Решение уравнения $\sin x + \cos x = 1$.

Проект урока

1. Место данного урока в теме, разделе курсе.

Данный урок является заключительным в теме «Преобразования тригонометрических выражений».

2. Связь с предыдущими уроками, темами, на что в них опирается.

На данном уроке используются знания учащихся по всем темам тригонометрии.

3. Влияние этого урока на последующие уроки, темы.

Урок является основополагающим в данной теме: на нем демонстрируются различные способы решения тригонометрических уравнений, ведется подготовка к контрольной работе.

4. Тип урока.

Урок систематизации знаний, отработки умений и навыков учащихся.

5. Структура урока.

Урок состоит из следующих этапов:

- постановка цели, мотивировка учащихся;
- актуализация знаний: проверка знаний значений тригонометрических и обратных тригонометрических функций (блиц – опрос); проверка умений решения уравнений (электронный тест);
- обобщение и систематизация знаний, отработка навыков решения тригонометрических уравнений различными способами;
- подведение итогов урока, задание на дом.

Цели урока:

<u>Главная дидактическая цель</u>: рассмотреть все возможные способы решения данного уравнения.

Обучающие: повторить и обобщить знания учащихся по изученной теме, осуществить проверку знаний учащихся по наиболее важным разделам пройденной темы; изучение новых приемов решения тригонометрических уравнений на примере данного в творческой ситуации урока-семинара.

Развивающие: формирование общих приемов решения тригонометрических уравнений; совершенствование мыслительных операций учащихся; развитие умений и навыков устной монологической математической речи при изложении решения тригонометрического уравнения.

Воспитывающие: развивать самостоятельность и творчество; способствовать выработке у школьников желания и потребности обобщения изучаемых фактов.

Оборудование:

- задания на печатной основе: набор перфокарт для индивидуальной работы;
- ноутбуки;
- мультимедиа-проектор.

Девиз урока: "Не берись за новое, не усвоив предыдущего".

Ход урока

Постановка целей урока, мотивировка учащихся.

На следующем уроке у нас будет контрольная работа, на которой вы должны будете отчитаться по темам:

- Формулы двойного аргумента;
- Формулы понижения степени;
- Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение;
- Преобразование выражения Asinx+Bcosx к виду Csin(x+t).

Какова же цель нашего урока? (Формулируют ребята).
Сегодня на уроке мы решим только одно уравнение, но решать

его мы будем различными способами, применяя изученные тригонометрические формулы.

Итак, сегодня на уроке рассмотрим **4 способа решения тригонометрического уравнения $sinx + cosx = 1$**.

Древнегреческий поэт Нивей утверждал, что математику нельзя изучать, наблюдая, как это делает сосед. Поэтому сегодня будем не наблюдать, а большую часть урока работать самостоятельно.

I. Блиц-опрос по индивидуальным перфокартам.

Цель: проверка знаний значений основных тригонометрических и обратных тригонометрических функций.

I вариант

1) $\sin 0$

2) $\cos\pi$

3) $tg\frac{\pi}{4}$

4) $arctg(-1)$

5) $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$

6) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$

7) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$

8) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1			X					
60^0					X			
0	X							
120^0								X
$\frac{\pi}{6}$						X		
-1		X						
-30^0							X	
$-\frac{\pi}{4}$				X				

II вариант

1) $\sin\pi$

3) $tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

5) $\arccos\frac{1}{2}$

7) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

2) $\cos o$ 4) $\arcsin\frac{1}{2}$ 6) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 8) $arctg1$

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1		X						
60^0					X			
0	X							
$\frac{\pi}{4}$								X
$\frac{\pi}{6}$				X				
150^0							X	
-1			X					
-60^0						X		

Ребята выполняют самопроверку по образцу, который с помощью мультимедиа-проектора спроецирован на доску. Результаты отмечают в листе учёта.

II. Электронный тест (приложение 2)

Цель: проверка умений решать простейшие тригонометрические уравнения.

Подводим итоги по листам учёта.

III. Герберт Спенсер, английский философ, говорил: «Дороги не те знания, которые откладываются в мозгу, как жир, дороги те, которые превращаются в умственные мышцы». Сейчас мы попробуем применить «вызубренные» формулы к решению уравнения $sinx + cosx = 1$.

На предыдущем уроке мы научились решать тригонометическое линейное уравнение asinx+ bcosx=c методом введения дополнительного аргумента. С помощью мультимедиа проектора повторим теорию. Способы решения уравнения отличаются тем, какими формулами мы пользуемся для преобразования левой, и если надо правой частей уравнения.

1 способ. Решение уравнения $a\cos x + b\sin x = c$ введением дополнительного аргумента.

Преобразование выражения $A\sin x + B\cos x$ к виду С$\sin(x+t)$, где С=$\sqrt{A^2+B^2}$.

$$\sin x + \cos x = 1$$

Здесь А=1, В=1, С=$\sqrt{2}$. Имеем:

$$\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right) = 1$$

Введём дополнительный аргумент, удовлетворяющий соотношениям

$$\begin{cases} \cos t = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ \sin t = \dfrac{1}{\sqrt{2}}. \end{cases}$$

Тогда $t = \dfrac{\pi}{4}$

$$\sqrt{2}(\cos t \sin x + \sin t \cos x) = 1$$

$$\sqrt{2}\sin(x+t) = 1$$

$$\sin(x+t) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x + t = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{4} - t + \pi n, n \in Z$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$$

Если n=2k, k$\in Z$, то $x = 2\pi k, k \in Z$

Если n=2k+1, k$\in Z$, то $x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

Ответ: x=2πk; x= π/2 + 2πk, где k$\in$ Z

2 способ. Разложение на множители. Использование формул преобразования суммы в произведение.

Повторение формул преобразование сумм тригонометрических функций в произведение. Ученик у доски записывает все четыре формулы.

Выразим cosx через $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ или sinx через $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$:

$$\sin x+\sin(\frac{\pi}{2}-x)=1,$$

$$2\sin\frac{x+\frac{\pi}{2}-x}{2}\cos\frac{x+\frac{\pi}{2}-x}{2}=1,2$$

$$2\sin\frac{\pi}{4}\cos(x-\frac{\pi}{4})=1,$$

$$\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})=1.$$

О т в е т : $x=2\pi n$; $x=\pi/2+2\pi k$, где n, k $\in Z$

3 способ. Сведение к однородному уравнению. Использование формул двойного аргумента.

Ученик на доске записывает формулы двойного аргумента.

Надо перейти к аргументу $2\cdot\frac{x}{2}$ и применить формулы двойного аргумента к функциям в левой части уравнения, а правую часть заменить тригонометрической единицей, используя основное тригонометрическое тождество:

$$\sin 2\cdot\frac{x}{2}+\cos 2\cdot\frac{x}{2}=1.$$

$$2\sin x/2 * \cos x/2+\cos^2 x/2-\sin^2 x/2=\sin^2 x/2+\cos^2 x/2$$

$$2\sin x/2 * \cos x/2+\cos^2 x/2-\sin^2 x/2-\sin^2 x/2-\cos^2 x/2=0$$

$$\sin x/2 * \cos x/2-\sin^2 x/2=0$$

Это уравнение можно решить, используя различные приёмы.

Приём 1.

Разделим обе части уравнения на $\cos^2 x/2$, т.к. $\cos^2 x/2\neq 0$

$$\left[\begin{array}{l} tg\dfrac{x}{2}=0, \\ tg\dfrac{x}{2}=1 \end{array}\right.$$ Ответ: x=2πn; x= π/2 + 2πk, где n, k$\in$ Z

Приём 2.

Рассмотрим решение уравнения способом разложения на множители:

sinx/2*cosx/2 - sin^{2}x/2 = 0,

sinx/2*(cosx/2 - sinx/2) = 0,

sinx/2 = 0 или cosx/2 – sinx/2 = 0

x = 2πn, n $\in$Z или 1 - tgx/2 = 0

x = π/2 + 2πk, k $\in$Z.

Ответ: x=2πn; x=π/2 + 2πk, где n, k $\in$Z.

4 способ: Разложение на множители. Использование формул понижения степени.

Ученик на доске записывает формулы понижения степени.

$\sin^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$, $1-\cos 2x = 2\sin^2 x$

Представим аргумент в виде $2\cdot\dfrac{x}{2}$, получим sin$2\cdot\dfrac{x}{2}$+cos$2\cdot\dfrac{x}{2}$=1

sin$2\cdot\dfrac{x}{2}$=1-cos$2\cdot\dfrac{x}{2}$

2sin$\dfrac{x}{2}$cos$\dfrac{x}{2}$=2$\sin^2\dfrac{x}{2}$

sin$\dfrac{x}{2}$(cos$\dfrac{x}{2}$-sin$\dfrac{x}{2}$)=0

sin$\dfrac{x}{2}$=0 или cos$\dfrac{x}{2}$-sin$\dfrac{x}{2}$=0

далее см. способ 3.

Первым способом ученик решает у доски после устного рассмотрения всех способов. В это время каждая пара получает задание решить уравнение одним из остальных трёх рассмотренных способов. Через 5 минут решения рассматриваются на доске.

IV. Подведение итогов урока

А. Энштейн говорил так: «Мне приходится делить время между политикой и уравнениями. Однако уравнения, по-моему, важнее. Политика только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно».
Сегодня мы с вами решили всего одно уравнение, но четырьмя способами, что дало возможность за один урок вспомнить практически всю тригонометрию.

Домашнее задание: №471(а, б, в), 506(а, б), 538.