Как сформировать понятие производной в средней школе.

Любое новое понятие – это дверь в неизведанное пространство. Чтобы легко в это пространство проникать, очень бывает удобно, когда эта дверь открыта. Задача педагога-предметника сделать это пространство доступным и научить открывать эти двери самостоятельно, то есть снабдить своих учеников ключами не на время урока, а навсегда. Лучший способ для достижения этой цели – создание цельного законченного образа, который всегда будет раскрывать суть понятия.

Как же создать образ, формирующий понятие производной? Есть огромное количество вариантов, и выбор зависит от особенностей мышления каждого участника процесса. Рассмотрим несколько основных направлений.

**Способ первый – через определение**. Даем определение производной. ***Производной функции в точке называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при приращении аргумента стремящемся к нулю***. Надо сказать, что для неподготовленного человека это мягко говоря не очень понятно. Но если все же упереться и попробовать разобраться, то что мы будем иметь? Ключевое слово (не считая предела, предположим, с ним разобрались) – это отношение. Отношение есть дробь. Это уже тепло, есть почва для создания образа. То есть с помощью определения мы сможем представлять производную в виде дроби. Хорошо, по крайней мере это поможет запомнить формулу  . Но только самые способные смогут докопаться до сути через определение. Это не тот результат, который мы хотим получить.

**Способ второй – через физический смысл производной**.Рассматривая любую функцию, можно заметить, что при изменении аргумента функция каким-то образом тоже изменяется. Например, зависимость пройденного пути от времени при равноускоренном движении (падающий предмет, отходящий поезд и пр.). Здесь можно наглядно проследить тот факт, что на одинаковых участках по аргументу (за одинаковые промежутки времени) функция изменяется не одинаково (поезд проходит разные расстояния). И тогда отношение приобретает вполне конкретный и даже осязаемый смысл. Это есть средняя скорость изменения функции. Когда же мы устремим к нулю, мы получаем очень маленький промежуток времени, ***мгновение***. То есть предел этого отношения становится мгновенной скоростью изменения функции. Самое время давать определение. ***Производной функции в точке называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при приращении аргумента стремящемся к нулю***.  **.** И при этом необходимо добавить, что *производная есть скорость изменения функции в точке*. Теперь у нас есть образ – ускоряющийся поезд, разные моменты времени, мгновенная скорость. Определение вписывается в этот образ как младенец в заранее приготовленную постель. Здесь завесили чтоб не дуло, здесь подбили подушку, можно укладывать ребенка. Даст ли этот способ результат? Несомненно. 100%-ный? Конечно же нет. Есть большое количество людей, которые не могут свободно достигать даже этого уровня абстракции. Им нужно увидеть и потрогать руками.

**Способ третий – через геометрический смысл производной**. Говоря о функции, сразу изображаем ее на графике. Здесь проделываем те же операции, что и с поездом, то есть рассматриваем одинаковые отрезки по аргументу, по графику определяем соответствующие им изменения функции, замечаем, что эти изменения отличаются в разных местах. Дальше обращаем внимание на тот факт, что отношение определяет «крутизну» графика, то есть ***скорость возрастания*** или ***скорость убывания*** функции на промежутке. Рассматривая предел этого отношения, мы получаем скорость изменения функции в точке. Причем относительные масштабы этой скорости для каждой точки графика всем очевидны, потому что они определяются наглядной «крутизной» графика. Можно давать определение, а потом еще привести пример с поездом. Покачали, песенку спели, подушку подбили, уложили, накрыли одеялом, да еще и поцеловали. Спи спокойно, малыш.

Про то, что производная функции в точке есть тангенс угла наклона касательной к графику, лучше всего спокойно разобрать на следующем уроке, иначе можно все испортить и получить вместо молодого, еще не окрепшего образа, просто кашу.

Мы никогда не можем наверняка знать, что именно происходит в головах детей, поэтому в каждом конкретном случае шаг за шагом нам необходимо видеть ответную реакцию и интерактивно создавать тот единственный и неповторимый образ, который навсегда станет ключом для многих дверей.