**Пояснительная записка**

**к работе «Построение многоуровневой системы задач по теме**

**«Арифметическая и геометрическая прогрессии».**

Многоуровневая система задач по курсу алгебры и начал математического анализа позволит учащимся успешно освоить программу как на базовом, так и на углублённом уровнях, эффективно подготовиться к итоговой государственной аттестации в форме единого государственного экзамена. В представленной работе из каждого раздела школьного курса математики выделен максимально полный перечень элементов содержания образования на применение понятий, определений, теорем, приёмов решения задач определённого типа и способов общеучебной деятельности. В соответствии этому перечню составлена многоуровневая система учебных математических задач с охватом общеобразовательного и углубленного уровней. Эта система позволяет на основе задачного подхода разработать методику обучения математике, которая дает возможность построить для каждого учащегося индивидуальную образовательную траекторию, направленную как на формирование специальных, так и универальных учебных действий, и способствует успешной подготовке к итоговому государственному экзамену, к вступительным экзаменам в вузы, тем самым, в рамках учебного курса решить проблему качественного обучения математике в средней школе.

В представленной работе выделены внешний уровень дифференциации (базовый и углублённый) и внутренний уровень дифференциации (знакомая задача, модифицированная задача, незнакомая задача). Многоуровневая система задач для темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» формируется с помощью ее матричного представления, путем выделения ранжированного перечня базовых элементов содержания образования и соответствующих им базовых задач, – с одной стороны, и уровней обученности, отражающих умения решать знакомые, модифицированные и незнакомые задачи, – с другой.

Базовые задачи сгруппированы по следующим разделам:

* задачи на применение определений арифметической и геометрической прогрессий;
* задачи на применение характеристических свойств арифметической и геометрической прогрессий;
* нахождение одних элементов через другие;
* задачи на комбинацию арифметической и геометрической прогрессий;
* задачи на применение арифметической и геометрической прогрессий к различным разделам школьного курса;
* нестандартные задачи и из вариантов ЕГЭ.

Учебная деятельность при решении задач блока I (знакомая задача), носит репродуктивный характер. Используемые при этом задачи отличаются явными связями между данными и искомыми (известными и неизвестными) элементами. Ученик идентифицирует (анализирует, извлекает информацию, распознает знакомые задачи в ряду подобных), воспроизводит изученные способы или алгоритмы действий (строит логическую цепь рассуждений), применяет усвоенные знания в практическом плане для некоторого известного класса задач.

При решении задач блока II (видоизмененная задача), репродуктивная учебная деятельность сочетается с реконструктивной, в которой образцы деятельности не просто воспроизводятся по памяти, а реконструируются в несколько видоизмененных условиях. Происходит самостоятельное достраивание, выявление существенной и несущественной информации, восполнение недостающей компоненты, выдвижение и проверка гипотез, доказательство.

При решении задач блока III (незнакомая задача) учебная деятельность носит исследовательский, творческий характер. Ученик должен уметь ориентироваться в новых ситуациях и вырабатывать принципиально новые программы действий. Решение задач, соответствующего блока, требует от учащегося обладания обширным фондом отработанных и быстро развертываемых алгоритмов; умения оперативно перекодировать информацию из знаково-символической формы в графическую и, наоборот, из графической в знаково-символическую; привлечение приёмов и алгоритмов из других разделов, системного видения курса. Востребованными оказываются практически все познавательные универсальные учебные действия. Решение этого типа задач не просто предполагает использование старых алгоритмов в новых условиях и возрастание технической сложности, а отличается неочевидностью применения и комбинирования изученных алгоритмов. Задачи этого уровня имеют усложненную логическую структуру и характеризуются наличием латентных связей между данными и искомыми элементами. Такие задачи обычно предлагаются в качестве самых трудных на вступительных экзаменах в вузы с высокими требованиями к математической подготовке абитуриентов и в заданиях С4, С5, С6 вариантов ЕГЭ прошлых лет или 19, 20, 21 из вариантов ЕГЭ 2015 года.

**Многоуровневая система задач**

**по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии».**

1. ***Задачи на применение определений арифметической и геометрической прогрессий:***

1) Дано: (*а*n )Image7871 , *а1*= 5 d = 3 Найти: *а6 ; а10.*

2*)* Дано: (*b*n ) Image7872,*b1=* 5 q = 3 Найти: *b3 ; b5.*

3) Дано: (*а*n )Image7871 , *а4*= 11 d = 2 Найти: *а1 ;*

4*)* Дано: (*b*n ) Image7872, *b4=* 40q = 2 Найти: *b1 .*

*Ответы* 1) *а6*= *а1*+5 d = 5+ 5Image78733 = 20

*а10*= *а1*+9 d = 5+ 9Image78743 = 32

2) *b3* = *b1*Image7874q2 = 5 Image787432 =5Image78749=45

*b5* = *b1*Image7874q4 = 5 Image787434 =5Image787481=405

3) *а4*= *а1*+3 d Image7875*а1*= *а4* – 3 d =11 – 3Image78742 = 5

4) *b 4*= *b1*Image7874q3 Image7876*b 1*= *b 4* : q3 =40 : 23 = 5

1. ***Задачи на применение характеристических свойств арифметической и геометрической прогрессий:***

1) Дано: Image7877 (*а*n ) , *а4=12,5; а6=17,5.* Найти: *а5*

*Решение:* Используя свойство арифметической прогрессии *Image7878*

Имеем: *а5Image7879*

*Ответ: 15*

2) Дано: Image7872 (*b*n ), *b4=12,5; b6=17,5.*  Найти: *b5*

*Решение:* Используя свойство геометрической прогрессииImage7880

Имеем:Image7881=Image7882

*Ответ: 12*

***3. Нахождение одних элементов через другие:***

1) Число –3,8 является восьмым членом арифметической прогрессии *(ап),* а число –11

является ее двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число –30,8?

*Ответ:* является

2) Между числами 6 и 17 вставьте четыре числа так, чтобы вместе с данными числами

они образовали арифметическую прогрессию.

*Ответ:* 6;8,2;10’4;12’6;14’8;17

3) В геометрической прогрессии *b12* = З15 и *b14* = З17. Найдите *b1.*

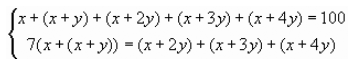
*Ответ:* b1=34 или b1= –34

4)Задача из папируса Ринда: Сто мер хлеба разделили между 5 людьми так, чтобы второй получил на столько же больше первого, на сколько третий получил больше второго, четвертый больше третьего и пятый больше четвертого. Кроме того, двое первых получили в 7 раз меньше трех остальных. Сколько нужно дать каждому?

*Решение. К*оличество хлеба, полученного участниками раздела, составляют возрастающую арифметическую прогрессию. Пусть первый ее член x, разность y. Тогда:

* а 1–Доля первого – x,
* а2–Доля второго – x+y,
* а3–Доля третьего – x+2y,
* а4–Доля четвертого – x+3y,
* а5–Доля пятого – x+4у.

На основании условия задачи составляем следующие 2 уравнения:



После упрощений первое уравнение получает вид x+2y=20, а второе 11x=2y.

Image7867Решив эту систему, имеем:Image7868 Image7869

Значит, хлеб должен быть разделен на следующие части: Image7870

*Ответ:* Image7870

5) Вычислите шестой член геометрической прогрессии, у которой разность между третьим и первым членами равна 9, а отношение пятого ко второму равна 8.

*Ответ*: 96

6) Сумма n первых членов геометрической прогрессии равна -341, ее первый член равен -1, а знаменатель равен 4. Найти n.

*Ответ:*  5

***4. Задачи на комбинацию арифметической и геометрической прогрессий:***

1) Сумма трех членов, составляющих арифметическую прогрессию, равна 15. Найти эти числа, если известно, что после прибавления к ним соответственно 1,4 и 19 получатся три числа, составляющие геометрическую прогрессию.

*Ответ*: 2; 5; 8 или 26; 5; -16.

2) Найдите три числа, составляющих геометрическую прогрессию, которые в сумме дают 26. При этом, если к указанным числам прибавить соответственно 1; 6; 3, то получим три числа, образующих арифметическую прогрессию.

*Ответ*: 2; 6; 18 или 18; 6; 2.

***5. Задачи на применение арифметической и геометрической прогрессий к различным разделам школьного курса:***

1) Клиент положил в банк 30000 рублей с ежеквартальным начислением 3% сроком на полтора года. Какая сумма по вкладам будет им получена в конце года?

*Ответ:*  35 821,57 рублей

2) В прямоугольник со сторонами 16см и 18см вписывается ромб, вершины которого являются серединами сторон прямоугольника. В полученный ромб аналогичным образом вписывается прямоугольник, а в него снова ромб и так далее. Докажите, что площади полученных фигур образуют геометрическую прогрессию. Найдите знаменатель этой прогрессии.

*Ответ:*  0,5

***6. Нестандартные задачи и из вариантов ЕГЭ.***

1)В озере растут лотосы. За сутки каждый лотос делится пополам, и вместо одного лотоса появляются два. Ещё через сутки каждый из получившихся лотосов делится пополам и так далее. Через 30 суток озеро полностью покрылось лотосами. Через какое время озеро было заполнено наполовину?

*Ответ:*  29

2) Написана “стайка девяти чисел” 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15,17, 19, представляющих собой арифметическую прогрессию. Кроме того, данная стайка чисел привлекательна способностью разместиться в девяти клетках квадрата 3х3 так, что образуется магический квадрат с константой, равной 33.

*Ответ:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 9 | 19 | 5 |
| 7 | 11 | 15 |
| 17 | 3 | 13 |

1. Найдите значение р, при котором числа р-5, √7р, р+4 являются последовательными тремя членами геометрической прогрессии.

*Ответ:*  10

1. Найдите третий член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, у которой первый член равен 2, а сумма равна 3.

*Ответ:*  2/9

1. Найдите сумму всех четных чисел К, каждое из которых делится без остатка на 15 и удовлетворяет условию -300≤К≤ 430.

*Ответ:*  1 500

1. Числа x, y, z (в указанном порядке) образуют геометрическую прогрессию, а числа x+y, y+z, z+x – арифметическую. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

*Ответ:*  1  или -2

**Литература.**

1. Кострикина Н.П.. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7-9 классов. - М.: Просвещение, 2009
2. Корешкова Т.А., Шевелева Н.В., Мирошин В.В.. Математика. 9 класс. Тренировочные задания. – М: Москва, 2009
3. Кочагина М.Н., Кочагин В.В.. Математика 9 класс. Сборник заданий. –  М: Москва, 2009

4. Кузнецова Л. В. и др. Сборник заданий для подготовки к государственной итоговой аттестации в 9 классе. - М.: Просвещение, 2009.

1. Лысенко Ф.Ф.. Алгебра 9 класс. Подготовка к итоговой аттестации – 2009 –Ростов-на-Дону: Легион, 2008
2. Лаппо Л.Д., Попов М.А.. Математика 9 класс. Сборник заданий. – М: Экзамен, 2009.
3. Мирошин В.В.. Алгебра 9 класс. Типовые тестовые задания. – М: Экзамен, 2009.
4. Мордкович А.Г., Семенов П.В.. Алгебра – 9. Учебник. М.: Мнемозина, 2013-2014г.
5. Мордкович А.Г., Тульчинская Е.Е., Мишустина Т.Н., Семенов П.В.. Алгебра – 9. Часть 2. Задачник. М.: Мнемозина, 2013-2014г.
6. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / [А. Г. Мордкович и др.]; под ред. Мордковича А.Г. - М: «Мнемозина», 2013-2014г
7. Мордкович. А.Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс: задачник для учащихся общеобразовательных учреждений / [А. Г. Мордкович и др.]; под ред.А.Г. Мордковича - М.: Мнемозина, 2013-2014г
8. Пичурин Л.Ф.. За страницами учебника алгебры. М.,1990г.
9. Ященко И.В. Математика- М: «Экзамен», 2015
10. Математика: ежемесячный научно-методический журнал издательства «Первое сентября»
11. Интернет-ресурсы: электронные образовательные ресурсы из единой коллекции цифровых образовательных ресурсов (<http://school-collection.edu.ru/>), каталога Федерального центра информационно-образовательных ресурсов (<http://fcior.edu.ru/>): информационные, электронные упражнения, мультимедиа ресурсы, электронные тесты (для подготовки к ЕГЭ)

<http://www.informika.ru/>

<http://www.ed.gov.ru/>

<http://www.edu.ru/>

<http://www.kokch.kts.ru/cdo/>

<http://uztest.ru/>

<http://www.sumirea.ru/narticle702.html>

<http://www.int-edu.ru/>