**Урок-семинар в 10 ф-м классе по теме**

**" Тригонометрические уравнения"**

**Цели:**

* Обобщить и систематизировать материал по теме “Решение тригонометрических уравнений”
* Провести диагностику усвоения системы знаний и умений ее применения для выполнения заданий стандартного уровня с переходом на более высокий уровень.
* Содействовать рациональной организации труда.
* Развивать познавательные интересы, память, воображение, мышление, внимание, наблюдательность, сообразительность.
* Выработать критерии оценки своей работы.
* Повышать интерес учащихся к нестандартным задачам.
* Формировать у учащихся положительный мотив учения.

**Содержание темы**. Исследование и решение тригонометрических уравнений, в которых требуется установить способ решения.

**Тип урока**. Урок обобщения и систематизации знаний.

**Форма урока.** Урок-семинар

**Организационные формы общения.** Групповая, индивидуальная.

**Структура урока:**

* мотивационная беседа с последующей постановкой цели;
* актуализация опорных знаний – устная работа, с помощью которой ведется повторение основных фактов, ведущих идей и основных теорий на основе систематизации знаний.
* Диагностика усвоения системы знаний и умений и ее применение для выполнения практических заданий стандартного уровня с переходом на более высокий уровень.
* Подведение итогов урока.
* Творческое домашнее задание.

**Ход урока**

**Мотивационная беседа.** Решая тригонометрические уравнения, мы использовали различные способы. Их немало, повторим некоторые. На сегодняшнем уроке нам предстоит исследование и решение тригонометрических уравнений, в которых требуется установить:

* способ решения;
* при каких значениях параметра а уравнение имеет решения или не имеет их.

**Актуализация опорных знаний.**

**Устно** среди уравнений (слайд)

1. 2sin2x - 5cos2x = 3sinxcosx
2. sin2x + cos22x = 3/2.
3. cosx·sin7x = cos3x·sin5x,
4. sin2x - 2sinx – 3 = 0,
5. 2 cosx – sinx = 0,
6. sinx + sin3x = sin5x – sinx,
7. sinx – sin2x + sin3x – sin4x = 0,
8. 3sin2x + 2cos2x +2 cosx = 0,
9. sin2x - √3/3 sin2x = cos2x,
10. sinx + cosx = 1,
11. sinx + sin2x+cos3x = 0

выбрать те, которые решаются:

а) заменой переменной;

б) делением на старшую степень синуса или косинуса, т. е. как однородные;

в) понижением степени;

г) с помощью формул суммы или разности;

д) методом вспомогательного угла (аргумента);

е) с помощью формул произведения;

ё) методом универсальной подстановки;

ж) разложение на множители.

|  |  |
| --- | --- |
| **Способ** | **Номер уравнения** |
| Заменой переменной | 4;8 |
| Делением на старшую степень синуса или косинуса, т.е. как однородные | 1;5;9 |
| Понижением степени | 2 |
| С помощью формул суммы или разности | 6;7 |
| Методом вспомогательного угла (аргумента) | 10 |
| С помощью формул произведения | 3 |
| Методом универсальной подстановки | 10 |
| Разложение на множители | 11 |

**Задание учащимся:**

* объяснить решение уравнений, можно рассказать алгоритм решения;
* показать решение на примере;
* предложить 2 аналогичных задания для решения одноклассникам.

Учащимся предлагается из данных уравнений выбрать способы решения тригонометрических уравнений:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Уравнения | Способы | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| ***3sin***2***x + cos***2***x =1- sinxcosx*** |  | + |  |  |  |  |  | + |
| ***3sinx + 5cosx = 2*** |  |  |  |  | + |  | + |  |
| ***sinх + sin2х+ sin3х = 0*** |  |  |  | + |  |  |  | + |
| ***3sin2x + cosx = 1*** | + |  |  |  |  |  |  |  |
| Вариант №2 | | | | | | | | |
| ***4cos***2***x – sinxcosx-1=0*** |  | + |  |  |  |  |  |  |
| ***6sinx - cosx = 1.*** |  |  |  |  | + |  | + |  |
| ***cosx+cos2x+cos3x=0*** |  |  |  | + |  |  |  | + |
| ***4cos***2***x – sinx -1=0*** | + |  |  |  |  |  |  |  |

Что еще нужно учитывать при решении тригонометрических уравнений?

Возможны случаи когда появляются посторонние корни. Например при решении уравнения появляются посторонние корни.

**Диагностика.**

После повторения основ решения тригонометрических уравнений проверим ваше умение исследовать и решение тригонометрических уравнений, в которых требуется установить, при каких значениях параметра а уравнение имеет решения или не имеет их. Вам предлагаются следующие задания:

1. ***найти а, при которых данные уравнения имеют решения:***

*Первое уравнение решаем вместе, рассуждая, дополняя друг друга.*

* + 2sinx -3 cosx = а.

Поделим обе части уравнения на =, получим . Так как , то, обозначая

= cosφ, = sinφ, приведем уравнение к виду

sin(х – φ) =, где φ = arctg3/2. Из условия |sin(х – φ)|≤1 получаем

|а|≤.

Ответ: а Є [-;].

*Над решением второго уравнения работаем парами, потом обменяемся идеями. Правильное решение спроецируем на экран.*

* + *а cosx – sinx = 3.*

Поделим обе части уравнения на , получим , где sinφ =

cosφ = отсюда, sin (х – φ) = Из условия ≤1 имеем a2+ 1≥9, значит,|а|≥2√2.

Ответ: а Є(-∞,-2√2]∪[ 2√2,+∞).

*Вспомним решения уравнений 2 и 8 из устной работы, используем навыки при* *работе с третьим уравнением.*

* + sin2x - 5 cosx + а = 0.

Используя формулу sin2x + cos2x = 1, получим,

1 - cos2x - 5 cosx + а = 0.

После замены cosx = t уравнение примет вид f (t) = 0, где

*До этого момента в работу детей вмешиваться не надо. Остальное необходимо разбирать совместно, привлекая рисунки параболы.*

f (t) = t2+ 5 t – (а + 1 )

абсцисса вершины параболы у = t2+ 5 t – (а + 1 )

t = -5/2 не принадлежит [-1;1], следовательно, уравнение

f (t) = 0 на отрезке [-1;1] может иметь не более одного корня. Искомые значения а находим из неравенства f (-1)\* f (1) ≤ 0,

значит, (-5- а) (5 – а) ≤ 0.

Ответ: а Є [-5;5].

**Самостоятельная работа.**

**Вариант №1 –** решить уравнения 2;4;5;6;10

**Вариант №2** – 1;3;7;8;9

**Подведение итогов урока**

Мы замечательно поработали. Те навыки, которые вы получили на уроке, помогут нам в дальнейшей работе. А чтобы вы их не потеряли, но продолжили развивать

выполните дома следующие задания.

**Домашнее задание.**

Выясните, при каких значениях параметра а уравнения имеют решения:

* + sinх + 2 cosx = а,
  + sin2x + 3sinx cosx - 2cos2x = а,
  + sin2х = -3а2 + 6а – 4

При каких значениях параметра а уравнения не имеют решений.

* + 2tg2х + 5tgх + а = 0,
  + sin2x – 2(а – 3) sinx + а2 - 6а + 5 = 0

**Решение самостоятельной работы**

**а) Приведением к квадратному и заменой переменной решаются уравнения 4, 8.**

***4.sin2x - 2sinx – 3 = 0***

пусть sinx = t, тогда t2+ 2 t – 3 = 0, где t = -3; 1.

Учитывая, что |sinх|≤1, а -3<-1, имеем sinx = 1,

Х =π/2+2 π n, n Є Z.

Ответ: π /2+2 πn, n Є Z.

***8.3sin2x + 2cos2x +2 cosx = 0***

sin2x = 1 - cos2x, значит, 3 - 3cos2x + 2cos2x +2cosx = 0,

cos2x - 2cosx – 3 = 0,

пусть cosx = t, тогда t2- 2 t – 3 = 0, где t = 3; -1

3>1, значит, cosx = -1,

Х = π + 2 π n, n Є Z.

Ответ: π + 2 π n, n Є Z.

**б) Делением на старшую степень решаются уравнения 1, 5, 9.**

***1.2sin***2***x - 5cos***2***x = 3sinxcosx***

Разделив каждое слагаемое на cos***2***x,получим.

2tg2х - 3tgх - 5 = 0,

Пусть tgх = p, тогда 2p2 - 3p - 5 = 0, где p = 2,5; -1,

tgх =2,5, х = arctg2,5 + πn, n Є Z;

tgх = -1, х = -π /4 + π n, n Є Z.

Ответ: arctg2,5 + π n, n Є Z; -π /4 + π n, n Є Z.

***5.√2 cosx – sinx =*** 0 |:cosx, cosx≠0,

tgх = √2, х = arctg√2 + πn, n Є Z

ответ: arctg√2 + π n, n Є Z

***9.sin***2***x - √3/ 3sin2x = cos***2***x*** |:cos2x, cosx≠0

tg***2***х - √3/3 tg x- 1 = 0,

tgх = √3/6(1 ± √13), х = arctg √3/6(1 ± √13)+ π n, n Є Z;

ответ: arctg √3/6(1 ± √13)+ π n, n Є Z

**в) Понижение степени используют при решении уравнения 2.**

***2.sin***2***x + cos***2***2x = 3/2.***

sin2x + 1/2(1 +cosx) =3/2,

2 sin2x + 1 +cosx -3 = 0,

2 - 2 cos2x + 1 +cosx -3 = 0,

2 cos2x - cosx = 0,

cosx(2 cosx – 1) = 0,

cosx = 0  или cosx = 1/2

Х = π /2 + π n, n Є Z или Х = ± π /3 + 2 π n, n Є Z.

Ответ: ± π /3 + 2 π n, n Є Z; π /2 + π n, n Є Z.

**г) С помощью формул суммы или разности решаются уравнения 6, 7.**

***6.sinx + sin3x = sin5x – sinx***

2 sin2x cosx - 2 sin2x cos3x = 0,

sin2x (cosx - cos3x) = 0,

sin22x sinx = 0,

sin2x = 0 или sinx = 0,

Х = π /2 n, n Є Z или Х = π n, n Є Z.

Объединив множества, получим, Х = π /2 n, n Є Z

Ответ: π /2 n, n Є Z

д) **Методом вспомогательного аргумента, который состоит в преобразовании выражения asinx ± bcosx к виду √(a**2 **+ b**2**) sin(x±φ), где φ = b/√(a**2 **+ b**2**) решается уравнение 10.**

***7.sinx + cosx = 1.***

Учитывая, что a= 1, b = 1, получим уравнение

√2 sin(x+φ) = 1, где φ = arcsin√2/2,

sin(x+ φ /4) = √2/2,

х = - π /4 + (-1) π /4+ π n, n Є Z.

Ответ: - π /4 + (-1) π /4+ π n, n Є Z.

**Рефлексия.**

С учащимися обсуждается работа на уроке; выясняется, что нового узнали.

Вопросы к семинару.

1. Простейшие уравнения и уравнения, непосредственно сводящиеся к простейшим.
2. Уравнения, решаемые с помощью формул преобразования суммы тригонометрических функций в произведение.
3. Уравнения, решаемые с помощью замены переменной.
4. Однородные уравнения.
5. Уравнения, решаемые с помощью формул понижения степени.
6. Уравнения, решаемые с помощью преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.
7. Уравнения, при решении которых используется универсальная тригонометрическая подстановка.
8. Уравнения, решаемые с помощью введения вспомогательного угла.
9. Уравнения, решаемые разложением на множители.
10. Уравнения, содержащие дополнительные условия.
11. Посторонние корни.
12. Потеря корней.
13. Задачи с параметром.