**Применение нестандартных способов при решении показательных и логарифмических уравнений и неравенств**

**Цель урока:**

1. систематизировать знания о некоторых нестандартных способах решения, умение применять свойства функций, правила при решении уравнений и неравенств;
2. развивать умение видеть, умение распознавать рациональность применения того или иного способа;
3. прививать интерес к математике, воспитывать математическую грамотность ученика, как при устной, так и при письменной работе.

**Оборудование:** компьютер, мультимедийный проектор, экран.

*На доске:*

**План урока:**

1. Орг. момент.
2. Устная работа.
3. Работа в группах
4. Защита решений.
5. Сам. работа.
6. Задание на дом
7. Итог урока.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

* знакомство с целью урока; задачами, стоящими перед учениками в ходе уроке.
* использование при решении задач:  
  – монотонности функций;  
  – «правила знаков»;  
  – метода оценки;  
  – освобождение от логарифма.

**II. Устная работа.**

1. Какие из выражений имеют смысл?

|  |  |
| --- | --- |
| а) http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image003.gif | а) да; |
| б) http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image006.gif | б) нет, т.к. http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image008.gif |
| в) http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image010.gif | в) нет, т.к. http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image012.gifа http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image014.gif |
| г) http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image016.gif | г) да; |
| д) http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image018.gif | д) нет, т.к. http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image020.gif |

2. Решить уравнение:

**http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image022.gif**

(Корень уравнения угадываем: х = 1. Докажем, что других корней нет. Левая часть – сумма возрастающих функций есть функция возрастающая; правая часть – постоянное число. Следовательно, уравнение имеет одно решение.)

3. Решить уравнение:

**http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image026.gif** / : http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image028.gif

(Корень уравнения угадываем: х = 2. Докажем, что других корней нет.

Разделим обе части уравнения на http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image030.gif

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image032.gif

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image034.gif http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image036.gif следовательно, в левой части уравнения – сумма двух убывающих показательных функций, правая часть – const. Следовательно, уравнение имеет одно решение.)

– Какое свойство функций мы использовали при решении этих уравнений?

(свойство монотонности)

**III. Работа в группах. Решение задач.**

**1 группа.** Решить уравнение:

**http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image038.gif**

– Какой способ надо применить при решении данного уравнения?

Решение:

– Используем свойство монотонности убывающей функции, для этого разделим на http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image040.gif

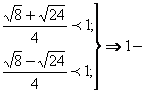
http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image042.gif

– Можем ли мы угадать хоть один корень?

(Можно угадать корень уравнения: х = 2.)

– Докажем единственность.

В левой части – сумма убывающих функций, в правой части – const. Следовательно, левая и правая части имеют одну точку пересечения:

точка пересечения, х=2.

значит, уравнение имеет одно решение,

Ответ: х = 2.

**2 группа.** Решить неравенство:

**http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image046.gif**

– Применим теорему для функции f(f(x)).

– Сформулируем теорему:

***Если функция у = f(x) – монотонно возрастающая функция, то уравнение f(x)=x равносильно f(f(x)= x.***

ОДЗ: http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image048.gif

Решение:

– Выполним некоторые преобразования:

– вынесем в левой части за скобки 2, сократим:

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image050.gif

– приведем к общему знаменателю:

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image052.gif

– приведем подобные

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image054.gif т.к. http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image056.gif, а http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image058.gif, тогда

функция принимает вид http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image060.gif, где http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image062.gif - возрастающая функция, следовательно, по теореме имеем:

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image064.gif

http://festival.1september.ru/articles/635347/1.gif

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image066.gif

– Учитывая ОДЗ, получим: http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image068.gif

Ответ: 1 ≤ x < 5, x > 10.

**3 группа.** Решить неравенство:

– Решим неравенство методом оценки левой и правой частей

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image070.gif;

Решение:

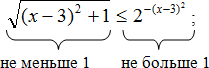
–Заметим, что http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image072.gif.

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image074.gif;

– Разделим обе части уравнения на положительное выражение http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image076.gif, получим:

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image078.gif;

– Выделим полный квадрат под радикалом и в показателе степени:



– Левая часть неравенства не меньше 1, а правая часть не больше 1.

– Неравенство выполняется тогда и только тогда, когда обе части неравенства будут равны 1, а равенство достигается при х = 3.

Ответ: х = 3.

**4 группа.** Решить уравнение:

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image080.gif;

Решение:

http://festival.1september.ru/articles/635347/3.gif

– Решим уравнение методом оценки;

– Один корень уравнения можно легко угадать, это х = 1.

– Преобразуем логарифмы в левой части;

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image082.gif;

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image084.gif;

Выделим полный квадрат в правой части;

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image086.gif

– Правая часть меньше или равна 1;

наибольшее значение правой части равно 1 при х=1;

– В левой части докажем, что выражение под знаком логарифма больше или равно 2: подведением под общую дробную черту, выделением полного квадрата

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image088.gif

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image090.gif

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image092.gif

– левая часть достигает своего наименьшего значения, равного 1 при х = 1.

– Равенство выполняется тогда и только тогда, когда обе части уравнения равны 1, а это произойдет при х = 1.

Ответ: х = 1.

**5 группа.** Решить неравенство:

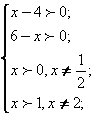
**http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image094.gif**

– Решим неравенство методом освобождения от логарифмов.

– Освободимся от логарифмов по правилу знаков:

***Знак log a b совпадает со знаком произведения (а – 1)∙(в – 1).***

Рассмотрим ОДЗ:

 http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image098.gif

Решение: Т.к. нас интересует только знак левой части, то от можно логарифмов освободиться по правилу знаков:

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image100.gif

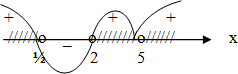
http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image102.gif

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image104.gif

– Решим неравенство методом интервалов, рассмотрим функцию f(x):

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image106.gif

найдем нули функции: нули функции http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image108.gif



функция f(x) > 0 при http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image110.gif учитывая ОДЗ, получим: http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image112.gif

Ответ: http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image114.gif http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image116.gif

**IV. Защита проектов.**

– От каждой группы выступает 1 человек с защитой своего решения (решение на доске кратко записать, пояснения по ходу решения, либо записать на ватмане).

**V. Самостоятельная работа.**

– Решить уравнение:

I вариант.

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image118.gif

II вариант.

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image120.gif

– Проверим решение уравнений по готовым записям на доске:

|  |  |
| --- | --- |
| **I вариант** | **II вариант** |
| http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image122.gif | http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image124.gif |
| Решение: http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image126.gif при х=0 достигает у наим = 2 http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image128.gifт.к. основание 0<0,1<1, то http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image130.gif**http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image132.gif** наибольшее значение равное 2 может быть при х = 0. Равенство возможно, когда обе части уравнения равны 2 при х = 0. Ответ:http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image134.gif | Решение: http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image136.gif выделим полный квадрат под знаком log: http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image138.gif а http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image140.gif Выделим полный квадрат в правой части: http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image142.gif наименьшее значение равно 1 при http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image144.gif Обе части одновременно будут равны 1 при http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image144_0000.gif Ответ: http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image144_0001.gif |

 – Оценить самостоятельно (оценка на полях).

**VI. Задание на дом.**

1) Решить уравнение:

http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image148.gif

2) Решить неравенство:

а) http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image150.gif

б) http://festival.1september.ru/articles/635347/f_clip_image152.gif

**VII. Итог урока.**

– Подведем итог. Какие нестандартные способы решения мы использовали сегодня на уроке? На чем они основываются?

(Ответы: использование монотонности функции, использование правила знаков, метод оценки. Рассматриваются графические интерпретации этих способов.)