**АТТРАКТОР**

**Аттра́ктор** ([англ.](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *attract* — привлекать, притягивать) — компактное подмножество [фазового пространства](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B7%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D0%B5_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE) [динамической системы](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0), все траектории из некоторой окрестности которого стремятся к нему при времени, стремящемся к бесконечности. Аттрактором может являться притягивающая [неподвижная точка](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B5%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D0%B2%D0%B8%D0%B6%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%BE%D1%87%D0%BA%D0%B0) (к примеру, в задаче о маятнике с трением о воздух), [периодическая траектория](http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F&action=edit&redlink=1) (пример — самовозбуждающиеся колебания в контуре с положительной обратной связью), или некоторая ограниченная область с неустойчивыми траекториями внутри (как у странного аттрактора).

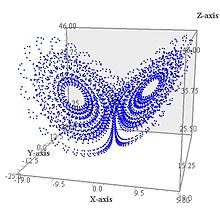
Существуют различные формализации понятия стремления, что приводит к различным определениям аттрактора, задающим, соответственно, потенциально различные множества (зачастую — вложенные одно в другое). Наиболее употребительными определениями являются [максимальный аттрактор](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%BA%D1%81%D0%B8%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B0%D1%82%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80) (зачастую — в своей малой окрестности, см. ниже), [аттрактор Милнора](http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%90%D1%82%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80_%D0%9C%D0%B8%D0%BB%D0%BD%D0%BE%D1%80%D0%B0&action=edit&redlink=1) и [неблуждающее множество](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B5%D0%B1%D0%BB%D1%83%D0%B6%D0%B4%D0%B0%D1%8E%D1%89%D0%B5%D0%B5_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE).

Аттракторы классифицируют по:

1. Формализации понятия стремления: различают максимальный аттрактор, неблуждающее множество, аттрактор Милнора, центр Биркгофа, статистический и минимальный аттрактор.
2. Регулярности самого аттрактора: аттракторы делят на регулярные (притягивающая неподвижная точка, притягивающая периодическая траектория, [многообразие](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%B8%D0%B5)) и странные (нерегулярные — зачастую [фрактальные](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B0%D0%BB) и/или в каком-либо сечении устроенные как [канторово множество](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%BE_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE); динамика на них обычно [хаотична](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%85%D0%B0%D0%BE%D1%81)).
3. Локальности («притягивающее множество») и глобальности (здесь же — термин «минимальный» в значении «неделимый») .

Синергетика описывает рождение и формирование сложных систем по сценариям сменяющих друг друга периодов устойчивости и неустойчивости, причем, периоды устойчивости могут быть совершенно различными. Система как бы блуждает в пространстве состояний, формируя свой первый аттрактор. Аттрактор здесь играет роль памяти системы. Приведем одно из описаний феномена самоорганизации. Память системы - наличие аттракторов-"ложбинок" в пространстве состояний. После формирования первого аттрактора система, за счет потери устойчивости и флуктуаций, "перескакивает" в другую область, формирует аттрактор там, затем может пойти "искать" третий аттрактор или перескочить в первый и т.д. За счет этого формируется рельеф состояний системы: особые точки, туннели, области устойчивости. Образуется понятие цели самоорганизации сложной системы [10]. В системе могут возникать хаотические состояния, когда аттрактор имеет сложную структуру. Для обозначения такого хаотического состояния вводится понятие "странный аттрактор" и используется аппарат совершенно новой геометрии, геометрии фракталов, описывающих такие вещи как "структуры хаоса".

Странные аттракторы

[](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lorenz-28.jpg?uselang=ru)

Классический пример странного аттрактора — аттрактор Лоренца

(примеры: аттрактор Лоренца, аттрактор Рёсслера, соленоид Смейла-Вильямса; комментарий про эффект бабочки и про динамический хаос.)

Странный аттрактор — это аттрактор, имеющий два существенных отличия от обычного аттрактора: траектория такого аттрактора непериодическая (она не замыкается) и режим функционирования неустойчив (малые отклонения от режима нарастают). Основным критерием хаотичности аттрактора является экспоненциальное нарастание во времени малых возмущений. Следствием этого является «перемешивание» в системе, непериодичность во времени любой из [координат](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BE%D1%80%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D1%82%D1%8B) системы, сплошной [спектр](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BF%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80) мощности и убывающая во времени [автокорреляционная функция](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%B2%D1%82%D0%BE%D0%BA%D0%BE%D1%80%D1%80%D0%B5%D0%BB%D1%8F%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F).

Динамика на странных аттракторах часто бывает [хаотической](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%B0%D0%BE%D1%81): прогнозирование траектории, попавшей в аттрактор, затруднено, поскольку малая неточность в начальных данных через некоторое время может привести к сильному расхождению прогноза с реальной траекторией. Непредсказуемость траектории в детерминированных динамических системах называют [*динамическим хаосом*](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%85%D0%B0%D0%BE%D1%81), отличая его от *стохастического хаоса*, возникающего в [стохастических динамических системах](http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A1%D1%82%D0%BE%D1%85%D0%B0%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D1%8B&action=edit&redlink=1). Это явление также называют [эффектом бабочки](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%84%D1%84%D0%B5%D0%BA%D1%82_%D0%B1%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%87%D0%BA%D0%B8), подразумевая возможность преобразования слабых [турбулентных](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%83%D1%80%D0%B1%D1%83%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) потоков воздуха, вызванных взмахом крыльев бабочки в одной точке планеты в мощное [торнадо](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D0%B4%D0%BE) на другой её стороне вследствие многократного их усиления в [атмосфере](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%82%D0%BC%D0%BE%D1%81%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0_%D0%97%D0%B5%D0%BC%D0%BB%D0%B8) за некоторое время.

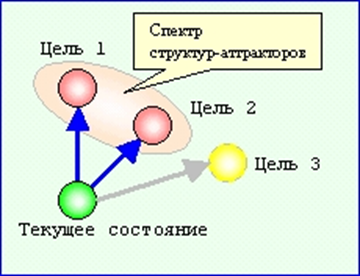
Среди странных аттракторов встречаются такие, [хаусдорфова размерность](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%B0%D1%83%D1%81%D0%B4%D0%BE%D1%80%D1%84%D0%BE%D0%B2%D0%B0_%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) которых отлична от [топологической размерности](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%BE%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) и является дробной. Одним из наиболее известных среди подобных аттракторов является [аттрактор Лоренца](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%82%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80_%D0%9B%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B0).

**«твердое ядро» новой теории самоорганизации составляют два фундаментальных открытия: открытие странных аттракторов и открытия режимов с заострением (below-up regimes), оба этих открытия имеют большое философское значение.**

**Именно они создают возможность построения моста между синергетикой, имеющие истоки главным образом в естествознании (в нелинейном анализе, неравновесные термодинамике, теории хаоса, фрактальной геометрии), и гуманитарными науками (когнитологией, эпистемологией, культурологией, социологией, демографией, экономикой) .**

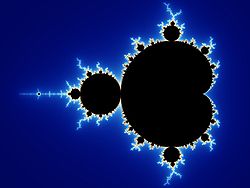
**В связи со сказанным О.М. Князевой следует отметить, что *аттракторы* – это относительно стабильные состояния системы, которые притягивают все разнообразие их траекторий, к которым только и может эволюционировать система. Ведь в нелинейной среде возможен не любой набор путей будущей эволюции системы, а лишь определенный их спектр. Эти потенциальные пути эволюционирования системы описывают идеальные формы реально возможных образований**.

В этой функции **аттракторы** **выступают как структуры эволюции**, которые являют собой потенциальные идеи переменчивой среды. ***Понятие «режим с заострением»*** (below-up можно перевести и как «увеличение») означает режим гиперболического роста, когда отдельные величины колоссально растут за небольшой промежуток времени.



04_spiral-1.gif**Фрактал**

В разном масштабе многие вещи выглядят практически одинаково: ветка похожа на дерево, гора - на камень... Это целое мировоззрение. Бенуа Мандельброт открыл, что большое повторяет себя в малом. И это касается не только предметов, но и явлений.   
Природа экономна, но не в структурах, а только в принципах. Фракталы открывают простоту сложного - самоподобие процессов и структур на различных иерархических уровнях.   
Но это только внешние признаки фрактальных структур.

[](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mandel_zoom_00_mandelbrot_set.jpg?uselang=ru) [Множество Мандельброта](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE_%D0%9C%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%B1%D1%80%D0%BE%D1%82%D0%B0) — классический образец фрактала

[](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fractal_Broccoli.jpg?uselang=ru)

[http://bits.wikimedia.org/static-1.20wmf11/skins/common/images/magnify-clip.png](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Fractal_Broccoli.jpg)

Фрактальная форма кочана капусты сорта [Романеско](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%BE%D0%BC%D0%B0%D0%BD%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE_(%D0%BA%D0%B0%D0%BF%D1%83%D1%81%D1%82%D0%B0)) (*Brassica oleracea*)

**Фракта́л** ([лат.](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BD%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *fractus* — дроблёный, сломанный, разбитый) — [геометрическая фигура](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D0%B8%D0%B3%D1%83%D1%80%D0%B0), обладающая свойством [самоподобия](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B0%D0%BC%D0%BE%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D0%BE%D0%B1%D0%B8%D0%B5), то есть составленная из нескольких частей, каждая из которых [подобна](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B4%D0%BE%D0%B1%D0%B8%D0%B5) всей фигуре целиком. В математике под фракталами понимают множества точек в [евклидовом пространстве](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D0%B8%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D0%BE_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE), имеющие дробную метрическую размерность (в смысле [Минковского](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%9C%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B3%D0%BE) или [Хаусдорфа](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%B0%D1%83%D1%81%D0%B4%D0%BE%D1%80%D1%84%D0%BE%D0%B2%D0%B0_%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C)), либо метрическую размерность, отличную от [топологической](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%9B%D0%B5%D0%B1%D0%B5%D0%B3%D0%B0).

Слово «фрактал» может употребляться не только как математический термин. Фракталом в прессе и научно-популярной литературе могут называть фигуры, обладающие какими-либо из перечисленных ниже свойств:

* Обладает нетривиальной структурой на всех масштабах. В этом отличие от регулярных фигур (таких, как [окружность](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%BA%D1%80%D1%83%D0%B6%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C), [эллипс](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BB%D0%BB%D0%B8%D0%BF%D1%81), [график](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D0%BA_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8) [гладкой функции](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F)): если мы рассмотрим небольшой фрагмент регулярной фигуры в очень крупном масштабе, он будет похож на фрагмент прямой. Для фрактала увеличение масштаба не ведёт к упрощению структуры, на всех шкалах мы увидим одинаково сложную картину.
* Является самоподобной или приближённо самоподобной.
* Обладает дробной метрической размерностью или метрической размерностью, превосходящей топологическую.

Многие объекты в природе обладают фрактальными свойствами, например, побережья, облака, кроны деревьев, снежинки, кровеносная система и система альвеол человека или животных.

Фракталы, особенно на плоскости, популярны благодаря сочетанию красоты с простотой построения при помощи компьютера.

**История**

Первые примеры самоподобных множеств с необычными свойствами появились в XIX веке (например,функция Больцано, функция Вейерштрасса, [множество Кантора](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE_%D0%9A%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B0)). Термин «фрактал» был введён [Бенуа Мандельбротом](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%B1%D1%80%D0%BE%D1%82,_%D0%91%D0%B5%D0%BD%D1%83%D0%B0) в [1975 году](http://ru.wikipedia.org/wiki/1975_%D0%B3%D0%BE%D0%B4) и получил широкую популярность с выходом в [1977 году](http://ru.wikipedia.org/wiki/1977_%D0%B3%D0%BE%D0%B4) его книги «[Фрактальная геометрия природы](http://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A4%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%BF%D1%80%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B4%D1%8B&action=edit&redlink=1)».

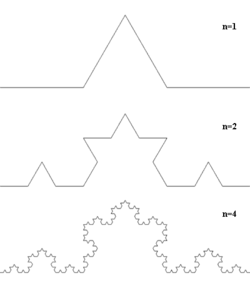
**Примеры**

**Самоподобные множества с необычными свойствами в математике**

Начиная с конца XIX века, в математике появляются примеры самоподобных объектов с патологическими с точки зрения классического анализа свойствами. К ним можно отнести следующие:

* [множество Кантора](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE_%D0%9A%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B0) — нигде не плотное несчётное совершенное множество. Модифицировав процедуру, можно также получить нигде не плотное множество положительной длины.
* [треугольник Серпинского](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B5%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B8%D0%BA_%D0%A1%D0%B5%D1%80%D0%BF%D0%B8%D0%BD%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B3%D0%BE) и [ковёр Серпинского](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%B2%D1%91%D1%80_%D0%A1%D0%B5%D1%80%D0%BF%D0%B8%D0%BD%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B3%D0%BE) — аналоги множества Кантора на плоскости.
* [губка Менгера](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%83%D0%B1%D0%BA%D0%B0_%D0%9C%D0%B5%D0%BD%D0%B3%D0%B5%D1%80%D0%B0) — аналог множества Кантора в трёхмерном пространстве;
* примеры [Вейерштрасса](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D0%B9%D0%B5%D1%80%D1%88%D1%82%D1%80%D0%B0%D1%81%D1%81) и Ван дер Вардена нигде не дифференцируемой непрерывной функции.
* [кривая Коха](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D0%9A%D0%BE%D1%85%D0%B0) — несамопересекающаяся непрерывная кривая бесконечной длины, не имеющая касательной ни в одной точке;
* [кривая Пеано](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D0%9F%D0%B5%D0%B0%D0%BD%D0%BE) — непрерывная кривая, проходящая через все точки квадрата.
* траектория [броуновской частицы](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%BE%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D1%81%D1%81) также с вероятностью 1 нигде не дифференцируема. Её [хаусдорфова размерность](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D0%B0%D1%83%D1%81%D0%B4%D0%BE%D1%80%D1%84%D0%BE%D0%B2%D0%B0_%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) равна двум.

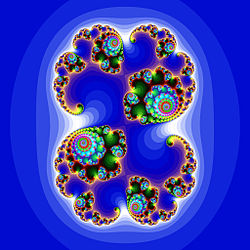
**Рекурсивная процедура получения фрактальных кривых**

[](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fractal_koch.png?uselang=ru)

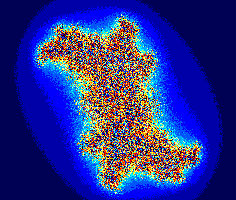
[http://bits.wikimedia.org/static-1.20wmf11/skins/common/images/magnify-clip.png](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Fractal_koch.png)

Построение [кривой Коха](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D0%9A%D0%BE%D1%85%D0%B0)

Существует простая [рекурсивная](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D0%BA%D1%83%D1%80%D1%81%D0%B8%D1%8F) процедура получения фрактальных кривых на плоскости. Зададим произвольную ломаную с конечным числом звеньев, называемую генератором. Далее, заменим в ней каждый отрезок генератором (точнее, ломаной, подобной генератору). В получившейся ломаной вновь заменим каждый отрезок генератором. Продолжая до бесконечности, в пределе получим фрактальную кривую. На рисунке справа приведены четыре первых шага этой процедуры для кривой Коха.

[](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Julia_set_(highres_01).jpg?uselang=ru)

**Стохастические фракталы**

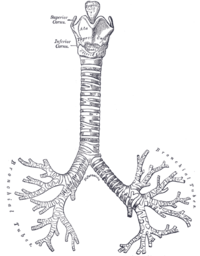
[](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fractal_random.png?uselang=ru)

Рандомизированный фрактал на основе множества Жюлиа

Природные объекты часто имеют фрактальную форму. Для их моделирования могут применяться стохастические (случайные) фракталы. Примеры стохастических фракталов:

* траектория [броуновского движения](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%BE%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D1%81%D1%81) на плоскости и в пространстве;
* граница траектории броуновского движения на плоскости. В 2001 году Лоулер, Шрамм и Вернер доказали предположение Мандельброта о том, что её размерность равна 4/3.
* эволюции Шрамма-Лёвнера — [конформно-инвариантные](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) фрактальные кривые, возникающие в критических двумерных моделях [статистической механики](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%BC%D0%B5%D1%85%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B0), например, в [модели Изинга](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%98%D0%B7%D0%B8%D0%BD%D0%B3%D0%B0) и [перколяции](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D1%8F%D1%86%D0%B8%D1%8F).
* различные виды рандомизированных фракталов, то есть фракталов, полученных с помощью рекурсивной процедуры, в которую на каждом шаге введён случайный параметр. [Плазма](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B0_(%D0%BA%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D0%BA%D0%B0)) — пример использования такого фрактала в компьютерной графике.

В природе

[](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gray961.png?uselang=ru) Вид спереди на трахею и бронхи

* Бронхиальное дерево
* Сеть кровеносных сосудов
* Деревья
* Молния

**Применение**

**Естественные науки**

В физике фракталы естественным образом возникают при моделировании нелинейных процессов, таких, как [турбулентное](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%83%D1%80%D0%B1%D1%83%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) течение жидкости, сложные процессы [диффузии](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%84%D1%84%D1%83%D0%B7%D0%B8%D1%8F)-[адсорбции](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%B4%D1%81%D0%BE%D1%80%D0%B1%D1%86%D0%B8%D1%8F), пламя, облака и т. п. Фракталы используются при моделировании пористых материалов, например, в нефтехимии. В биологии они применяются для моделирования популяций и для описания систем внутренних органов (система кровеносных сосудов).

**Радиотехника**

**Фрактальные антенны**

Использование фрактальной геометрии при проектировании [антенных устройств](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D1%82%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%B0) было впервые применено американским инженером Натаном Коэном, который тогда жил в центре [Бостона](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%BD), где была запрещена установка внешних антенн на здания. Натан вырезал из [алюминиевой](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D1%8E%D0%BC%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D0%B9) фольги фигуру в форме [кривой Коха](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D0%9A%D0%BE%D1%85%D0%B0) и наклеил её на лист бумаги, затем присоединил к [приёмнику](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B8%D1%91%D0%BC%D0%BD%D0%B8%D0%BA). Коэн основал собственную компанию и наладил их серийный выпуск.

**Информатика**

**Сжатие изображений**

*Основная статья:* [***Алгоритм фрактального сжатия***](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC_%D1%84%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D1%81%D0%B6%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%8F)

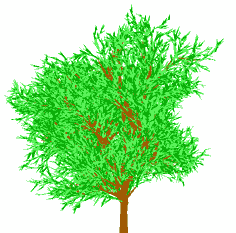
[](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fractal_tree_(Plate_b_-_3).jpg?uselang=ru)

[http://bits.wikimedia.org/static-1.20wmf11/skins/common/images/magnify-clip.png](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:Fractal_tree_(Plate_b_-_3).jpg)

Фрактальное дерево

Существуют алгоритмы сжатия изображения с помощью фракталов. Они основаны на идее о том, что вместо самого изображения можно хранить [сжимающее отображение](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B6%D0%B8%D0%BC%D0%B0%D1%8E%D1%89%D0%B5%D0%B5_%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5), для которого это изображение (или некоторое близкое к нему) является [неподвижной точкой](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B5%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D0%B2%D0%B8%D0%B6%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%BE%D1%87%D0%BA%D0%B0). Один из вариантов данного алгоритма был использован[[*источник не указан 702 дня*]](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B8%D0%BA%D0%B8%D0%BF%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D1%8F:%D0%A1%D1%81%D1%8B%D0%BB%D0%BA%D0%B8_%D0%BD%D0%B0_%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B8) фирмой Microsoft при издании своей энциклопедии, но большого распространения эти алгоритмы не получили.

**Компьютерная графика**

[](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fractal_tree.png?uselang=ru)

Ещё одно фрактальное дерево

Фракталы широко применяются в [компьютерной графике](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D0%BA%D0%B0) для построения изображений природных объектов, таких как деревья, кусты, горные ландшафты, поверхности морей и так далее. Существует множество программ, служащих для генерации фрактальных изображений, см. [Генератор фракталов (программа)](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80_%D1%84%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B0%D0%BB%D0%BE%D0%B2_(%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%BC%D0%B0)).

**Децентрализованные сети**

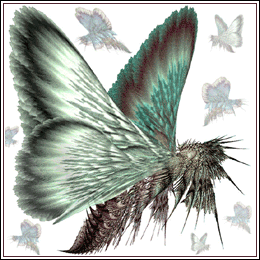
Система назначения IP-адресов в сети [Netsukuku](http://ru.wikipedia.org/wiki/Netsukuku) использует принцип фрактального сжатия информации для компактного сохранения информации об узлах сети. Каждый узел сети [Netsukuku](http://ru.wikipedia.org/wiki/Netsukuku) хранит всего 4 Кб информации о состоянии соседних узлов, при этом любой новый узел подключается к общей сети без необходимости в центральном регулировании раздачи [IP-адресов](http://ru.wikipedia.org/wiki/IP-%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B5%D1%81), что, например, характерно для сети Интернет. Таким образом, принцип фрактального сжатия информации гарантирует полностью децентрализованную, а следовательно, максимально устойчивую работу всей сети.

**Экономика и финансы**

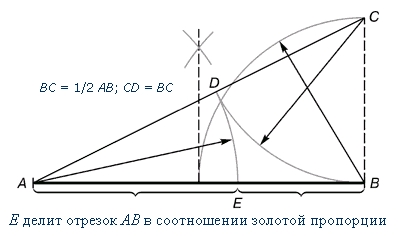
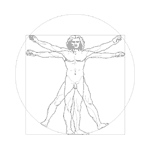
А. А. Алмазов в своей книге «Фрактальная теория. Как поменять взгляд на рынки» предложил способ использования фракталов при анализе биржевых котировок, в частности — на рынке [Форекс](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BA%D1%81).

**Галерея**

* [](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wires_Apophysis_Fractal_Flame.jpg?uselang=ru)
* [](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Red_Vortex_Apophysis_Fractal_Flame.jpg?uselang=ru)
* [](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Glue1_800x600.jpg?uselang=ru)
* [](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mandelpart2.jpg?uselang=ru)
* [](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Young_star_)fractaldancer(.jpg?uselang=ru)

Фракталы (от лат. fractus - изломанный) - это объекты, которые обладают двумя важнейшими признаками: изломанностью и свойством самоподобия (или масштабной инвариантности). Изломанность фрактала визуально понятна, а математически - как отсутствие производной в каждой точке излома. Самоподобие означает, с одной стороны, фрагмент структуры такого объекта подобен некоторой своей части или более крупному фрагменту или даже структуре в целом. С другой стороны, самоподобие фрактала означает деформированную похожесть одного фрагмента структуры на другой фрагмент. Все во всем - идея единства и согласованности мира, единая всепроникающая связь всего со всем.   
Но если сколь угодно малая часть фрактальной линии содержит в себе уменьшенную копию всей линии, то значит, она состоит не из точек, а из функций. Это уже не линии в Евклидовом смысле "длины без ширины", а нечто большее. Однако фрактальная линия - еще не поверхность размерности 2. Аналогично можно сказать про фрактальную поверхность. Это уже не поверхность размерности 2, но и еще не объемное тело размерности 3.   
Согласно алгоритму построения фрактальные структуры делятся на линейные и нелинейные. Линейные фракталы обладают самоподобием в чистом виде - любая часть есть точная копия целого. Нелинейные фракталы более разнообразны и обладают не точным самоподобием - в них часть есть не точная, а деформированная копия целого.   
Еще одним известным классом фракталов являются стохастические фракталы, которые получаются в том случае, если в итерационном процессе случайным образом менять какие-либо его параметры. При этом получаются объекты очень похожие на природные - несимметричные деревья, изрезанные береговые линии и т.д. Двумерные стохастические фракталы используются при моделировании рельефа местности и поверхности моря.   
Природа довольно часто выражает себя в фрактальных формах. Фракталы с наибольшей очевидностью можно усмотреть в формообразованиях живой природы: ракушки, ветви деревьев, листья и лепестки цветов, ландшафты (морские побережья и русла рек), легкие человека, очертания облаков. Фрактальная геометрия - это изящный и информационно-компактный способ описания [сложного](http://vladimir.socio.msu.ru/3_SYNERGY/index.htm#TA22). Фракталы открывают простоту сложного.   
Присмотревшись к хаотическим формам, можно обнаружить за кажущимся хаотическими образованиями законы роста фрактальной формы. При более пристальном рассмотрении мы вновь обнаруживаем хаотичность в виде нарушения этой фрактальной закономерности. И так далее. В природных формах мы видим чередование [порядка и беспорядка](http://vladimir.socio.msu.ru/3_SYNERGY/index.htm#TA23). Фрактальные структуры иллюстрируют проявление внутреннего неравновесного состояния системы, балансирующего между порядком и хаосом. Фрактальная геометрия есть геометрия хаоса, рождающего порядок, и геометрия порядка, рождающего хаос.

В определенном смысле мир есть фрактальная структура, которую мы наблюдаем из своего темпомира относительно своего пространственно-временного масштаба. Свойство самоподобия, являясь основным свойством фрактальных структур, обеспечивает выполнение закона единства в многообразии. Природные фракталы являются нелинейно-самоподобными, и это обеспечивает неисчерпаемое многообразие и разнообразие природных форм. Самоподобие есть не что иное, как разновидность принципа пропорции или динамической симметрии. Этот принцип единого простого, задающего разнообразное сложное, можно проследить в устройстве всего мироздания. Этот же принцип заложен в геноме человека и животных, когда одна клетка живого организма содержит информацию обо всем организме (включая его развитие).

Если часть равноценна целому, то человек - не пылинка, а на равных, одной весовой категории со ВселеннойЗолотое сечение показывает отношение целого к своим частям - [фрактал](http://vladimir.socio.msu.ru/3_SYNERGY/index.htm#TA04) композиции.   
Золотое сечение как обобщенный принцип геометрического подобия распространено в природе и искусстве. Геометрическое подобие проявляется в природе как общий принцип пространственной организации формы в живых структурах. Какие бы метаморфозы в процессе дальнейшего роста не претерпела живая клетка, принадлежащая организму, она является результатом дихотомичных делений от некоторой "точки" начального деления.   
Золотое сечение (Section Divine) - закон пропорциональной связи целого и составляющих его частей. Это простая соразмерность частей с целым.   
В феномене Золотого сечения выражается одно из самых ярких проявлений гармонии природы, оно является признаком структурного единства объектов природы и объективной характеристики объектов искусства, архитектуры, явлений в области восприятия.   
Классический пример Золотого сечения - деление отрезка в средне пропорциональном отношении, когда целое так относится к большей своей части, как большая часть - к меньшей.   
Число золотого сечения, соединяющее свойства аддитивности и мультипликативности находится как корень (решение) системы уравнений:  
a + b = c (аддитивность) (1).  
c/b = b/a (мультипликативность) (2).  
(a + b)/b = b/a (3).  
Если обозначить b/a = x, то выражение (1) приобретет вид квадратного уравнения:   
x² - x - 1 = 0 (4).  
Решением данного уравнения (2) будут корни: x1 = 1.618034, x2 = 0.618034.  
x1 = (√5 + 1)/2 = 1.618034, x2 = (√5 - 1)/2 = 0.618034.   
В 1202 году открытием ряда Фибоначчи было обнаружено фундаментальное свойство средне пропорционального отношения - единство аддитивности и мультипликативности. В эпоху Ренессанса средне пропорциональное отношение именовали Sectio divina - божественной пропорцией. Леонардо да Винчи дал ему имя Sectio aurea - Золотое сечение, которое живет и поныне.

Формообразование в живой природе имеет ярко выраженные закономерности экспансии в смысле распространения, распускания и репликации в смысле воспроизведения, дублирования.

Явления роста заключают в себе целостность энергетических процессов и пространственных изменений в причинно-следственных связях. В этом заключен источник развития в прямом и переносном смысле. Все процессы с Природе так или иначе связаны с понятиями каналов и источников. Развитие биологических объектов в смысле их роста на клеточном уровне основано на принципе экспансии.

Развитие процессов в солнечной системе также подчинено законам экспансии: источник - Солнце. В космосе в галактиках имеется источник - центр галактики. Теория Большого Взрыва построена на принципе экспансии. Наличие красного смещения и реликтового фона подтверждают наличие великой космической экспансии.

Зрительное восприятие основано на принципе геометрического подобия. Понимание механизма зрительного восприятия на основе экологического подхода и модели объемлющего оптического строя дает основания говорить об экспансии наоборот. Информация об окружающем мире в виде проекции в форме объемлющего оптического строя концентрируется на сетчатке субъекта-наблюдателя.