в электротехнике

В наших домах, на транспорте, на заводах: всюду работает электрический ток.

Под электрическим током понимают направленное движение свободных электрически заряженных частиц.

Количественной характеристикой электрического тока является сила тока.

В цепи электрического тока электрический заряд меняется с течением времени по закону $q=q(t)$. Сила тока I есть производная заряда q по времени.

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q(t + \Delta t) - q(t)}{\Delta t}$$

(Запишем)

$$I = q'(t)$$

В электротехнике в основном используется работа переменного тока.

Электрический ток, изменяющийся со временем, называют переменным. Цепь переменного тока может содержать различные элементы: нагревательные приборы, катушки, конденсаторы.

Получение переменного электрического тока основано на законе электромагнитной индукции, формулировка которого содержит производную магнитного потока.

$$E_{\text{инд.}} = -\Phi'(t)$$

Задание

Заряд, протекающий через проводник, меняется по закону $q = \sin(2t - 10)$

Найти силу тока в момент времени $t=5$ сек.

Сила тока равна 2 А

А так же (Запишем):

Сила есть производная работы по перемещению,

т.е. $F=A'(x)$

Теплоемкость – есть производная теплоты по температуре, т.е. $C(t) = Q'(t)$

$d(l)=m'(l)$ - линейная плотность

$K(t) = l'(t)$ - коэффициент линейного расширения

$\omega(t) = \varphi'(t)$ - угловая скорость

$a(t) = \omega'(t)$ - угловое ускорение

$N(t) = A'(t)$ - мощность

Задание: теплота.

Пусть $Q(t)$ количество теплоты, которое необходимо для нагревания тела массой 1 кг от 0°C до температуры t° (по Цельсию), известно, что в диапазоне 0° до 95° , формула $Q(t) = 0,396t + 2,081 \cdot 10^{-3}t^2 - 5,024 \cdot 10^{-7}t^3$ дает хорошее приближение к истинному значению. Найдите, как зависит теплоёмкость воды от t .

Решение. $C(t) = Q'(t) = 0,396 + 4,162 \cdot 10^{-3}t - 15,072 \cdot 10^{-7}t^2$

II группа - «Решение химических и биологических задач с помощью производной»;

И в химии нашло широкое применение дифференциальное исчисление для построения математических моделей химических реакций и последующего описания их свойств.

Химия – это наука о веществах, о химических превращениях веществ.

Химия изучает закономерности протекания различных реакций.

Скоростью химической реакции называется изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени.

Так как скорость реакции v непрерывно изменяется в ходе процесса, ее обычно выражают **производной** концентрации реагирующих веществ по времени.

Если $C(t)$ – закон изменения количества вещества, вступившего в химическую реакцию, то скорость $v(t)$ химической реакции в момент времени t равна производной: $v(t) = C'(t)$. (Запишем)

Понятие на языке химии	Обозначение	Понятие на языке математики
Количество в-ва в момент времени t_0	$c = c(t)$	Функция

Интервал времени	$\Delta t = t_2 - t_1$	Приращение аргумента
Изменение количества в-ва	$\Delta c = c(t_2) - c(t_1)$	Приращение функции
Средняя скорость химической реакции	$\Delta c / \Delta t$	Отношение приращён. функции к приращён. аргументу

Предел этого отношения при стремлении Δt к нулю - есть скорость химической реакции в данный момент времени $V(t) = c'(t)$

Найти скорость реакции в момент времени $t = 10$ сек, если концентрация исходного продукта меняется по закону $C_{исх.} = -50e^{-0,2t}$

Производная в биологии.

Популяция – это совокупность особей данного вида, занимающих определённый участок территории внутри ареала вида, свободно скрещивающихся между собой и частично или полностью изолированных от других популяций, а также является элементарной единицей эволюции.

Задача по биологии.

По известной зависимости численности популяции $x(t)$ определить относительный прирост в момент времени t .

Понятие на языке биологии	Обозначение	Понятие на языке математики
Численность в момент времени t_1	$x = x(t)$	Функция
Интервал времени	$\Delta t = t_2 - t_1$	Приращение аргумента
Изменение численности популяции	$\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$	Приращение функции

Скорость изменения численности популяции	$\Delta x / \Delta t$	Отношение приращения функции к приращению аргумента
Относительный прирост в данный момент	$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta x / \Delta t$	Производная

III группа - «Решение задач с географическим, экономическим содержанием».

Производная в географии.

Идея социологической модели Томаса Мальтуса состоит в том, что прирост населения пропорционально числу населения в данный момент времени t через $N(t)$, $N'(t) = kN(t)$. Модель Мальтуса неплохо действовала для описания численности населения США с 1790 по 1860 годы. Ныне эта модель в большинстве стран не действует.

Выведем формулу для вычисления численности населения на ограниченной территории в момент времени t .

Пусть $y = y(t)$ - численность населения.

Рассмотрим прирост населения за $\Delta t = t - t_0$

$\Delta y = k y \Delta t$, где $k = k_p - k_c$ - коэффициент прироста (k_p - коэффициент рождаемости,

k_c - коэффициент смертности)

$$\Delta y : \Delta t = k y$$

При $\Delta t \rightarrow 0$ получим $\lim \Delta y / \Delta t = y'$

$$y' = k y \quad (\text{Запишем})$$

Производная в экономике. (Запишем)

$P(t) = v'(t)$ - производительность труда,

где $v(t)$ - объем продукции

$J(x) = y'(x)$ - предельные издержки производства,

где y – издержки производства в зависимости от объема выпускаемой продукции x .

Задание.

Оборот предприятия за истекший год описывается через функцию

$$U(t) = 0,15t^3 - 2t^2 + 200, \text{ где } t - \text{месяцы, } U - \text{миллионы.}$$

Исследуйте оборот предприятия за 9 и 10 месяцы.

Решение. Исследуем оборот предприятия с помощью производной:

$$U'(t) = 0,45t^2 - 4t$$

Меньший оборот был на девятом месяце - 0,45. На 10 месяце -5.

Вывод. Что вы скажете о нашей гипотезе. Подтвердили мы ее или опровергли?

Производная функции используется всюду, где есть неравномерное протекание процесса: это и неравномерное механическое движение, и переменный ток, и химические реакции и радиоактивный распад вещества и т.д.

Мы убедились в важности изучения темы "Производная", ее роли в исследовании процессов науки и техники, в возможности конструирования по реальным событиям математические модели, и решать важные задачи.

IV. ДОМАШНЯЯ РАБОТА .ИНСТПУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ.

Домашняя работа

1. Известно, что тело массой 5 кг движется прямолинейно по закону $s(t) = t^2 + 2$. Найдите кинетическую энергию тела через 2 с после начала движения.
2. Найдите силу F , действующую на материальную точку с массой 10 кг, движущуюся прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - t^2$ при $t = 2$ с.
3. Закон изменения температуры тела в зависимости от времени задаётся уравнением $T = 0,2t^2$. С какой скоростью изменяется температура тела в момент времени 5с ?
4. Изменение силы тока в зависимости от времени задано уравнением $I = 2t^2 - 5t$. Найдите скорость изменения силы тока в момент времени 10 с.
5. Маховик вращается вокруг оси по закону $\varphi(t) = t^4 - 1$. Найдите его угловую скорость ω в момент времени t и $t=2$ с.

6.(2) При вращении проволочной рамки в однородном магнитном поле пронизывающей рамку магнитный поток изменяется в зависимости от времени по закону $\Phi = 10^{-2} \cos 10 \pi t$. Вычислив производную Φ'_t , написать формулу зависимости ЭДС от времени $\varepsilon = \varepsilon(t)$.

7. (2) Заряд q на пластинах конденсатора изменяется по закону $q = 10^{-6} \cos 10^4 \pi t$. Записать закон зависимости силы тока от времени $i = i(t)$, вычислив производную q'_t .

V. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА.

Вы успешно справились с поставленной перед вами задачей. Однако скоро вам предстоит самое важное испытание. Поэтому в конце урока мы проведем небольшую самостоятельную работу на решение задач из открытого банка заданий ЕГЭ. Решение задач на геометрический смысл производной. Задача В8.

В заключении урока я хочу вам прочитать стихотворение:

“Музыка может возвышать или умиротворять душу,
Живопись – радовать глаз,
Поэзия – пробуждать чувства,
Философия – удовлетворять потребности разума,
Инженерное дело – совершенствовать материальную сторону жизни людей,
А математика способна достичь всех этих целей”.

Так сказал американский математик Морис Клайн.

Спасибо за работу!

Приложение 1.

Однажды великого греческого философа Сократа спросили о том, что, по его мнению, легче всего в жизни. Он ответил, что легче всего поучать других, а труднее – познать самого себя. Мы познаем окружающий нас мир. Но сегодня давайте заглянем в себя. Как мы воспринимаем окружающий мир? Как художники или как мыслители?

Психологический тест.

- 1). Переплетите пальцы рук. Большой палец правой или левой руки оказался у Вас сверху? Запишите результат буквами «Л» или «П».
- 2). Скрестите руки на груди (поза «Наполеона»). Кисть, какой руки оказалась сверху? Запишите результат.
- 3). Изобразите «бурные аплодисменты». Ладонь, какой руки у Вас сверху? Запишите.

Подведем итоги, учитывая, что результат «ЛЛЛ» соответствует художественному типу личности, а «ППП» - типу мыслителя. (Эти различия связаны с функциональной асимметрией мозга человека: у «художников» более развитое правое полушарие и преобладает образное мышление, у «мыслителей» – соответственно – левое полушарие и логическое мышление).

Какой же тип мышления преобладает у Вас?
Несколько «мыслителей», несколько «художников», большинство – личности, которым свойственно и логическое и образное мышление.

Вот и познакомились ближе: вы – с собой, я – с вами. Можно переходить к познанию темы урока.

По итогам теста можно выбрать учащихся для выполнения индивидуальных заданий.