**С-4. Окружность и треугольники.**

**C 4** В тре­уголь­ни­ке http://reshuege.ru/formula/5d/5d5b1eb9f1c9d513435d53987d994855.png Точка *D* лежит на пря­мой *BC* при­чем http://reshuege.ru/formula/11/11d4daadd86c4a079f05a2be90645a04.png. Окруж­но­сти, впи­сан­ные в каж­дый из тре­уголь­ни­ков *ADC* и *ADB* ка­са­ют­ся сто­ро­ны *AD* в точ­ках *E* и*F*. Най­ди­те длину от­рез­ка *EF*.

**Ре­ше­ние.**

Пусть http://reshuege.ru/formula/32/322e52e3ae96679a56ba973246cd1a73.png, http://reshuege.ru/formula/45/457ac206684322f19dd55a94a857b35f.png, http://reshuege.ru/formula/65/6527957470b96fac39119c39c0c96c23.png. Ис­поль­зуя свой­ства ка­са­тель­ных, под­счи­та­ем раз­ны­ми спо­со­ба­ми пе­ри­мет­ры тре­уголь­ни­ков

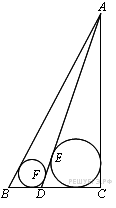
http://reshuege.ru/formula/bc/bcd1af50b82c4de727cce73c35016079.png

От­ку­да по­лу­ча­ем: http://reshuege.ru/formula/f0/f05e163574d697235ade812a73d24a49.png Ана­ло­гич­но, http://reshuege.ru/formula/c9/c9c83823474d1a02393b84ea511d2952.png

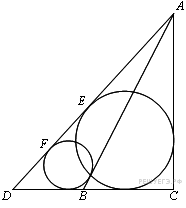
Тогда http://reshuege.ru/formula/52/5213620d58efc806a6fda8a0a0c54d8e.png

Воз­мож­ны два слу­чая:

1. Точка http://reshuege.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png лежит на от­рез­ке http://reshuege.ru/formula/90/90b425c2898f0ee7d2629aad1e09646f.png Тогда http://reshuege.ru/formula/0d/0df2a24424d0564c83bbc0480fa71451.png зна­чит http://reshuege.ru/formula/15/1507830caaffeefa06c8c2e44e322882.png



2. Точка *D* лежит вне от­рез­ка http://reshuege.ru/formula/90/90b425c2898f0ee7d2629aad1e09646f.png Тогда http://reshuege.ru/formula/ea/eaa6c783fdd09521dbeb2031e08665c9.png зна­чит http://reshuege.ru/formula/cf/cf344f5152ae3aa249320802ff889fa7.png



Ответ: http://reshuege.ru/formula/ca/ca957a986c01641bda28980c24a58a13.png или http://reshuege.ru/formula/18/18fdbd6f6758a6398e27ed3ec6d3145a.png

**C 4** В тре­уголь­ни­ке http://reshuege.ru/formula/85/855dca7658d52534235524020c281de0.png Точка http://reshuege.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png лежит на пря­мой http://reshuege.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508d.png при­чем http://reshuege.ru/formula/42/42beaffb5e2687dcfa3000baf144abd4.png Окруж­но­сти, впи­сан­ные в тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/72/72c1bba79e6502c017bd14bc00a68491.png и http://reshuege.ru/formula/11/1180214aaa473661d2ded5bf02abc75b.png ка­са­ют­ся сто­ро­ны http://reshuege.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1.png в точ­ках http://reshuege.ru/formula/3a/3a3ea00cfc35332cedf6e5e9a32e94da.png и http://reshuege.ru/formula/e3/e347164d8cc774b623f63491e4f16ebf.png Най­ди­те длину от­рез­ка http://reshuege.ru/formula/5b/5b048bf2b97861705a632299ec97b7d5.png

**Ре­ше­ние.**

Пусть http://reshuege.ru/formula/08/089b5d5ccb550090aaeedf16fc59e14f.png Ис­поль­зуя свой­ства ка­са­тель­ных, под­счи­та­ем раз­ны­ми спо­со­ба­ми пе­ри­мет­ры тре­уголь­ни­ков

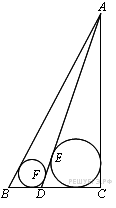
http://reshuege.ru/formula/a0/a0d2c644bba65ab45f1d923de41e0d62.png

От­ку­да по­лу­ча­ем: http://reshuege.ru/formula/23/23145024ad863aecf527622a67f53d2a.png Ана­ло­гич­но, http://reshuege.ru/formula/cc/cc96c5e8ebf21ee5997e2cb5f2912c13.png

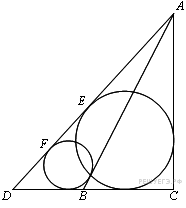
Тогда http://reshuege.ru/formula/79/7963fe179e8bd236d6c2ab636e88b476.png

Воз­мож­ны два слу­чая:

1. Точка http://reshuege.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png лежит на от­рез­ке http://reshuege.ru/formula/90/90b425c2898f0ee7d2629aad1e09646f.png Тогда http://reshuege.ru/formula/27/27c6a6a47fb6a3398168bdc70d7d2b8c.png зна­чит, http://reshuege.ru/formula/78/78b583d0f35be76e712bd1f6483085a6.png



2. Точка http://reshuege.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png лежит вне от­рез­ка http://reshuege.ru/formula/90/90b425c2898f0ee7d2629aad1e09646f.png Тогда http://reshuege.ru/formula/e1/e12a63260f2c8521d4b9f638ba48f676.png зна­чит, http://reshuege.ru/formula/50/50320877d95f278fdfcd507b51873e96.png



Ответ: 4,5 или 6.

**C-4.**  Вы­со­та рав­но­бед­рен­но­го тре­уголь­ни­ка, опу­щен­ная на ос­но­ва­ние, равна 9, а ра­ди­ус впи­сан­ной в тре­уголь­ник окруж­но­сти равен 4. Най­ди­те ра­ди­ус окруж­но­сти, ка­са­ю­щей­ся сто­ро­ны тре­уголь­ни­ка и про­дол­же­нии двух его сто­рон.

**Ре­ше­ние.**

Пусть http://reshuege.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1.png — вы­со­та рав­но­бед­рен­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/14/14b1ad51ec1c47b47bee445bd306a51b.png опу­щен­ная на его ос­но­ва­ние http://reshuege.ru/formula/9c/9ce0f9c74bf61a9eee299747e44fc28f.png — центр впи­сан­ной окруж­но­сти, http://reshuege.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png — точка ее ка­са­ния с бо­ко­вой сто­ро­ной http://reshuege.ru/formula/0c/0c6ed112a9eb109891082295b6e83622.png

Тогда

http://reshuege.ru/formula/91/91d166ce340494e4bbd8ece5b114a9e6.png

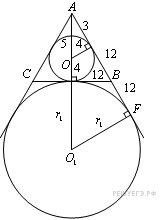
Обо­зна­чим http://reshuege.ru/formula/51/51c26105a204dfaee78e8496853caeec.png Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка на­хо­дим, что http://reshuege.ru/formula/13/13a0fbc3572eaf5ea4721b907d78c1ad.png

Тогда http://reshuege.ru/formula/ef/ef46c4f64e2103cfe020a3cff994b65a.png

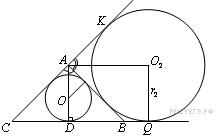
Пусть окруж­ность с цен­тром http://reshuege.ru/formula/31/31b6eb924de49df799c3016cfea5a36b.png и ра­ди­у­сом http://reshuege.ru/formula/ba/baf606802b02a2603db47ea634c06429.png ка­са­ет­ся про­дол­же­ния бо­ко­вых сто­рон http://reshuege.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png и http://reshuege.ru/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bc.png в точ­ках http://reshuege.ru/formula/80/800618943025315f869e4e1f09471012.png и http://reshuege.ru/formula/df/dfcf28d0734569a6a693bc8194de62bf.png со­от­вет­ствен­но, а также ос­но­ва­ния http://reshuege.ru/formula/90/90b425c2898f0ee7d2629aad1e09646f.png Тогда http://reshuege.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png — точка ка­са­ния, по­это­му

http://reshuege.ru/formula/3b/3bcbab254db3321ea1723836065425c0.png

Сле­до­ва­тель­но, http://reshuege.ru/formula/41/418e87c4e23f85cda66ce86feed784cc.png



Пусть те­перь окруж­ность с цен­тром http://reshuege.ru/formula/49/49e4fe93c55ea5f2b7bf970512cbc408.png ра­ди­у­са http://reshuege.ru/formula/99/9968fc4470c99482a3c991158a8e9448.png ка­са­ет­ся бо­ко­вой сто­ро­ны http://reshuege.ru/formula/0e/0ece6084c14c4498d927715935731914.png про­дол­же­ния ос­но­ва­ния http://reshuege.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508d.png в точке http://reshuege.ru/formula/f0/f09564c9ca56850d4cd6b3319e541aee.png и про­дол­же­ния бо­ко­вой сто­ро­ны http://reshuege.ru/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bc.png в точке http://reshuege.ru/formula/57/57fbc7ee0cc06365d39eabde4079c0ef.png Центр окруж­но­сти, впи­сан­ной в угол, лежит на его бис­сек­три­се, по­это­му http://reshuege.ru/formula/47/473161f2a895a4359ebfcec50f5243f8.png и http://reshuege.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1.png — бис­сек­три­сы смеж­ных углов http://reshuege.ru/formula/30/303b1c69d70d75ee14d0c7a4454c9396.png и http://reshuege.ru/formula/ac/ac4a6b385d74792d45100caab953c132.png зна­чит, http://reshuege.ru/formula/11/114872ea7dbab3b07985dab7df06323b.png. Тогда http://reshuege.ru/formula/db/dbd31028acd18ff6088d6ed14fcb02eb.png — пря­мо­уголь­ник. Сле­до­ва­тель­но, http://reshuege.ru/formula/04/04e2938cf5fe398ce85633007b9df9f1.png. Ра­ди­ус окруж­но­сти, ка­са­ю­щей­ся бо­ко­вой сто­ро­ны http://reshuege.ru/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bc.png и про­дол­же­ний ос­но­ва­ния http://reshuege.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508d.png и бо­ко­вой сто­ро­ны http://reshuege.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png также равен 9.



Ответ: 9 или 36.

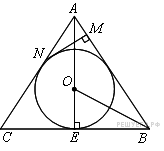
**C 4** Пря­мая, пер­пен­ди­ку­ляр­ная бо­ко­вой сто­ро­не рав­но­бед­рен­но­го тре­уголь­ни­ка, от­се­ка­ет от него четырёхуголь­ник, в ко­то­рый можно впи­сать окруж­ность. Най­ди­те ра­ди­ус окруж­но­сти, если от­ре­зок пря­мой, за­ключённый внут­ри тре­уголь­ни­ка, равен http://reshuege.ru/formula/16/1679091c5a880faf6fb5e6087eb1b2dc.png, а от­но­ше­ние бо­ко­вой сто­ро­ны тре­уголь­ни­ка к его ос­но­ва­нию равно http://reshuege.ru/formula/a0/a08f6fd5ee7f72ac3ffbec2809ed9df9.png.

**Ре­ше­ние.**

Обо­зна­чим дан­ный тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png, http://reshuege.ru/formula/26/269be8d75c78a2e96ccaa6157aa109f9.png — ос­но­ва­ние, http://reshuege.ru/formula/70/702879e428b3138e4191bdfe315530b7.png. За­ме­тим, что окруж­ность, о ко­то­рой го­во­рит­ся в усло­вии, — окруж­ность, впи­сан­ная в тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/4b/4b5b9eab089a2e0ff9b286f012e61feb.png Пусть http://reshuege.ru/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506e.png — её центр, а http://reshuege.ru/formula/3a/3a3ea00cfc35332cedf6e5e9a32e94da.png — точка ка­са­ния с ос­но­ва­ни­ем http://reshuege.ru/formula/90/90b425c2898f0ee7d2629aad1e09646f.png

Обо­зна­чим http://reshuege.ru/formula/5c/5cfabc240fdd2396223a35bb67b90c97.png

Так как http://reshuege.ru/formula/7b/7b60a39fc2a49bbac1b3426abb5ada4b.png — бис­сек­три­са тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/90/903313b86cfb89682d191d1a6469e398.png, то http://reshuege.ru/formula/13/135bc31a6b87870a7f6f3e6224fd4858.png сле­до­ва­тель­но, http://reshuege.ru/formula/45/451bf8960f1d05cced8c088cad44204e.png



*Пер­вый слу­чай.* Пусть пря­мая http://reshuege.ru/formula/94/943afaf25ac17fe7bc39fdaae916e3a4.png пер­пен­ди­ку­ляр­ная http://reshuege.ru/formula/0e/0ece6084c14c4498d927715935731914.png ка­са­ет­ся окруж­но­сти, пе­ре­се­ка­ет http://reshuege.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png в точке http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png, а http://reshuege.ru/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bc.png в точке http://reshuege.ru/formula/8d/8d9c307cb7f3c4a32822a51922d1ceaa.png (рис. 1). Тогда http://reshuege.ru/formula/72/721dc2615f3f8dc728ce11eac8906f26.png,

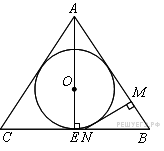
http://reshuege.ru/formula/92/92f99c72a83e5e98e4b9fbeaab376510.png

В тре­уголь­ни­ке http://reshuege.ru/formula/88/8818c923c16a17fb5da4e07a809b8d87.png имеем http://reshuege.ru/formula/01/0131e921ce88523170c0e58f8b112508.png

У опи­сан­но­го че­ты­рех­уголь­ни­ка суммы про­ти­во­по­лож­ных сто­рон равны:

http://reshuege.ru/formula/f9/f95107c0326858d622a6f448815a6557.png

от­ку­да на­хо­дим: http://reshuege.ru/formula/c3/c3180a08b15293579e0dd382a54e9baa.png



*Вто­рой слу­чай.*Пусть пря­мая http://reshuege.ru/formula/94/943afaf25ac17fe7bc39fdaae916e3a4.png пер­пен­ди­ку­ляр­ная http://reshuege.ru/formula/0e/0ece6084c14c4498d927715935731914.png ка­са­ет­ся окруж­но­сти, пе­ре­се­ка­ет http://reshuege.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png в точке http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png, а http://reshuege.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508d.png в точке http://reshuege.ru/formula/8d/8d9c307cb7f3c4a32822a51922d1ceaa.png (рис. 2). В пря­мо­уголь­ном тре­уголь­ни­ке http://reshuege.ru/formula/bb/bb89d026953a95b644b55689ccabee5e.png

имеем http://reshuege.ru/formula/78/78a5cb3d24dd530ac70e7255aad857a4.png

У опи­сан­но­го четырёхуголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/e6/e620e988ce9352d63b3c5fd2930059fe.png суммы про­ти­во­по­лож­ных сто­рон равны:

http://reshuege.ru/formula/95/958ba7989bc8cdd6fccdf0f6da3ecb1a.png, http://reshuege.ru/formula/40/40245dcf47bea219a096160c6202ebf6.png

от­ку­да на­хо­дим: http://reshuege.ru/formula/26/26b3a0c2a89f477573b2feb2b47c070f.png

Ответ: http://reshuege.ru/formula/fe/fe6726f46f877a9be45ab402ebb5889b.png или http://reshuege.ru/formula/01/01fe38bc26d95ab9a4063e310d02b825.png.

**C 4**Пря­мая, пер­пен­ди­ку­ляр­ная ги­по­те­ну­зе пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка, от­се­ка­ет от него че­ты­рех­уголь­ник, в ко­то­рый можно впи­сать окруж­ность. Най­ди­те ра­ди­ус окруж­но­сти, если от­ре­зок этой пря­мой, за­ключённый внут­ри тре­уголь­ни­ка, равен 12, а ко­си­нус остро­го угла равен http://reshuege.ru/formula/46/463e10b4289d71d8f76004d317ee77b5.png.

**Ре­ше­ние.**

Обо­зна­чим дан­ный тре­уголь­ник *ABC*, http://reshuege.ru/formula/5f/5f1cf61758cb4e24b8136787fe2b13cd.png, http://reshuege.ru/formula/b7/b7b058b4d3b0d18c5d298c2cb715266f.png, — ги­по­те­ну­за, http://reshuege.ru/formula/8e/8ef9afd4c61fd9b990a200187a89c12b.png

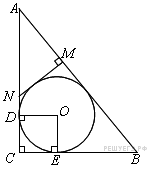
http://reshuege.ru/formula/1a/1a23349a909e13e30aea22f917391453.png. За­ме­тим, что окруж­ность, о ко­то­рой го­во­рит­ся в усло­вии, — окруж­ность, впи­сан­ная в тре­уголь­ник *ABC*. Пусть *О* — её центр, а *D* и*Е* — точки ка­са­ния с ка­те­та­ми *АС* и *ВС* со­от­вет­ствен­но. Тогда, так как *ODCE* — квад­рат, ра­ди­ус этой окруж­но­сти

http://reshuege.ru/formula/b1/b1c14811cb01bd355543a23bcf630399.png.

Пусть пря­мая *MN* пер­пен­ди­ку­ляр­на *АВ*, ка­са­ет­ся окруж­но­сти, пе­ре­се­ка­ет *АВ* в точке *М*, а *АС* в точке *N* (рис. 1). Пря­мо­уголь­ный тре­уголь­ник *ANM* по­до­бен тре­уголь­ни­ку *ABC*. В нём http://reshuege.ru/formula/01/01db08f83669618cebc29bb42143750f.png, http://reshuege.ru/formula/a6/a69beb431a291104b2a5686cd07dc59f.png, http://reshuege.ru/formula/34/34b44ee8b78b31cb729e36385bae6dc3.png.

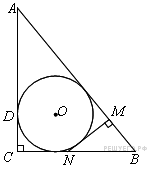
У опи­сан­но­го четырёхуголь­ни­ка суммы про­ти­во­по­лож­ных сто­рон равны:

http://reshuege.ru/formula/ef/efd164efb76eb4b7d16212d94f2baf98.png, http://reshuege.ru/formula/83/83df49aadfdd40fdc0a152921dcd238e.png, от­ку­да на­хо­дим: http://reshuege.ru/formula/11/115f56d072ef0db3cfb4fddc6f534e13.png.



Пусть пря­мая *MN* пер­пен­ди­ку­ляр­на *АВ*, ка­са­ет­ся окруж­но­сти, пе­ре­се­ка­ет *АВ* в точке *М*, а *ВС* в точке *N* (рис. 2). Пря­мо­уголь­ный тре­уголь­ник *NBM* по­до­бен тре­уголь­ни­ку *ABC*. В нём http://reshuege.ru/formula/01/01db08f83669618cebc29bb42143750f.png, http://reshuege.ru/formula/56/569a889c48a577a38efbac0224a23cfa.png, http://reshuege.ru/formula/bb/bb619318d1b620285767115f444ffe7f.png. У опи­сан­но­го четырёхуголь­ни­ка суммы про­ти­во­по­лож­ных сто­рон равны:

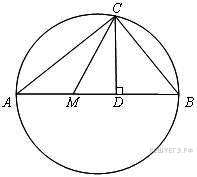
http://reshuege.ru/formula/95/958ba7989bc8cdd6fccdf0f6da3ecb1a.png, http://reshuege.ru/formula/85/85b39fe8378df82c0a58027a1f7635eb.png, от­ку­да на­хо­дим: http://reshuege.ru/formula/02/02fa9b11ec99323b86aeb27d72edb1ee.png.



Ответ: 8 или 9.

**C -4.** Точка *M* лежит на от­рез­ке *AB.* На окруж­но­сти с диа­мет­ром *AB* взята точка *C,* уда­лен­ная от точек*A,* *M* и *B* на рас­сто­я­ния 20, 14 и 15 со­от­вет­ствен­но. Най­ди­те пло­щадь тре­уголь­ни­ка *BMC.*

**Ре­ше­ние.**



Точка http://reshuege.ru/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257.png лежит на окруж­но­сти с диа­мет­ром http://reshuege.ru/formula/0e/0ece6084c14c4498d927715935731914.png по­это­му http://reshuege.ru/formula/53/531bf13fa919f353ab385c07e6c41347.png По тео­ре­ме Пи­фа­го­ра

http://reshuege.ru/formula/3c/3cad9ea805395f2a52d2239e51f49634.png

Пусть http://reshuege.ru/formula/41/4170acd6af571e8d0d59fdad999cc605.png — вы­со­та тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/4b/4b5b9eab089a2e0ff9b286f012e61feb.png Тогда:

http://reshuege.ru/formula/db/db3ffb9f88683fbda158ae859fea3b4e.png.

От­сю­да

http://reshuege.ru/formula/e4/e40b17191d8979ad4fc9e3abb3f22ac5.png

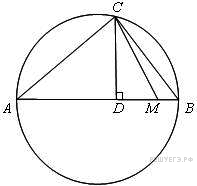
Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка на­хо­дим:

http://reshuege.ru/formula/e0/e0d7d4b215e2dd70cb30c616709e29ce.png

Если точка http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит между точ­ка­ми http://reshuege.ru/formula/7f/7fc56270e7a70fa81a5935b72eacbe29.png и http://reshuege.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png, то http://reshuege.ru/formula/9d/9d31aa47850b3971d02ba9d93c2e1dd0.png

Сле­до­ва­тель­но,

http://reshuege.ru/formula/e1/e1c87fc3f388dae2ad38ffc17929afee.png



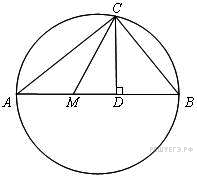
Если точка http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит между http://reshuege.ru/formula/9d/9d5ed678fe57bcca610140957afab571.png и http://reshuege.ru/formula/e1/e14181e6d130ce861cf7b8fd3c47e695.png то http://reshuege.ru/formula/41/41ea8b858e6552e8287bbd0f2fb541c6.png  Сле­до­ва­тель­но,

http://reshuege.ru/formula/7b/7b4ec92e0b0ea9bad8f9c794e90e2d74.png

**Ответ:** http://reshuege.ru/formula/7f/7f904d3ff6920e6d25b1b3565b2666c2.png

**C -4.**  Точка http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит на от­рез­ке http://reshuege.ru/formula/0c/0c6ed112a9eb109891082295b6e83622.png На окруж­но­сти с диа­мет­ром http://reshuege.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png взята точка http://reshuege.ru/formula/b8/b89e5a133abfb103cd888ed2cad06dc5.png уда­лен­ная от точекhttp://reshuege.ru/formula/46/4675773653557201b63811ae89973c60.png http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png и http://reshuege.ru/formula/9d/9d5ed678fe57bcca610140957afab571.png на рас­сто­я­ния 40, 29 и 30 со­от­вет­ствен­но. Най­ди­те пло­щадь тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/c3/c35d74f509577c810b253b17d41bc769.png

**Ре­ше­ние.**



Точка http://reshuege.ru/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257.png лежит на окруж­но­сти с диа­мет­ром http://reshuege.ru/formula/0e/0ece6084c14c4498d927715935731914.png по­это­му http://reshuege.ru/formula/7c/7c24c04d957b4d71ce1e389be0d5ae8c.png

По тео­ре­ме Пи­фа­го­раhttp://reshuege.ru/formula/d8/d82740a4d321fb42305151a3ad4ebe12.png Пусть http://reshuege.ru/formula/41/4170acd6af571e8d0d59fdad999cc605.png — вы­со­та тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/4b/4b5b9eab089a2e0ff9b286f012e61feb.png Тогда:

http://reshuege.ru/formula/5a/5a25c6efe01142957248b989c6c44488.png http://reshuege.ru/formula/68/68e7cd0381b906d7b496452225394d36.png

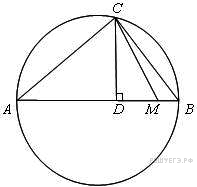
Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка на­хо­дим:

http://reshuege.ru/formula/de/de65a5287a30472665e1ca10e8e8398b.png

Если точка http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит между точ­ка­ми http://reshuege.ru/formula/7f/7fc56270e7a70fa81a5935b72eacbe29.png и http://reshuege.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png, то http://reshuege.ru/formula/51/51a06e1a7b6591aedc5f94c0dbc9f605.png

Сле­до­ва­тель­но,

http://reshuege.ru/formula/bf/bfd3f04d2e1ada6dee1c79ad9e937513.png



Если точка http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png лежит между http://reshuege.ru/formula/9d/9d5ed678fe57bcca610140957afab571.png и http://reshuege.ru/formula/f6/f623e75af30e62bbd73d6df5b50bb7b5.png , то http://reshuege.ru/formula/2f/2fb5442a0241d8e61200d470f2346a1f.png.

Сле­до­ва­тель­но,

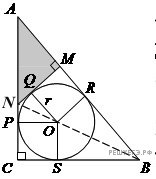
http://reshuege.ru/formula/fd/fd5bd83152ff9f91f3dd5d4d55882435.png

**Ответ:** http://reshuege.ru/formula/e9/e91e32b0299fcc67af466041e536a355.png

**C 4** Пря­мая, пер­пен­ди­ку­ляр­ная ги­по­те­ну­зе пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка, от­се­ка­ет от него четырёхуголь­ник, в ко­то­рый можно впи­сать окруж­ность. Най­ди­те ра­ди­ус окруж­но­сти, если от­ре­зок этой пря­мой, за­ключённый внут­ри тре­уголь­ни­ка, равен 40, а от­но­ше­ние ка­те­тов тре­уголь­ни­ка равно http://reshuege.ru/formula/e2/e294e131aaa314bf7affbc03cd8ab68c.png

**Ре­ше­ние.**

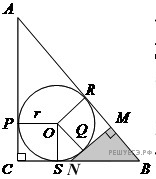
Обо­зна­чим тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png. Пред­по­ло­жим, что от­ре­зок http://reshuege.ru/formula/e0/e0f3dba3248a6ccb26950955635d93e2.png от­се­ка­ет от тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/ab/abf479b84576c493005b5c1534e3b781.png



Обо­зна­чим точки ка­са­ния окруж­но­сти и пря­мых http://reshuege.ru/formula/be/be9f2b0a91bb0578488a91a25b77180f.png Так как http://reshuege.ru/formula/2c/2c5ab55b351f55019f5797e0e54d1355.png и http://reshuege.ru/formula/e5/e569948d4c9e312ba8c7d093e1d8a3ac.png — квад­ра­ты, http://reshuege.ru/formula/e2/e2181d3a0e0714a1c7b328aaaf316fa4.png где http://reshuege.ru/formula/4b/4b43b0aee35624cd95b910189b3dc231.png — ра­ди­ус окруж­но­сти. Кроме того, http://reshuege.ru/formula/fc/fcd7f52c775c82f360dc20ce7a072598.png Зна­чит, http://reshuege.ru/formula/ab/ab6eaabaeab1609322f3cc6f0c922ceb.png — бис­сек­три­са угла http://reshuege.ru/formula/4b/4b5b9eab089a2e0ff9b286f012e61feb.png

Тре­уголь­ни­ки http://reshuege.ru/formula/62/6228af6dceeb0aa4adfffbfff33f8263.png и http://reshuege.ru/formula/3e/3eec97a2548c0131e759dbe3d1b7e9a4.png равны по ги­по­те­ну­зе и ка­те­ту. Пусть http://reshuege.ru/formula/c6/c60a1b44b38435bafcc8fc9a728e6e1f.png а http://reshuege.ru/formula/2c/2c2e33ae521d92760f6974b803110541.pngПо тео­ре­ме Пи­фа­го­ра http://reshuege.ru/formula/ca/ca7f0db937e91a0f8ebbeec825186303.png Тогда http://reshuege.ru/formula/4d/4dce0fff858de59c109a4c843e1b1f73.png Из по­до­бия тре­уголь­ни­ков http://reshuege.ru/formula/bb/bb89d026953a95b644b55689ccabee5e.png и http://reshuege.ru/formula/79/79661ff25e39af70fc48d7785f587e85.png по­лу­ча­ем: http://reshuege.ru/formula/72/72af7501f3eefcd1fb98b045373d56ba.png, от­ку­да http://reshuege.ru/formula/ce/ceff50335f356a06a4d9d5e6011826a9.png Сле­до­ва­тель­но, http://reshuege.ru/formula/dc/dc9270eb48090a0ad27ed6f9a4c0f297.png

Найдём ра­ди­ус окруж­но­сти: http://reshuege.ru/formula/a5/a54facacdf16eef9d0cc2b25259f879d.png



Если от­ре­зок от­се­ка­ет тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/39/391697340db296e3ec91791afaf3fbf9.png то, рас­суж­дая ана­ло­гич­но, на­хо­дим,

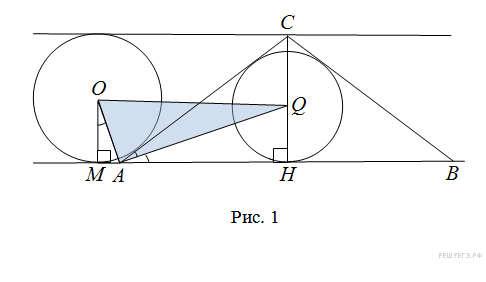
что http://reshuege.ru/formula/79/792496386feba2d980d3015a2cd1353c.png Из по­до­бия тре­уголь­ни­ков http://reshuege.ru/formula/79/79661ff25e39af70fc48d7785f587e85.png и http://reshuege.ru/formula/62/6228af6dceeb0aa4adfffbfff33f8263.png по­лу­ча­ем: http://reshuege.ru/formula/c4/c4d0fa92f4ea5e63bdd7ee1a5cc9f89c.png от­ку­

да http://reshuege.ru/formula/1a/1af491c08d280d138c042065437fcf28.png Тогда http://reshuege.ru/formula/f1/f1103b8b04e859ce3fc1dce3d64a8442.png

Ответ: 25 или 32.

**C 4**Рас­сто­я­ние между па­рал­лель­ны­ми пря­мы­ми равно http://reshuege.ru/formula/43/4363b12ae39947f045a4fb5fad740dc8.png На одной из них лежит вер­ши­на http://reshuege.ru/formula/0d/0d61f8370cad1d412f80b84d143e1257.png, на дру­гой — ос­но­ва­ние http://reshuege.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png рав­но­бед­рен­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png. Из­вест­но, что http://reshuege.ru/formula/8c/8cf3b4b77509ae47e961030a55e888f7.png Най­ди­те рас­сто­я­ние между цен­тра­ми окруж­но­стей, одна из ко­то­рых впи­са­на в тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/14/14b1ad51ec1c47b47bee445bd306a51b.png а вто­рая ка­са­ет­ся дан­ных па­рал­лель­ных пря­мых и бо­ко­вой сто­ро­ны тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/4b/4b5b9eab089a2e0ff9b286f012e61feb.png

**Ре­ше­ние.**



Пусть http://reshuege.ru/formula/1e/1ee0bf89c5d1032317d13a2e022793c8.png — вы­со­та тре­уголь­ни­ка, http://reshuege.ru/formula/4b/4b43b0aee35624cd95b910189b3dc231.png — ра­ди­ус окруж­но­сти, впи­сан­ной тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png, http://reshuege.ru/formula/f0/f09564c9ca56850d4cd6b3319e541aee.png — центр этой окруж­но­сти. Так как, http://reshuege.ru/formula/16/16aff414d07bcf943c9b11f20b790e93.png, то http://reshuege.ru/formula/2c/2ccd7210af04cf09fe6e214535feeae7.png. Сле­до­ва­тель­но, по­лу­пе­ри­метр тре­уголь­ни­

ка http://reshuege.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png равен http://reshuege.ru/formula/d1/d113de1a31bd49328ccdc6d25fee6dbc.png, а его пло­щадь http://reshuege.ru/formula/e6/e6de0c7009f6cb97fa86d4ce0cffbe5c.png, от­ку­да http://reshuege.ru/formula/fb/fbd3e7900709ff8ccfe7f55ab6f22a72.png.

Пусть http://reshuege.ru/formula/18/184a1aecea3bc8ede37bc097084969f9.png. Тогда http://reshuege.ru/formula/e7/e7f06f737d38e6042d67f176e1aa1996.png http://reshuege.ru/formula/35/358e4bff441e3199fd428dfe00e2f9c8.png.

Пусть окруж­ность с цен­тром http://reshuege.ru/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506e.png ка­са­ет­ся дан­ных па­рал­лель­ных пря­мых и бо­ко­вой сто­ро­ны http://reshuege.ru/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bc.png рав­но­бед­рен­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png, при­чем пря­мой http://reshuege.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png — в точке http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png , и не имеет общих точек с бо­ко­вой сто­ро­ной http://reshuege.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508d.png (рис. 1). Не­труд­но по­нять, что ра­ди­ус этой окруж­но­сти равен 3.

Центр окруж­но­сти, впи­сан­ной в угол, лежит на его бис­сек­три­се, по­это­му http://reshuege.ru/formula/2c/2c64c5cf613d8b9f4f7f3980d29aca10.png — бис­сек­три­са угла MAC . Тогда

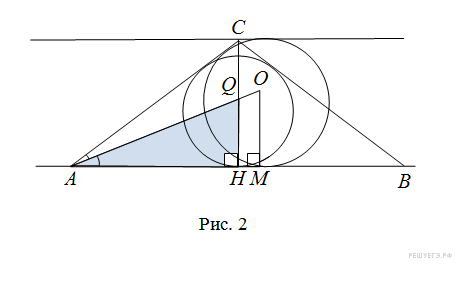
http://reshuege.ru/formula/f3/f3ebab9d662d8452f15b6e7a61fc2c07.png

http://reshuege.ru/formula/14/146654511f9e9f9f2ab68ced036e0e32.png,

http://reshuege.ru/formula/19/19744b0f8832b3c3bccfb2bcdaf0d1fe.png

Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/51/519058e7e3798bd94c8c27e9ec77dc53.png на­хо­дим, что

http://reshuege.ru/formula/f5/f51afc1a0f14c90fbfe5215aebf92e92.png



Пусть те­перь окруж­ность с цен­тром http://reshuege.ru/formula/f1/f186217753c37b9b9f958d906208506e.png ка­са­ет­ся дан­ных па­рал­лель­ных пря­мых и бо­ко­вой cто­ро­ны http://reshuege.ru/formula/41/4144e097d2fa7a491cec2a7a4322f2bc.png рав­но­бед­рен­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuege.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932.png, при­чем пря­мой http://reshuege.ru/formula/b8/b86fc6b051f63d73de262d4c34e3a0a9.png — в точке http://reshuege.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04ac.png, и пе­ре­се­ка­ет бо­ко­вую сто­ро­ну http://reshuege.ru/formula/f8/f85b7b377112c272bc87f3e73f10508d.png(рис. 2).

Тогда точки O и Q лежат на бис­сек­три­се угла http://reshuege.ru/formula/bc/bcf30d7f4abd7593b752cacd38ff491c.png. Тре­уголь­ник http://reshuege.ru/formula/81/8154e5c303d1ac0fddea00154b517c4b.png по­до­бен тре­уголь­ни­ку http://reshuege.ru/formula/89/891d80c2073280f4eea9174dbf6c4ed9.pngс ко­эф­фи­ци­ен­том http://reshuege.ru/formula/44/4487ce1a7d7a95ce3e6131f597f64157.png, по­это­му

http://reshuege.ru/formula/3a/3a6a87fe2a065c60fa3e61080c1622bb.png. Сле­до­ва­тель­но,

http://reshuege.ru/formula/2e/2e118b01977f9647c6be7e7e86fd4f63.png

.

Ответ: http://reshuege.ru/formula/46/46080580fb8fd007839b04918270298d.png или http://reshuege.ru/formula/b5/b51b0048a656bee179b920c3ee33b36b.png