Статья/Физика и математика – Математика

**Пономарёва О.Ф.**

**РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ НА ЛИНЕЙНЫЕ МНОЖИТЕЛИ. ТЕОРЕМА ВИЕТА ДЛЯ ПРИВЕДЁННОГО МНОГОЧЛЕНА n-Й СТЕПЕНИ**

*МКОУ Кумылженская СОШ № 1 имени Знаменского А.Д.*

*В данной работе рассматривается метод разложения многочленов n-й степени на линейные множители, решение приведённых уравнений n-й степени. Даны алгоритмы решения и краткости рассуждений.*

*Ключевые слова: разложение многочленов n-й степени на линейные множители, соотношения между корнями и коэффициентами приведённого многочлена третьей и четвёртой степеней.*

Практическое значение имеет умение быстро производить разложение многочленов n-й степени на линейные множители. В своей практике считаю весьма важным и даже необходимым добиваться от учащихся именно такого способа решения приведённых уравнений n-й степени.

Повторив определение и свойства приведённого квадратного трёхчлена:

1. *Р(х) = х2  + pх + q —* приведённый квадратный трёхчлен.
2. Разложение квадратного трёхчлена на множители:

если *х1 , х2  —* корни приведённого квадратного трёхчлена, то *х2  + pх + q = (х — х1) (х — х2 ).*

На основании этого свойства можно составить квадратный трёхчлен по его корням.

***Задание 1.*** *Составить квадратный трёхчлен по его корням х1 = 3; х2 = 5*.

*Решение.*

*х1 = 3; х2 = 5, то (х — 3) (х — 5) = х2 — 8х + 15.*

*Ответ: х2 — 8х + 15.*

1. Теорема Виета для приведённого квадратного трёхчлена.

Если *х1 , х2  —* корни многочлена *х2  + pх + q,* то *p = — (х1 + х2), q = х1  • х2.*

Решая приведённые квадратные уравнения, отыскиваются корни среди делителей свободного члена.

***Задание 2.*** *Решить уравнение х2  — 5 х + 6 = 0.*

*Решение.*

*х2  — 5 х + 6 = 0, х1 = 2; х2 = 3,*

*так как — (х1  + х2) = — 5, х1  • х2  = 6.*

*Ответ: х1  = 2; х2  = 3.*

Подумайте над следующим вопросом: «Справедливы ли эти свойства для произвольного многочлена n-й степени?» Используя сравнение и аналогию, учащиеся дают определение приведённого многочлена n-й степени и формулируют для него свойство, аналогичное свойству II. «Если *х1, х2, х3,..., хn —* корни приведённого многочлена *Р(х)* степени *n,* то *Р(х) = (х — х1) (х — х2)... (х — хn)».*

***Задание 3.*** *Составить приведённый многочлен Р(х) 3-й степени,*

*если х1 = 1, х2 = 2, х3 = ―1.*

*Решение.*

*Так как Р(х) = (х — х1 ) (х — х2 )... (х — хn ),*

*где х1, х2, х3,…, хn — корни приведённого многочлена Р(х) степени n,*

*то Р(х)= (х — 1) (х — 2) (х + 1).*

*Произведя раскрытие скобок, имеем: Р(х) = х3 — 2 х2  — х + 2.*

*Ответ: х3 — 2 х2  — х + 2.*

***Задание 4.*** *Составить приведённый многочлен Р(х) 4-й степени, если х1 = х2 = √2, х3 = х4 = ―√2.*

*Решение.*

*Так как Р(х) = (х — х1 ) (х — х2 )... (х — хn ),*

*где х1, х2, х3,…, хn — корни приведённого многочлена Р(х) степени n,*

*то Р(х)= (х — √2) (х — √2) (х + √2) (х + √2).*

*Используя формулу сокращённого умножения (а2 — в2) =(а — в) (а + в),*

*имеем: Р(х) = (х2 — 2)2, Р(х) = х4 — 4 х2+ 4.*

*Ответ: х4 — 4 х2+ 4.*

Используя разложение приведённого многочлена n-й степени на множители, выведем соотношения между корнями и коэффициентами

приведённого многочлена третьей степени, четвёртой степени.

1. Если многочлен *х3 + pх2 + qx + r* имеет корни *х1, х2, х3*, то верны равенства: *р = ― (х1 + х2 + х3),* *q = x1х2 + х2х3 + х1х3, r = ― х1 х2 х3.*
2. Если многочлен *х4 + pх3 + qx2 + rх + s* имеет корни *х1, х2, х3, х4*, то верны равенства: *р = ― (х1 + х2 + х3 + х4),* *q = x1х2 + x1х3 + x1х4 + х2х3 + х2х4 +х3 х4, r = ― (х1 х2 х3 + х1 х2 х4 + х2 х3 х4),*  *s = х1 х2 х3 х4.*

***Задание 5.*** *Числа х1, х2, х3 ― корни многочлена D(х) = 3х3 + 5х2 + х + 4.*

*Определить: 1) х1 + х2 + х3; 2) х1 х2 х3; 3) 1/ х1 + 1/х2 + 1/х3.*

*Решение.*

*Так как D(х) = 3х3 + 5х2 + х + 4, то Р(х) = х3 + 5/3 • х2 + 1/3 • х + 4/3,*

*где х1, х2, х3 — корни приведённого многочлена Р(х) степени 3-й.*

*х1 + х2 + х3 = — р, то 1) х1 + х2 + х3 = — 5/3.*

*Используя r = ― х1 х2 х3 , имеем: 2) х1 х2 х3 = ― 4/3.*

*3) Преобразуем: 1/ х1 + 1/х2 + 1/х3 =*

*х2 х3 : (х1 х2 х3) + х1 х3 : (х1 х2 х3) + х1 х2 : (х1 х2 х3) =*

*(х1 х2 + х1 х3 + х2 х3) : х1 х2 х3 = 1/3 : (― 4/3) = ― 1/4.*

*Ответ: — 5/3; ― 4/3; ― 1/4.*

***Задание 6.*** *Решить уравнение х3 — 5 х2 — х + 21 = 0.*

*Решение.*

*х3 — 5 х2 — х + 21 = 0,*

*Так как х1  + х2  + х3 = 5; x1х2 + х2х3 + х1х3 = — 1; х1 х2 х3 = — 21.*

*Решая систему из трёх уравнений с тремя неизвестными,*

*отыскиваем корни данного уравнения: х1 = 1 — 2√2; х2 = 3; х3 = 1 + 2√2.*

*Ответ: х1 = 1 — 2√2; х2 = 3; х3 = 1 + 2√2.*

Применяя данный метод разложения приведённого многочлена n-й степени на множители, от учащихся не нужно требовать подробной записи, после условия исходного приведённого многочлена n-й степени можно сразу записывать разложение на множители.

Отметим, что рассмотренный метод позволяет быстро определять корни приведённых уравнений n-й степени и уравнений общего вида n-й степени, что имеет важное практическое значение для учащихся во время проведения внешних аттестаций, различного типа исследований качества знаний.

Литература:

1. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни / под ред. А. Б. Жижченко.– 3-е изд. – М. : Просвещение, 2010. – 368 с.
2. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учебное пособие для студентов. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.