Конспект урока по геометрии для учащихся 10 класса средней общеобразовательной школы.

**Тема урока**: «Перпендикулярные прямые в пространстве. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости».

**Цель:**

**Образовательная:** ввести понятие перпендикулярных прямых в пространстве; доказать лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой; дать определение перпендикулярности прямой и плоскости; доказать теоремы, в которых устанавливается связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости; научить применять изученные понятия и теоремы при решении задач.

**Развивающая**: развивать память, внимание, логическое мышление.

**Воспитательная:** воспитывать аккуратность, умение работать в коллективе.

**Тип урока:** урокусвоения новых знаний.

**Требования к ЗУН:**

**Учащиеся должны знать:**

* определение понятия перпендикулярных прямых в пространстве;
* лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой;
* определение перпендикулярности прямой и плоскости;
* теоремы, в которых устанавливается связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости;

**Учащиеся должны уметь:**

* применять определение понятия перпендикулярных прямых в пространстве при решении задач;
* доказать лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой;
* применять лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой при решении задач.
* доказать теоремы, в которых устанавливается связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости;
* применять теоремы, в которых устанавливается связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости при решении задач.

**Методы:** репродуктивный, индуктивно-репродуктивный,

дедуктивно-репродуктивный.

**Оборудование:** учебные плакаты, модели геометрических фигур.

**Литература:**

1. Атанасян, Л.С. Геометрия, 10 – 11:Учеб. для общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – 13-е изд. – М.: Просвещение, 2006. - 256 с.
2. Гаврилова , Н. Ф. Поурочные разработки по геометрии, 10 класс: пособие для для общеобразоват. учреждений / Н. Ф. Гаврилова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ВАКО, 2010. – 304 с.
3. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г. И. Саранцев. - М.: Просвещение, 2002. – 224 с.

**План урока.**

I. Организационный момент (1 мин).

II. Актуализация знаний (7 мин).

III. Изучение нового материала (15 мин).

IV. Первичное закрепление материала (17 мин).

V. Подведение итогов урока (4 мин).

VI. Домашнее задание (1 мин).

**Ход урока.**

**I. Организационный момент.**

Приветствие учителем учащихся, проверка готовности кабинета и учащихся к уроку, проверка отсутствующих. Сообщение темы урока, формулирование цели урока.

**Учитель.** Мы приступаем к изучению новой главы «Перпендикулярность прямых и плоскостей». Сегодня на уроке введем понятие перпендикулярных прямых в пространстве; докажем лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой; дадим определение перпендикулярности прямой и плоскости; докажем теоремы, в которых устанавливается связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости; научимся применять изученные понятия и теоремы при решении задач. Тема урока «Перпендикулярные прямые в пространстве. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости».

***Запись на доске и в тетрадях:***

*Число.*

*Классная работа.*

*Перпендикулярные прямые в пространстве.*

*Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости.*

**II. Актуализация знаний.**

**Учитель.** Вспомним, какие прямые на плоскости называются перпендикулярными?

**Ученик.** Две пересекающиеся прямые называются перпендикулярными, если они образуют четыре прямых угла.

**Учитель.** Обратите внимание на доску. Дан параллелепипед *ABCDA1B1C1D1*, *∠BAD=300*. Найдите углы между прямыми *АВ* и *A1D1*; *A1B1* и *AD*; *AB* и *B1C1*.

***Запись на доске и в тетрадях:***

**Ученик.** Углы между прямыми *АВ* и *A1D1*; *A1B1* и *AD*; *AB* и *B1C1*равны соответственно 30о, 30о, 150о.

**III. Изучение нового материала.**

**Учитель.** Рассмотрим модель куба.

***Запись на доске и в тетрадях:***

**Учитель.** Как называются прямые *АВ* и *ВС*?

**Ученик.** Прямые *АВ* и *ВС* перпендикулярные.

**Учитель.** Найдите угол между прямыми *АА1* и *DC*; *ВВ1* и *AD*.

**Ученик.** Углы между прямыми *АА1* и *DC;* *ВВ1* и *AD* равны 90о.

**Учитель.** Значит эти прямые тоже перпендикулярные.

Две прямые в пространстве называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90о. Перпендикулярность прямых *а* и *b* обозначается так: *а b* .

***Запись на доске и в тетрадях:***

*а b*

**Учитель.** В пространстве перпендикулярные прямые могут пересекаться и могут быть скрещивающимися. Рассмотрим прямые *АА1*, *СС1* и *DC*.

Прямая *АА1* параллельна прямой *СС1*, а прямая *СС1* перпендикулярна прямой *СD*. Нами установлено, что *АА1* перпендикулярна *СD*.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*АА1‖СС1, СС1⊥СD, АА1⊥СD*

**Учитель.** Попробуйте сформулировать это утверждение.

**Ученик.** Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

**Учитель**. Лемма. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*Дано:a ‖ b, a ⊥ c*

*Доказать: b ⊥ c*

*Доказательство:*

**Учитель.** Через точку *М* пространства, не лежащую на данных прямых, проведем прямые *МА* и *МС*, параллельные соответственно прямым *а* и *с*. Так как *а ⊥ с*, то *∠АМС=90о*.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*а ⊥ с*, то *∠АМС=90о*

**Учитель.** По условию, *b ‖ a*, а по построению *а ‖ МА*, поэтому *b ‖ МА*.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*b ‖ a (по условию), а ‖ МА(по построению)→ b ‖ МА*

**Учитель.** Итак, прямые *b* и *с* параллельны соответственно прямым *МА* и *МС*, угол между ними равен 90о.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*b ‖ МА, с ‖ МС, угол между МА* и *МС равен* 90о

**Учитель.** Это означает, что угол между прямыми *b* и *с* также равен 90о, то есть *b* ⊥ *с.* Лемма доказана*.*

***Запись на доске и в тетрадях:***

*b ⊥ с. Лемма доказана.*

**Учитель.** Рассмотрим модель куба.

***Запись на доске и в тетрадях:***

**Учитель.** Найдите угол между прямой *АА1* и прямыми плоскости *(АВС): АВ, AD, AC, BD, MN*.

**Ученик.** Все углы равны 90о.

**Учитель.** Итак, прямая *АА1* перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости *(АВС).* Такие прямые называются перпендикулярными.

Определение. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*Определение. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.*

*а ⊥ α*

**Учитель.** Окружающая нас обстановка дает много примеров, иллюстрирующих перпендикулярность прямой и плоскости. Непокосившийся телеграфный столб стоит прямо, то есть перпендикулярно к плоскости земли. Также расположены колонны здания по отношению к плоскости фундамента, линии пересечения стен по отношению к плоскости пола и т.д.

Докажем две теоремы, в которых устанавливается связь между параллельностью и перпендикулярностью к плоскости.

Теорема. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*Дано: а ‖ а1, а ⊥ α*

*Доказать, что а1 ⊥ α*

*Доказательство:*

**Учитель.** Проведем какую-нибудь прямую *x* в плоскости α.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*x ∊ α*

**Учитель.** Так как *а ⊥ α*, то *а ⊥ x.*

***Запись на доске и в тетрадях:***

*Так как а ⊥ α, то а ⊥ x.*

**Учитель.** По лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей *а1 ⊥ x.*

***Запись на доске и в тетрадях:***

*а1 ⊥ x (по лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей)*

**Учитель.** Таким образом, прямая *а1* перпендикулярна к любой прямой, лежащей в плоскости α, т. е. *а1 ⊥ α.* Теорема доказана.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*а1 ⊥ α.* *Теорема доказана.*

**Учитель.** Докажем обратную теорему.

Теорема. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*Дано: а ⊥ α, b ⊥ α*

*Доказать, что а ‖ b*

*Доказательство:*

**Учитель.** Через какую-нибудь точку *М* прямой *b* проведем прямую *b1*, параллельную прямой *а*.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*М ∊ b, M ∊b1, b1 ‖ a*

**Учитель.** По предыдущей теореме *b1 ⊥ α.*

***Запись на доске и в тетрадях:***

*b1 ⊥ α.*

**Учитель.** Докажем, что прямая *b1* совпадает с прямой *b*. Тем самым будем доказано, что *а ‖ b.* Допустим, что прямые *b1* и *b* не совпадают. Тогда в плоскости β, содержащей прямые *b* и *b1*, через точку *М* проходят две прямые, перпендикулярные к прямой *с*, по которой пересекаются плоскости α и β. Но это невозможно, следовательно, *а ‖ b.*

***Запись на доске и в тетрадях:***

*b ∊ β, b1 ∊β, α β=c (невозможно)→ а ‖ b.*

**IV. Первичное закрепление материала.**

***Задача №117.*** В тетраэдре *АВСD ВС⊥AD*. Докажите, что *AD⊥MN*, где *М* и *N* – середины ребер *АВ* и *ВС*.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*Дано: ABCD – тетраэдр; М ∊ АВ: АМ=ВМ, N ∊ АС: АN=NC; ВС⊥АD*

*Доказать: AD⊥MN*

*Доказательство:*

**Учитель.** Что можем сказать о параллельности прямых *MN* и *ВС*?

**Ученик.** *MN* – средняя линия треугольника *АВС*, следовательно прямые *MN* и *ВС* параллельны.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*MN – средняя линия АВС MN ‖ BC.*

**Ученик.** По лемме, так как *ВС⊥AD*, то *MN⊥AD*.

***Запись на доске и в тетрадях:***

Т. к. *ВС⊥AD(по лемме)⇒ MN⊥AD.*

***Задача №120.*** Через точку *О* пересечения диагоналей квадрата, сторона которого равна *а*, проведена прямая *ОК*, перпендикулярная к плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки *К* до вершин квадрата, если *ОК=b*.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*Дано: АВСD – квадрат, АВ = а, АС∩BD = О, ОК⊥(АВС), ОК=b.*

*Найти: АК, ВК, СК, DK*

*Решение:*

**Учитель.** Что можно сказать о равенстве треугольников *АОК, ВОК, СОК, DОК*?

**Ученик.** Треугольники *АОК, ВОК, СОК, DОК* равны по двум катетам, так как прямая *ОК* – перпендикуляр к плоскости квадрата А*ВСD, ОК⊥АС, ОК⊥BD*.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*ОК⊥(АВС) → ОК⊥АС, ОК⊥BD.*

*∆ АОК, ∆ ВОК, ∆ СОК, ∆ DОК равны по двум катетам.*

**Учитель.** Тогда что можно сказать о равенстве отрезков *АК, ВК, СК, DK?*

**Ученик.**  Отрезки *АК, ВК, СК, DK* равны.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*АК=ВК= СК= DK*

**Учитель.** Применяя какую теорему, можно найти стороны в прямоугольном треугольнике?

**Ученик.** Применяя теорему Пифагора.

***Запись на доске и в тетрадях:***

*.*

*Ответ: АК=ВК= СК= DK=.*

**V. Подведение итогов урока.**

**Учитель.** Какие две прямые в пространстве называются перпендикулярными?

**Ученик.** Две прямые в пространстве называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90о.

**Учитель.** Какую лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой мы изучили?

**Ученик.** Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

**Учитель.** Какие две теоремы, в которых устанавливается связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости, мы изучили?

**Ученик.** Т1.Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

Т2. Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

**VI. Домашнее задание.**

*П.15 – 16, вопросы 1, 2 (стр. 57), №116, 118.*