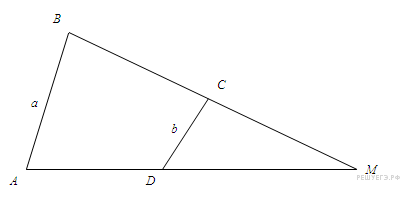
**С-4 Окружность и четырехугольники.**

**C 4**Че­ты­рех­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7.png опи­сан около окруж­но­сти и впи­сан в дру­гую окруж­ность. Пря­мые http://reshuege.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1.png и http://reshuege.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508d.png пе­ре­се­ка­ют­ся в точке http://reshuege.ru/formula/0a/0ae1285ce5610001567ddb53236e50fe.png Най­ди­те пе­ри­метр тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/b8/b89286aa8cc385684c334c958cb786f5.png если из­вест­но, что http://reshuege.ru/formula/39/3948bca9ad46459bddfdf81d75bb7efa.png и http://reshuege.ru/formula/fc/fce73b0e482a8a4207f75cc8f5e41217.png

**Ре­ше­ние.**

Воз­мож­ны два слу­чая http://reshuege.ru/formula/46/46fa7900cc397f3a4b3fa2e72d6885e7.png и http://reshuege.ru/formula/a0/a0f4f40dd2f735d0cd38bfe6498a324f.png



***Пер­вый слу­чай.***

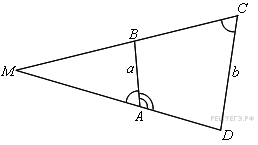
Че­ты­рех­уголь­ник опи­сан около окруж­но­сти, сле­до­ва­тель­но, http://reshuege.ru/formula/18/18da2eed16e20212efce812c8ff6615d.png Че­ты­рех­уголь­ник впи­сан в окруж­ность, зна­чит, http://reshuege.ru/formula/1a/1ac178a9315590e34620ab64cc757019.png но http://reshuege.ru/formula/8a/8ac6dbb6f5e941017cfc353f9020ebb8.png от­ку­да http://reshuege.ru/formula/66/668e1a6248ef6a4bb0d6e733cc2e88bf.pngсле­до­ва­тель­но, http://reshuege.ru/formula/81/8152efe0efeca17b7b2e24ec2b513897.png с ко­эф­фи­ци­ен­том по­до­

бия http://reshuege.ru/formula/0b/0b9b7ee6a74e6543196480d3819f178b.png

Обо­зна­чим через http://reshuege.ru/formula/44/44c29edb103a2872f519ad0c9a0fdaaa.png пе­ри­метр тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/b8/b89286aa8cc385684c334c958cb786f5.png тогда если http://reshuege.ru/formula/02/02f07196b3f934fa452e95387eddedf4.png — пе­ри­метр тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/68/68aef268dbb5658ce4c02cf990377d73.png

http://reshuege.ru/formula/c2/c257903c94ea40a88dc5f71e14f9451d.png

По­сколь­ку http://reshuege.ru/formula/19/19cb0fe06e4960cdd3b85b1567a6ea24.png по­лу­ча­ем: http://reshuege.ru/formula/e1/e1305b1cec0327ee0818933cb93cd8b0.png



***Вто­рой слу­чай****.*

Ана­ло­гич­но слу­чаю 1 имеем:

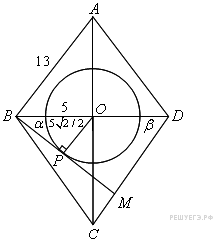
http://reshuege.ru/formula/82/82850a24ef6e61ac4dc602d0833deb7d.png

Ответ: http://reshuege.ru/formula/db/db4d523540675488200b390bd6370953.png или http://reshuege.ru/formula/f9/f99195888d45deebc86ff76b9ab6c28f.png

**C 4 .** Дан ромб http://reshuege.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7.png с диа­го­на­ля­ми http://reshuege.ru/formula/01/01295413705ab66a19ccbe0a9639d3d6.png и http://reshuege.ru/formula/38/38252c6a3e46d9b820b82dc83e33f185.png Про­ве­де­на окруж­ность ра­ди­у­са http://reshuege.ru/formula/ff/ffa649d828d8d3ef98eeb95db8ae6249.png с цен­тром в точке пе­ре­се­че­ния диа­го­на­лей ромба. Пря­мая, про­хо­дя­щая через вер­ши­ну http://reshuege.ru/formula/9d/9d5ed678fe57bcca610140957afab571.png ка­са­ет­ся этой окруж­но­сти и пе­ре­се­ка­ет пря­мую http://reshuege.ru/formula/41/4170acd6af571e8d0d59fdad999cc605.png в точке http://reshuege.ru/formula/0a/0ae1285ce5610001567ddb53236e50fe.png Най­ди­те http://reshuege.ru/formula/d8/d8d5ada245594fef08bb7165d80bce9d.png

**Ре­ше­ние.**

Пусть точка http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит между http://reshuege.ru/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257.png и http://reshuege.ru/formula/d8/d80090c7f00df365a0261cf1ac6e723c.png — точка ка­са­ния пря­мой http://reshuege.ru/formula/50/5089fa881630360a9b3361469c1a0c5d.png с дан­ной окруж­но­стью, http://reshuege.ru/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506e.png — центр ромба.



По тео­ре­ме Пи­фа­го­ра http://reshuege.ru/formula/a5/a5d7281d0f66061ec578d5bc064b1f40.png

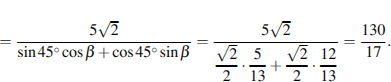
Обо­зна­чим http://reshuege.ru/formula/b9/b9970d9ce207237f7aac61dcdcf7e06f.png

Из пря­мо­уголь­ных тре­уголь­ни­ков и на­хо­дим, что

http://reshuege.ru/formula/2b/2b6b2e90e00ac75fa842ca981d60fb18.png

При­ме­няя тео­ре­му си­ну­сов к тре­уголь­ни­ку http://reshuege.ru/formula/48/48b404e590b3e435ec219a6f1cec68b4.png по­лу­чим, что http://reshuege.ru/formula/08/087c21eee978ab146e54647b33169f99.png

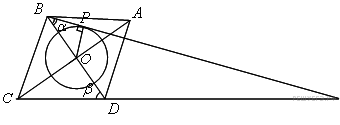
по­это­му

http://reshuege.ru/formula/88/88d446a0b2b545826e875e945ddbfd51.png

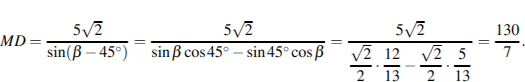
Сле­до­ва­тель­но, http://reshuege.ru/formula/e6/e6f0bd05f177514f46a04ce222e0e222.png

Пусть те­перь точка лежит на про­дол­же­нии сто­ро­ны за точку Тогда по тео­ре­ме о внеш­нем угле тре­уголь­ни­ка

http://reshuege.ru/formula/f8/f8581fbde32d4453c5b3d50dad3851dc.png



Далее, рас­суж­дая ана­ло­гич­но, по­лу­чим, что



Сле­до­ва­тель­но, http://reshuege.ru/formula/8c/8c6f5b70c489cfcd9d3d06348a51e62c.png

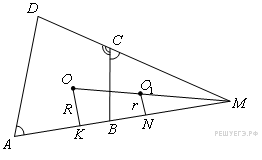
Ответ: http://reshuege.ru/formula/09/091e097ba3a60873c8bf737e34d51b01.png или http://reshuege.ru/formula/5d/5d7f831674a6f3377350daebaaac4613.png

**C 4 .** Че­ты­рех­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7.png опи­сан около окруж­но­сти и впи­сан в окруж­ность. Пря­мые http://reshuege.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png и http://reshuege.ru/formula/cf/cf75e54791dd1f49f918345fdfe2430b.png пе­ре­се­ка­ют­ся в точке http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png. Най­ди­те пло­щадь че­ты­рех­уголь­ни­ка, если из­вест­но, что http://reshuege.ru/formula/e4/e449821bb406662c23a9dc536e32c7d7.png и ра­ди­у­сы окруж­но­стей, впи­сан­ных в тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/e2/e2cc0cdaccb483cf829036ec7f5ec031.png и http://reshuege.ru/formula/48/48af4341f745163f945fa838eeabb062.png равны со­от­вет­ствен­но http://reshuege.ru/formula/4b/4b43b0aee35624cd95b910189b3dc231.png и http://reshuege.ru/formula/e1/e1e1d3d40573127e9ee0480caf1283d6.png.

**Ре­ше­ние.**

***Пер­вый слу­чай****.*

Цен­тры http://reshuege.ru/formula/31/31b6eb924de49df799c3016cfea5a36b.png и http://reshuege.ru/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506e.png окруж­но­стей, впи­сан­ных в тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/39/396262ee936f3d3e26ff0e60bea6cae0.png и http://reshuege.ru/formula/48/48af4341f745163f945fa838eeabb062.png со­от­вет­ствен­но, лежат на бис­сек­три­се http://reshuege.ru/formula/eb/eb0459bfce4185888ecf61fb07987581.pngугла http://reshuege.ru/formula/c7/c758cb1c0849d51800af6d1b13f5ecaf.png Окруж­ность, впи­сан­ная в че­ты­рех­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/62/62998849b60e107f9c015888d7338525.png яв­ля­ет­ся также окруж­но­стью, впи­сан­ной в тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/48/48af4341f745163f945fa838eeabb062.png и внев­пи­сан­ной окруж­но­стью тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/c3/c35d74f509577c810b253b17d41bc769.png Будем ис­кать пло­щадь че­ты­рех­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/62/62998849b60e107f9c015888d7338525.png как раз­ность пло­ща­дей тре­уголь­ни­ков http://reshuege.ru/formula/48/48af4341f745163f945fa838eeabb062.png и http://reshuege.ru/formula/c3/c35d74f509577c810b253b17d41bc769.png



Че­ты­рех­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7.png впи­сан в окруж­ность, сле­до­ва­тель­но, http://reshuege.ru/formula/5a/5a615926240c9fd7500045c961284eaa.png но http://reshuege.ru/formula/0d/0df34f34172425b47cf1ced92e5c309d.png от­ку­да http://reshuege.ru/formula/e0/e0eef02edc51cc6a1070c1521a2df958.png Так как тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/e2/e2cc0cdaccb483cf829036ec7f5ec031.png и http://reshuege.ru/formula/48/48af4341f745163f945fa838eeabb062.png имеют еще общий угол http://reshuege.ru/formula/b4/b4421aacfa3a14221bae9a369c8886f0.pngони по­доб­ны, при­чем ко­эф­фи­ци­ент по­до­бия равен от­но­ше­нию ра­ди­у­сов окруж­но­стей, впи­сан­ных в эти тре­уголь­ни­ки.

Далее имеем:

1) http://reshuege.ru/formula/4b/4be5b7601dba2fd16e9d1a53b0f7fe78.png

2) http://reshuege.ru/formula/01/015af2332b0ec2a08bed803ae95c50e1.png где http://reshuege.ru/formula/83/83878c91171338902e0fe0fb97a8c47a.png — по­лу­пе­ри­метр тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/53/534bee537f4100c506415e0609f68222.png рав­ный по свой­ству внев­пи­сан­ной окруж­но­сти длине от­рез­ка http://reshuege.ru/formula/b0/b06aafd6df914ce73249cb1d11331846.png

3) Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/d2/d2d9f9e506f3c027e3135c78a87ea8ee.png на­хо­дим http://reshuege.ru/formula/24/240a9b4e3a77dc7f75d7f8b6157d2f9e.png от­ку­

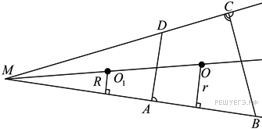
да http://reshuege.ru/formula/e1/e15705175467d78bd97db99b294d34c7.png

Под­став­ляя най­ден­ное зна­че­ние http://reshuege.ru/formula/6f/6f0bc0644971b0c08ec43e3e6227a166.png в фор­му­лу http://reshuege.ru/formula/de/de78d40f3b33f2ac2540273181370aff.png окон­ча­тель­но по­лу­ча­ем

http://reshuege.ru/formula/2d/2d67b3c0590a6d9a5499572398033cae.png

**Вто­рой слу­чай.**

От­ли­ча­ет­ся от пер­во­го по­ло­же­ни­ем точки http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png левее точек http://reshuege.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png и http://reshuege.ru/formula/7f/7fc56270e7a70fa81a5935b72eacbe29.png. В этом слу­чае http://reshuege.ru/formula/09/099269f12ba4712aee8078427e86e572.png и в рас­суж­де­нии они и тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/e2/e2cc0cdaccb483cf829036ec7f5ec031.png и http://reshuege.ru/formula/6f/6fb4f22992a0d164b77267fde5477248.png долж­ны быть по­ме­ня­ны ме­ста­ми. Таким об­ра­зом, в этом слу­чае



http://reshuege.ru/formula/ae/ae06b78cc053aa51e770fe9a76050bae.png

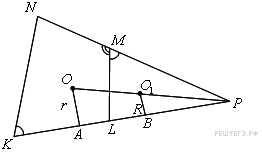
Ответ: http://reshuege.ru/formula/01/01d5a7f4e5c1da02579f7b750633e940.png или http://reshuege.ru/formula/a2/a21e2c2508822b7c1db8c5da0d450a78.png

**C 4 .** Че­ты­рех­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/6f/6fb585055d26d304979faf8440885033.png опи­сан около окруж­но­сти и впи­сан в окруж­ность. Пря­мые http://reshuege.ru/formula/7e/7e9293e90055a83d4943872232ff638f.png и http://reshuege.ru/formula/e0/e0f3dba3248a6ccb26950955635d93e2.png пе­ре­се­ка­ют­ся в точке http://reshuege.ru/formula/44/44c29edb103a2872f519ad0c9a0fdaaa.png. Най­ди­те пло­щадь тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png, если из­вест­но, что http://reshuege.ru/formula/b2/b296a0457d74cd25f9093d3088793259.png и ра­ди­у­сы окруж­но­стей, впи­сан­ных в тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png и http://reshuege.ru/formula/82/822c97f79ff60e25fa38d3a0a39afea6.png равны со­от­вет­ствен­но http://reshuege.ru/formula/4b/4b43b0aee35624cd95b910189b3dc231.png и http://reshuege.ru/formula/e1/e1e1d3d40573127e9ee0480caf1283d6.png.

**Ре­ше­ние.**

***Пер­вый слу­чай.***

Цен­тры http://reshuege.ru/formula/31/31b6eb924de49df799c3016cfea5a36b.png и http://reshuege.ru/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506e.png окруж­но­стей, впи­сан­ных в тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png и http://reshuege.ru/formula/82/822c97f79ff60e25fa38d3a0a39afea6.png со­от­вет­ствен­но, лежат на бис­сек­три­се http://reshuege.ru/formula/b3/b3918665ee674080bf505e1b2d862187.pngугла http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png. Окруж­ность, впи­сан­ная в че­ты­рех­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/06/069754f7c3acbf16d5ca2263d4231f04.png, яв­ля­ет­ся также окруж­но­стью, впи­сан­ной в тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png и внев­пи­сан­ной окруж­но­стью тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/82/822c97f79ff60e25fa38d3a0a39afea6.png.



Че­ты­рех­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/06/069754f7c3acbf16d5ca2263d4231f04.png впи­сан в окруж­ность, сле­до­ва­тель­но http://reshuege.ru/formula/ed/edf62c27c8d4130cc2267acd44b8cbe8.png. Но http://reshuege.ru/formula/47/478fc08e12e00a26e000911b50886a5a.png, от­ку­да http://reshuege.ru/formula/06/06411f1da1b91b52c42330ce98fee2b7.png. Так как тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png и http://reshuege.ru/formula/82/822c97f79ff60e25fa38d3a0a39afea6.png имеют еще общий угол http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png, они по­доб­ны, при­чем ко­эф­фи­ци­ент по­до­бия равен от­но­ше­нию ра­ди­у­сов окруж­но­стей, впи­сан­ных в эти тре­уголь­ни­ки.

Далее имеем:

1) http://reshuege.ru/formula/27/27d2e45f57fe28a55de36c472b813967.png

2) http://reshuege.ru/formula/60/60e54764b9cc0734a230abb0427fbbfa.png, где http://reshuege.ru/formula/83/83878c91171338902e0fe0fb97a8c47a.png — по­лу­пе­ри­метр тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/ae/aeddae62f4cb5210fea17c4e9cbe2d05.png рав­ный длине от­рез­ка http://reshuege.ru/formula/d2/d204d2a8a53318e333d85328c8db820c.png как сумма от­рез­ков ка­са­тель­ных про­ве­ден­ных из одной точки.

3) из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/75/758ac4a4b30b1b148b859b647f317045.png на­хо­дим http://reshuege.ru/formula/1b/1bb6445d2aa9c1610f7ff9f02453f5a4.png, от­ку­да http://reshuege.ru/formula/74/74d8a26adde8e1b45920f40c784bb645.png.

Под­став­ляя най­ден­ное http://reshuege.ru/formula/02/02cac36b3d0bcb6e9b0b286646bfd6a0.png в фор­му­лу пло­ща­ди тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png, окон­ча­тель­но по­лу­ча­ем

http://reshuege.ru/formula/2f/2fecca7b51323765782c7df493987fc9.png.

***Вто­рой слу­чай.***

От­ли­ча­ет­ся от пер­во­го рас­по­ло­же­ни­ем точки http://reshuege.ru/formula/44/44c29edb103a2872f519ad0c9a0fdaaa.png левее точек http://reshuege.ru/formula/8d/8d9c307cb7f3c4a32822a51922d1ceaa.png и http://reshuege.ru/formula/a5/a5f3c6a11b03839d46af9fb43c97c188.png. В этом слу­чае http://reshuege.ru/formula/ac/ac233a88af3de2d649fff89c44960faa.png и в рас­суж­де­нии они и тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/82/822c97f79ff60e25fa38d3a0a39afea6.png и http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png долж­ны быть по­ме­ня­ны ме­ста­ми. Таким об­ра­зом, в этом слу­чае http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png — мень­ший из двух тре­уголь­ни­ков, а ра­ди­ус впи­сан­ной в него окруж­но­сти http://reshuege.ru/formula/4b/4b43b0aee35624cd95b910189b3dc231.png. Зна­чит

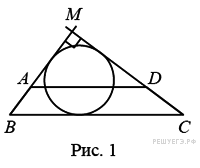
http://reshuege.ru/formula/3a/3ac18ae9139517dfe67578d31f053224.png где http://reshuege.ru/formula/83/83878c91171338902e0fe0fb97a8c47a.png — по­лу­пе­ри­метр тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/39/39e2e582d3594fb1ee839ee42f21808c.png рав­ный от­рез­ку http://reshuege.ru/formula/a0/a08822eb7ab38a78369a5bae9875608d.png При этом, как и в пер­

вом слу­чае, http://reshuege.ru/formula/b0/b096b581467ad1830017dfcaa45d26a9.png Таким об­ра­зом http://reshuege.ru/formula/6b/6b21462887a54f0774c7b1502ca495f3.png

Ответ: http://reshuege.ru/formula/0b/0b61a0c2ad3f38cc5334333958538d88.png или http://reshuege.ru/formula/6b/6b21462887a54f0774c7b1502ca495f3.png

**C 4 .** Бо­ко­вые сто­ро­ны *AB* и *CD* тра­пе­ции *ABCD* равны 6 и 8 со­от­вет­ствен­но. От­ре­зок, со­еди­ня­ю­щий се­ре­ди­ны диа­го­на­лей, равен 5, сред­няя линия тра­пе­ции равна 25. Пря­мые *AB* и *CD* пе­ре­се­ка­ют­ся в точке *М*. Най­ди­те ра­ди­ус окруж­но­сти, впи­сан­ной в тре­уголь­ник *ВМС*.

**Ре­ше­ние.**

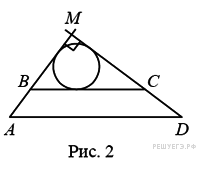


В любой тра­пе­ции от­ре­зок, со­еди­ня­ю­щий се­ре­ди­ны диа­го­на­лей тра­пе­ции, равен по­лу­раз­но­сти ос­но­ва­ний тра­пе­ции, а сред­няя линия — по­лу­сум­ме ос­но­ва­ний тра­пе­ции. В нашем слу­чае по­лу­раз­ность ос­но­ва­ний равна 5, а по­лу­сум­ма ос­но­ва­ний равна 25, по­это­му ос­но­ва­ния тра­пе­ции равны 20 и 30.

Пред­по­ло­жим что http://reshuege.ru/formula/28/2848f9a8ff9cad040629903e62ba5987.png . Сто­ро­ны *BС* и *АD* тре­уголь­ни­ков *МВС*и *MAD* па­рал­лель­ны, по­это­му эти тре­уголь­ни­ки по­доб­ны с ко­эф­фи­ци­ен­том http://reshuege.ru/formula/bb/bb1c2d2d4a95bfdc63a71f006250fb13.png Зна­чит,

http://reshuege.ru/formula/69/69c6318493af8ee47bd11c36336e3814.png, http://reshuege.ru/formula/a9/a9d32010474992f6caa9d27901851b88.png.

За­ме­тим, что http://reshuege.ru/formula/25/2599bf854903050abb99b8df5a49803d.png, по­это­му тре­уголь­ник *МВС* — пря­мо­уголь­ный с ги­по­те­ну­зой *BС*. Ра­ди­ус его впи­сан­ной окруж­но­сти равен: http://reshuege.ru/formula/38/3864673c234a55ee65e43e717d667164.png.

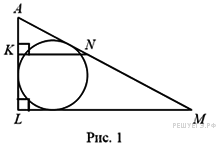


Пусть те­перь http://reshuege.ru/formula/93/93d1c00ba99d78e8109f5932ea3417dc.png, http://reshuege.ru/formula/9b/9bc7d7155ceb82c1741183c26f5aff0e.png (рис. 2). Ана­ло­гич­но преды­ду­ще­му слу­чаю можно по­ка­зать, что ра­ди­ус впи­сан­ной окруж­но­сти тре­уголь­ни­ка *MAD* равен 6. Тре­уголь­ник *MAD*и *МВС* по­доб­ны с ко­эф­фи­ци­ен­том http://reshuege.ru/formula/bb/bb1c2d2d4a95bfdc63a71f006250fb13.png  Зна­чит, ра­ди­ус впи­сан­ной окруж­но­сти тре­уголь­ни­ка *МВС* равен http://reshuege.ru/formula/e7/e7a26044ff8bd58067dd37fc5ad97867.png.

Ответ: 4; 6.

**C 4** Бо­ко­вые сто­ро­ны *KL* и *MN* тра­пе­ции *KLMN* равны 8 и 17 со­от­вет­ствен­но. От­ре­зок, со­еди­ня­ю­щий се­ре­ди­ны диа­го­на­лей, равен 7,5, сред­няя линия тра­пе­ции равна 17,5. Пря­мые *KL* и *MN* пе­ре­се­ка­ют­ся в точке *A*. Най­ди­те ра­ди­ус окруж­но­сти, впи­сан­ной в тре­уголь­ник *ALM*.

**Ре­ше­ние.**



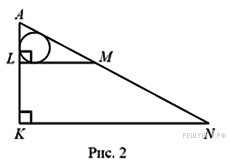
В любой тра­пе­ции от­ре­зок, со­еди­ня­ю­щий се­ре­ди­ны диа­го­на­лей тра­пе­ции, равен по­лу­раз­но­сти ос­но­ва­ний тра­пе­ции, а сред­няя линия — по­лу­сум­ме ос­но­ва­ний тра­пе­ции. В нашем слу­чае по­лу­раз­ность ос­но­ва­ний равна 7,5, а по­лу­сум­ма ос­но­ва­ний равна 17,5, по­это­му ос­но­ва­ния тра­пе­ции равны 10 и 25.

Пред­по­ло­жим что http://reshuege.ru/formula/11/115071e0a05193829f5b716b2e92ca0d.png, http://reshuege.ru/formula/10/10dfad0553403ea73c23554f8eb86349.png (рис. 1). Сто­ро­ны *LM* и *KN* тре­уголь­ни­ков *ALM* и *AKN* па­рал­лель­ны, по­это­му эти тре­уголь­ни­ки по­доб­ны с ко­эф­фи­ци­ен­том http://reshuege.ru/formula/62/62ffe6be79af4472e9084ef2b21bcace.png Зна­чит,

http://reshuege.ru/formula/85/857b7f46be4f116eca68182a412c0a02.png, http://reshuege.ru/formula/73/733a81942d46f6c579beb07895e03914.png.

За­ме­тим, что http://reshuege.ru/formula/b0/b01bc96263819943149b363d27cc483e.png, по­это­му тре­уголь­ник *ALM* — пря­мо­уголь­ный с ги­по­те­ну­зой *AM*. (По­это­му тра­пе­ция пря­мо­уголь­ная, как и изоб­ра­же­но на ри­сун­ке.) Ра­ди­ус впи­сан­ной в тре­уголь­

ник *ALM* окруж­но­сти равен http://reshuege.ru/formula/ba/baba056c99bcfeed898af3b52d89502f.png.



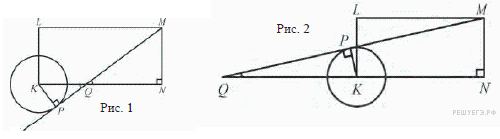
Пусть те­перь http://reshuege.ru/formula/3a/3af47d230769c1a3d18bcc15a421ed7d.png (рис. 2). Ана­ло­гич­но преды­ду­ще­му слу­чаю можно по­ка­зать, что ра­ди­ус впи­сан­ной окруж­но­сти тре­уголь­ни­ка *AKN* равен 5. Тре­уголь­ник *AKN* и *ALM* по­доб­ны с ко­эф­фи­ци­ен­том http://reshuege.ru/formula/62/62ffe6be79af4472e9084ef2b21bcace.png Зна­чит, ра­ди­ус впи­сан­ной окруж­но­сти тре­уголь­ни­ка *ALM* равен http://reshuege.ru/formula/2e/2e62ba0fa557dce2fd6f769b5bc62805.png.

Ответ: 2; 5.

**C 4 .** Дан пря­мо­уголь­ник *KLMN* со сто­ро­на­ми: *KN* = 13, *MN* = *6*. Пря­мая, про­хо­дя­щая через вер­ши­ну *М*, ка­са­ет­ся окруж­но­сти с цен­тром *К* ра­ди­у­са 3 и пе­ре­се­ка­ет­ся с пря­мой *KN* в точке *Q*. Най­ди­те *QK*.

**Ре­ше­ние.**

Пусть точка http://reshuege.ru/formula/f0/f09564c9ca56850d4cd6b3319e541aee.png лежит между http://reshuege.ru/formula/a5/a5f3c6a11b03839d46af9fb43c97c188.png и http://reshuege.ru/formula/8d/8d9c307cb7f3c4a32822a51922d1ceaa.png (рис.1), http://reshuege.ru/formula/44/44c29edb103a2872f519ad0c9a0fdaaa.png - точка ка­са­ния пря­мой http://reshuege.ru/formula/51/51f581937765890f2a706c77ea8af3cc.png с дан­ной окруж­но­стью. Обо­зна­чим http://reshuege.ru/formula/cf/cf4b74227a308bc19846ad440e93d8fc.png.



Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/f8/f88ffebee9059bc894808be5d6fbc80e.png по тео­ре­ме Пи­фа­го­ра на­хо­дим

http://reshuege.ru/formula/5a/5a2cf00423908d41dee0e93863e25a40.png

.

Пря­мо­уголь­ные тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/f8/f88ffebee9059bc894808be5d6fbc80e.png и http://reshuege.ru/formula/8d/8dde26c96d23303b76d872ced90d636b.png по­доб­ны, по­это­му http://reshuege.ru/formula/cd/cda925d49761b2eeeae6621f95f07743.png, от­ку­да http://reshuege.ru/formula/ff/ff4ad52e39be2f39fbc3d80bb93eb5ce.png.

http://reshuege.ru/formula/7b/7bf00989cbbca4b70dddc9955b9c5737.png, http://reshuege.ru/formula/fe/fe2e868bb1842fa7450d26be6cd0c3bc.png, http://reshuege.ru/formula/9d/9d34cdbb94fcc091b5b16cb7faeac526.png.

Если точка http://reshuege.ru/formula/f0/f09564c9ca56850d4cd6b3319e541aee.png лежит на про­дол­же­нии сто­ро­ны http://reshuege.ru/formula/93/93437597656efdb384976096b6261386.png за точку http://reshuege.ru/formula/a5/a5f3c6a11b03839d46af9fb43c97c188.png (рис.2), то, рас­суж­дая ана­ло­гич­но,

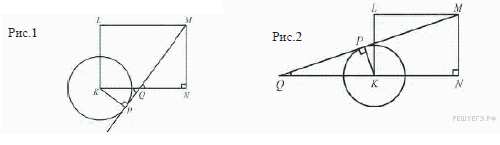
по­лу­чим урав­не­ниеhttp://reshuege.ru/formula/cd/cd393a65acd363a824b391dfaee29083.png, из ко­то­ро­го http://reshuege.ru/formula/f3/f3e3d26ecc57f6034342e91ad7e1fef6.png.

Ответ: http://reshuege.ru/formula/e4/e4da3b7fbbce2345d7772b0674a318d5.png или http://reshuege.ru/formula/2b/2b25148577b6326f21ccdb94558b422a.png.

**C 4 .** Дан пря­мо­уголь­ник *KLMN* со сто­ро­на­ми: *KN* = 11, *MN* = 8. Пря­мая, про­хо­дя­щая через вер­ши­ну *М*, ка­са­ет­ся окруж­но­сти с цен­тром *К* ра­ди­у­са 4 и пе­ре­се­ка­ет­ся с пря­мой *KN* в точке *Q*. Най­ди­те *QK*.

**Ре­ше­ние.**

Пусть точка http://reshuege.ru/formula/f0/f09564c9ca56850d4cd6b3319e541aee.png лежит между http://reshuege.ru/formula/a5/a5f3c6a11b03839d46af9fb43c97c188.png и http://reshuege.ru/formula/8d/8d9c307cb7f3c4a32822a51922d1ceaa.png (рис.1), http://reshuege.ru/formula/44/44c29edb103a2872f519ad0c9a0fdaaa.png - точка ка­са­ния пря­мой http://reshuege.ru/formula/51/51f581937765890f2a706c77ea8af3cc.png с дан­ной окруж­но­стью. Обо­зна­чим http://reshuege.ru/formula/cf/cf4b74227a308bc19846ad440e93d8fc.png.



Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/f8/f88ffebee9059bc894808be5d6fbc80e.png по тео­ре­ме Пи­фа­го­ра на­хо­дим

http://reshuege.ru/formula/68/6825d80fb96c8a8f94014137433f7630.png

.

Пря­мо­уголь­ные тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/f8/f88ffebee9059bc894808be5d6fbc80e.png и http://reshuege.ru/formula/8d/8dde26c96d23303b76d872ced90d636b.png по­доб­ны, по­это­му http://reshuege.ru/formula/cd/cda925d49761b2eeeae6621f95f07743.png, от­ку­да http://reshuege.ru/formula/40/40f76dc7e4a487113a4366ffb74e9cdd.png.

http://reshuege.ru/formula/d4/d48f5e574e015d01c94accdb8cc35b56.png, http://reshuege.ru/formula/fb/fb89541245f02572eedbbd7bc08ec821.png, http://reshuege.ru/formula/9d/9d34cdbb94fcc091b5b16cb7faeac526.png.

Если точка http://reshuege.ru/formula/f0/f09564c9ca56850d4cd6b3319e541aee.png лежит на про­дол­же­нии сто­ро­ны http://reshuege.ru/formula/93/93437597656efdb384976096b6261386.png за точку http://reshuege.ru/formula/a5/a5f3c6a11b03839d46af9fb43c97c188.png (рис.2), то, рас­суж­дая ана­ло­гич­но, по­лу­чим урав­не­ниеhttp://reshuege.ru/formula/9f/9f5851483db6026ca5d269d8b71f0e71.png, из ко­то­ро­го http://reshuege.ru/formula/29/29e5086024bdb8901e20fd8c81013e19.png.

Ответ: http://reshuege.ru/formula/e4/e4da3b7fbbce2345d7772b0674a318d5.png или http://reshuege.ru/formula/27/27bec6961c235906c68c5fffd389d25c.png.