Задачи на максимум и минимум

1. Представьте число52 в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы сумма квадратов всех слагаемых была наименьшей, а отношение первого числа ко второму было равно 1:3.
2. Число 42 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых так. Чтобы отношение первого числа ко второму было равно 3:4, а произведение всех трех чисел было наибольшим.
3. Произведение трех последовательных членов геометрической прогрессии с отрицательным знаменателем равно 343. Найдите наибольшую сумму этих трех членов среди всех прогрессий, обладающих указанными свойствами.
4. Участок в форме прямоугольника площадью 800 огорожен с трех сторон забором. Найдите наименьшую длину забора.
5. Периметр параллелограмма с острым углом 30˚ равен 4. Найти максимально возможное значение площади параллелограмма.
6. В пирамиде SABC ребра SA и BC образуют угол 60˚, SA=4, BC=6√3. Найдите наименьшую площадь сечения пирамиды плоскостью, параллельной SA и BC.
7. Определите наименьшую суммарную длину всех ребер прямоу­гольного параллелепипеда, полная поверхность которого равна 600 см2, если основание его является квадратом.
8. Дана прямоугольная система координат xOy. Какую наименьшую площадь может иметь прямоугольный треугольник, на гипотенузе которого лежит точка M (0;1), а катеты лежат на прямых x=-2 и y=0?
9. Автомобиль находится в степи в точке М, отстоящей от ближайшей точки А автотрассы на 60 км. Водитель должен попасть в точку В автотрассы, отстоящую от точки М на 110 км. Водитель подсчитал, что если он сначала доедет до точки С, которая находится на автотрассе между точками А и В, а затем по автотрассе до точки В, то на весь путь он потратит наименьшее время. Найдите расстояние от А до С, считая, что автомобиль движется по степи прямолинейно со скоростью 30км/ч, по автотрассе со скоростью 50км/ч, а автотрасса – прямая линия.
10. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 10% золота, 40% серебра и 50% меди, второй – 20% серебра и 80% меди, третий – 20% золота, 30% серебра и 50%меди. Из них получили новый сплав, содержащий 5% золота. Какое наибольшее и какое наименьшее процентное содержание серебра может быть в новом сплаве?
11. Имеются три раствора. Первый содержит 80% спирта и 20% воды, второй – поровну глицерина и воды, третий – по 10% спирта и глицерина и 80% воды. Из них необходимо приготовить новый раствор, содержащий 40% воды. Какое наибольшее и какое наименьшее процентное содержание глицерина может быть в этом новом растворе?
12. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

x3-3x2-24x+a=0 имеет единственный корень.

1. При каком наименьшем значении a уравнение имеет ровно 2 корня?
2. При каком наименьшем значении а уравнение - *х*3 - 3*х*2 + 8 - а = 0 имеет ровно два корня?
3. Найдите все значения параметра *р*, при которых уравнение   
   *р*·ctg2 *х +* 2sin *x + р* = 3 имеет хотя бы один корень.
4. Найдите все значения параметра *р,* при которых уравнение   
   4sin3 *х* + 3cos *2х +р* = 0 не имеет корней.
5. Найдите все значения параметра p, при которых уравнение

не имеет корней.

1. Сравните числа π√10 и (√10)π .

***Ответы:***

1. 8+24+20
2. 12+16+14
3. -7
4. 80
5. 0.5
6. 4
7. 45км
8. pЄ(-∞;-3)(7;+∞)
9. π√10 < (√10)π