

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Муниципальное образовательное учреждение
Средняя общеобразовательная школа № 24

Результат итогового контроля, защита проекта по теме:
«Комплексный подход к исследованию упругих свойств вещества»

Работу выполнила:
учитель физики
Соколова Светлана Алексеевна

г. Подольск, 2012

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

Определение коэффициентов упругости

1 Теория

1.1 Определение коэффициента упругости отдельного элемента

Рассмотрим вопрос о нахождении коэффициента упругости какого-либо элемента. На рисунке 1 показано тело, подвешенное на тонкой резиновой ленте. Условие равновесия тела в этом случае можно записать в виде:

$$\vec{F}_T = -\vec{F}_{\text{упр}} \quad (1)$$

или

$$mg = k\Delta x. \quad (2)$$

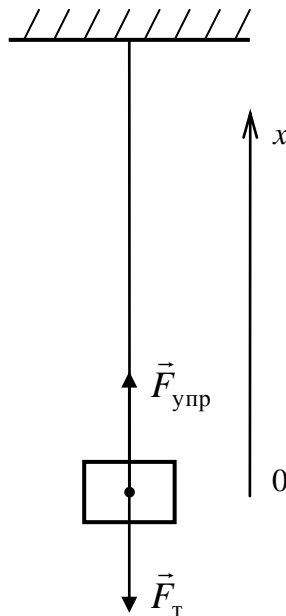


Рисунок 1 — Схема определения коэффициента упругости отдельного элемента

Выберем за начало отсчета $x = 0$ положение равновесия. При отклонении тела от положения равновесия основной закон динамики имеет вид:

$$ma_x = -kx, \quad (3)$$

где a_x – проекция ускорения на вертикальную ось x .

Из уравнения (3) получим: $mx'' + kx = 0$, или $x'' + \frac{k}{m}x = 0$. Принимая

$\frac{k}{m} = \omega_0^2$, получим:

$$x'' + \omega_0^2 x = 0. \quad (4)$$

Отсюда $k = m\omega_0^2 = m \left(\frac{2\pi\nu}{T} \right)^2$. Так как $\nu = \frac{1}{T}$, то:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}, \quad (5)$$

1.2 Определение коэффициента упругости комбинации элементов

Предположим, что мы имеем в своем распоряжении два упругих элемента (две резинки), у которых коэффициенты упругости соответственно равны k_1, k_2 . Упругие элементы могут располагаться в пространстве по схемам, показанным на рисунке 2.

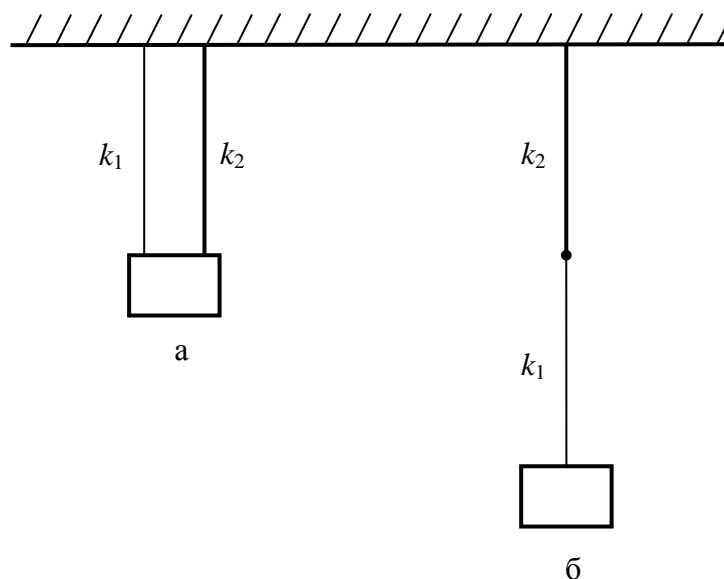


Рисунок 2 — Схема определения коэффициента упругости комбинации элементов
а – параллельное соединение; б – последовательное соединение

Рассмотрим случай параллельного соединения двух упругих элементов (рисунок 2, а). В положении равновесия сила тяжести равна силе натяжения. Условие равновесия тела, подвешенного на двух «параллельных» резинках запишем в виде:

$$mg = \kappa_1 + k_2 \vec{x}_0, \quad (6)$$

где x_0 – деформация резинок.

В случае рассматриваемом нами подвески, деформация у двух резинок одна и та же. Следовательно:

$$x_1 = x_2 = x_0.$$

При отклонении тела от положения равновесия на него действует добавочная сила:

$$F_{\text{упр}} = -\kappa_1 + k_2 \vec{x}. \quad (7)$$

Второй закон Ньютона для данной системы имеет вид:

$$ma_x = -\kappa_1 + k_2 \vec{x}, \text{ или } mx'' = -\kappa_1 + k_2 \vec{x}.$$

Преобразуя к виду уравнения (4), получим:

$$x'' + \frac{k_1 + k_2}{m} x = 0. \quad (8)$$

Откуда, принимая $\frac{k_1 + k_2}{m} = \omega_0^2$, по аналогии с уже разобранным выше случаем получим уравнение (4), в котором:

$$k = k_1 + k_2. \quad (9)$$

То есть:

$$k_1 + k_2 = \frac{4\pi^2 m}{T^2}.$$

В случае последовательного соединения двух резинок, показанном на рисунке 2, б, при отклонении тела на величину x от положения равновесия на него действует сила со стороны второй резинки:

$$F_2 = -k_2 x_2, \quad (11)$$

где x_2 – удлинение второй резинки.

Следовательно, основной закон динамики можно записать в виде:

$$m a_x = -k_2 x_2, \quad (12)$$

а общее смещение x складывается из деформации обеих резинок:

$$x = x_1 + x_2. \quad (13)$$

Силы упругости первой и второй резинок одинаковы (на основании третьего закона Ньютона), следовательно:

$$k_1 x_1 = k_2 x_2. \quad (14)$$

Откуда $x_1 = \frac{k_2 x_2}{k_1}$. Подставляя в уравнение (13), получим:

$$x = \frac{k_2 x_2}{k_1} + x_2 = x_2 \left(\frac{k_2}{k_1} + 1 \right). \quad (15)$$

Из уравнения (15) получаем:

$$x_2 = \frac{x}{\frac{k_2}{k_1} + 1} = \frac{x}{\frac{k_1 + k_2}{k_1}} = \frac{k_1}{k_1 + k_2} x. \quad (16)$$

Подставив выражение (16) в уравнение (12), получим:

$$x'' + \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} x = 0. \quad (17)$$

Следовательно, как и для случая одной резинки, мы можем написать:

$$\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{4\pi^2 m}{T^2}. \quad (18)$$

2 Изготовление лабораторной установки

Для изготовления лабораторной установки необходимо разыскать две длинные (не менее 40–50 см) резинки. Такие резинки можно вырезать из плоской длинной резиновой ленты, которая продается в аптеках для различных физкультурных упражнений и часто используется в медицинских целях как давящая повязка. Из неё можно аккуратно вырезать тонкую резиновую ленту шириной 4–5 мм, а другую шириной 8–10 мм. Вырезанные таким образом резинки будут иметь различные коэффициенты упругости, но должны быть одинаковой длины. Далее для выполнения работы необходимо тело, массой 70–150 грамм. Измерение времени необходимо провести часами с секундной стрелкой.

Схематически устройство лабораторной установки и различные виды креплений упругих элементов показаны на рисунке 3.

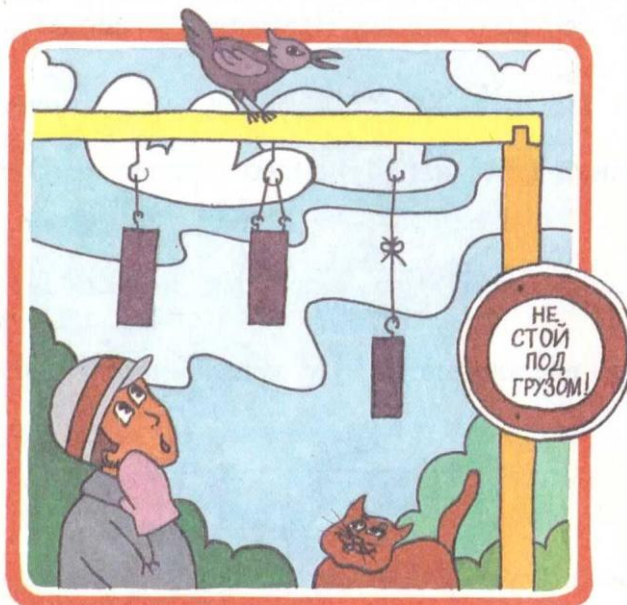


Рисунок 3 — Схема устройства лабораторной установки

3 Порядок выполнения лабораторной работы

- Определите на весах массу тела (которое должно совершать колебательное движение) или возьмите гирию массой 100 грамм. Результаты запишите в таблицу 1.
- Подвесив тело на центральный крючок к первой резинке, прикрепите другой её конец большой кнопкой к деревянной перекладине.
- Выведите тело из положения равновесия, слегка оттянув его вертикально вниз и отпустите тело.
- Отсчитайте 20 полных периодов колебаний.
- Величины t – время 20 полных колебаний и n – число полных периодов колебаний запишите в таблицу 1.
- Опыт повторите три раза. Коэффициент упругости резины рассчитайте

по формуле: $k_1 = \frac{4\pi^2 m}{T_1^2}$. Период колебания: $T = \frac{t}{n}$.

Таблица 1 — Результаты измерений упругости первой резинки

№ п/п	n	m , кг	t , с	T_1 , с	k_1 , Н/м	$k_{\text{ср}}$, Н/м	Δk , Н/м	ε , %
1	20	0,1	12,6	0,630	9,9	9,9	0	0
2	20	0,1	12,5	0,625	10,1		0,2	2
3	20	0,1	12,7	0,635	9,8		0,1	1

- Точно такие же измерения проделайте и с другой (второй) резинкой.

Коэффициент упругости резины рассчитайте по формуле: $k_2 = \frac{4\pi^2 m}{T_2^2}$.

Результаты запишите в таблицу 2.

Таблица 2 — Результаты измерений упругости второй резинки

№ п/п	n	m , кг	t , с	T_2 , с	k_2 , Н/м	$k_{\text{ср}}$, Н/м	Δk , Н/м	ε , %
1	20	0,1	8,90	0,445	19,9	20,1	0,2	1
2	20	0,1	8,80	0,440	20,4		0,3	1
3	20	0,1	8,85	0,443	20,1		0	0

- Привяжите за два крючка к телу массой 100 грамм две резинки и другие их концы закрепите на деревянной перекладине так, что бы длины их были одинаковы в растянутом положении.
- С системой двух параллельно закрепленных резинок повторите порядок первого опыта, и результаты занесите в таблицу 3. Опыт также проделайте три раза. Расчет величины эффективного коэффициента упругости системы проведите по формуле: $k_3 = \frac{4\pi^2 m}{T_3^2}$.

Таблица 3 — Результаты измерений упругости системы из двух параллельно закрепленных резинок

№ п/п	n	m , кг	t , с	T_3 , с	k_3 , Н/м	k_{cp} , Н/м	Δk , Н/м	ε , %
1	20	0,1	7,30	0,365	29,6	29,97	0,37	1,2
2	20	0,1	7,25	0,363	29,9		0,07	2,0
3	20	0,1	7,20	0,360	30,4		0,43	1,4

$$k_3 = k_1 + k_2; k_3 = 9,9 + 20,1 = 30 \text{ Н/м.}$$

Далее соедините резинки последовательно и проделайте заново весь опыт. Данные занесите в таблицу 4, а расчет эффективного коэффициента упругости последовательно соединенных резинок проведите по формуле:

$$k_4 = \frac{4\pi^2 m}{T_4^2}.$$

Таблица 4 — Результаты измерений упругости системы из двух последовательно закрепленных резинок

№ п/п	n	m , кг	t , с	T_4 , с	k_4 , Н/м	k_{cp} , Н/м	Δk , Н/м	ε , %
1	20	0,1	15,4	0,770	6,65	6,65	0	0
2	20	0,1	15,3	0,765	6,74		0,09	1,4
3	20	0,1	15,5	0,775	6,57		0,08	1,2

$$k_4 = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}; k_4 = \frac{9,9 \cdot 20,1}{9,9 + 20,1} = 6,63 \text{ Н/м.}$$