**ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ В ЭЛЕКТИВНОМ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

А

нализ реализуемого в образовательных учреждениях элективного обучения ма­тематике показывает:

1. достаточно случайный выбор тематики предлагаемых элективов;
2. доминирование предметных элективов, углубляющих и расширяющих программы курсов алгебры и геометрии и, в конечном итоге, ориентированных на подготовку учащихся к итоговой аттестации;
3. отсутствие преемственности между ориентационными предпрофильными и про­фильными курсами. Вместе с тем именно по­становка на разных ступенях обучения со­держательно взаимосвязанных ориентационных элективных курсов поможет более эффективно подготовить выпускников сред­ней школы к освоению образовательных программ высшего профессионального обра­зования и обеспечить действенную преемственность между профильным и професси­ональным образованием.

*Математическое понятие* обычно про­ходит в своем развитии три стадии:

* интуитивно-эмпирического представ­ления;
* функционального использования;
* формализации.

На первых двух стадиях происходит ста­новление понятия, оно формируется как средство описания и решения определенно­го класса задач, лишь после этого понятие получает строгое формальное определение. Вузовские математические курсы, как пра­вило, строятся на дедуктивной основе, это наиболее экономный и рациональный способ подачи учебного материала. Однако при та­ком подходе у студентов часто возникают серьезные затруднения в использовании пройденного теоретического материала при решении практических и прикладных задач. Поэтому введение двухуровневых элективов, в которых вузовские понятия будут пер­воначально изучаться на интуитивно-эмпи­рическом и функциональном уровнях, позво­лит вернуться в обучении к естественному ходу их развития и тем самым снять или по крайней мере минимизировать отмечен­ные трудности.

Успех в разработке *двухуровневой моде­ли элективного обучения* во многом опреде­ляется выбором тематики предпрофильных курсов по выбору. С одной стороны, они долж­ны быть ориентированы сразу на несколько направлений профильного обучения, а значит, представлять в школьном обра­зовании такие области математики, кото­рые богаты разнообразными приложения­ми. С другой стороны, содержание про­грамм этих курсов и уровень их реализации должны заложить фундамент для гибкого расширения и дальнейшего развития изу­ченных математических понятий и мето­дов в элективных курсах, учитывающих специфику конкретного направления обу­чения в профильной школе.

**Подходы к построению двухуровневой модели элективного обучения**

(на примере постановки элективных курсов по теории графов)

*Современная теория графов* является одним из наиболее интенсивно развивающихся разделов *дискретной математики* (ДМ). Минимальность используемого в ней «алфавита» (вершины и ребра) значительно упрощает кодирование и обработку информации, поэтому благодаря компьютеру графовые модели находят все новые и но­вые приложения в различных сферах чело­веческой деятельности.

Сказанное стало причиной включения теории графов в со­держание математического образования студентов самых разных направлений обу­чения в системе высшего и среднего про­фессионального образования. Оказалось, что на начальном этапе изучения графов в профессиональной школе у многих сту­дентов возникают дополнительные трудно­сти, связанные с обилием новых специаль­ных терминов и отсутствием навыков диск­ретного моделирования.

Нельзя не отметить, что с введением про­фильного обучения отдельные графовые по­нятия стали появляться в школьных учебни­ках математики и информатики. Графы представлены на факультативных занятиях, в элективных курсах по математике и программированию, а также в олимпиадных за­дачах по этим предметам. У школьников, как показывает практика, принятие и осознан­ное усвоение графовой терминологии осо­бых затруднений не вызывают. При этом знакомство с основными понятиями теории *графов практически не требует от девяти­классников какой-либо специальной* мате­матической подготовки, а богатство ее при­ложений позволяет в дальнейшем проекти­ровать различные варианты развития содержания в профильной школе. Поэтому введение двухуровневой модели элективно­го изучения графов в период школьного обу­чения продуктивно и весьма актуально.

Поскольку основными целями электив­ных курсов по теории графов являются пропедевтика дальнейшего изучения как гра­фов, так и ДМ в целом, а также освоение но­вого вида математического моделирования, то на основании сказанного можно заключить следующее:

* методика знакомства школьников с гра­фами и моделированием с помощью графов должна строиться на основе генетического подхода, в основе которого лежат конкрет­ные демонстрации происхождения и станов­ления графовых понятий;
* наиболее естественным способом реа­лизации такого подхода на этапе школьного обучения является обучение через решение занимательных и прикладных задач;
* принципиально важным методиче­ским требованием к введению всех основных понятий и теоретических фактов является обязательное использование геометричес­ких моделей графов;
* учитывая, что наиболее известные алгоритмы на графах имеют программные реализации в системах компьютерной математики, необходимо сформировать у учащихся начальные представления о раз­личных способах задания графовых поня­тий;
* в основу тематического содержания элективных курсов на этапе профильного обучения могут быть положены прикладные задачи из соответствующей сферы профес­сиональной деятельности.

Из трех первых требований следует, что в школе вряд ли целесообразно давать формальные определения большинству изучае­мых понятий, в том числе и самому понятию «граф». Для вполне удовлетворительного (с точки зрения математической строгости) изложения достаточно, чтобы учащийся пред­ставлял граф как *некоторое конечное множество точек, соединенных линиями или стрел­ками.*

**Построение элективного курса в предпрофильной подготовке**

Элективный курс, который предлагает­ся ввести на этапе предпрофильной подго­товки, знакомит с основными классическими понятиями и фактами теории графов. Благо­даря многоплановости применения аппарата теории графов он может быть полезен для учащихся, собирающихся продолжить обуче­ние в математическом, информационно-тех­нологическом и социально-экономическом профилях.

В качестве основных *целей* предпрофильного элективного курса можно выделить:

* знакомство учащихся с графовым мо­делированием;
* формирование умений и навыков визу­ального анализа готовых графических схем, умений создавать, преобразовывать и оце­нивать различные графовые и табличные модели;
* изучение элементов теории графов как важного раздела ДМ и инструмента реше­ния разнообразных задач;
* гармоничное развитие визуального и абстрактно-логического мышления уча­щихся.

В соответствии с этими целями програм­ма курса, рассчитанного на 18 часов, может содержать следующие вопросы:

* решение логических и комбинаторных  
  задач с помощью графических схем;
* граф и его элементы;
* виды графов;
* обходы графа;
* эйлеровы и гамильтоновы графы;
* связность графов;
* операции разборки;
* деревья;
* плоские графы;
* теорема Эйлера;
* раскраска карт.

В основе методики проведения занятий лежит *заданный подход,* т.е. обучение через решение задач. Знакомство учащихся с гра­фами начинается при решении логических и комбинаторных задач. В первом случае гра­фовые модели позволяют визуализировать и упорядочить указанные связи и на основа­нии этого сделать правильные логические выводы. В случае комбинаторных задач гра­фы помогают наглядно представить образо­вание комбинаций, провести их полный перебор и перечисление возможных вари­антов.

**Элективный курс по теории графов на этапе профильного обучения**

На этапе профильного обучения первона­чально в каждом из профилей следует вновь вернуться к основным понятиям классичес­кой теории графов, решая для этого соответ­ствующие занимательные и прикладные за­дачи. В дальнейшем акценты при отборе и подаче изучаемого материала должны от­ражать специфику требований к математи­ческой подготовке специалиста в выбранном направлении предполагаемого профессио­нального обучения. Поясним сказанное на примере изучения алгоритмов на графах. Вряд ли стоит знакомить учащихся мате­матического профиля с большим числом графовых алгоритмов. Главной задачей обучения в этом профиле является форми­рование на отдельных ярких примерах по­требности в обосновании построенных алгоритмов, а также пропедевтическое зна­комство с математическим аппаратом, необходимым для оценки их сложности. В информационно-технологическом про­филе список изучаемых алгоритмов может быть значительно расширен, при этом по­строение алгоритмов должно, как правило, сопровождаться их программной реализа­цией на конкретном языке программирова­ния.

По-видимому, самый широкий набор алгоритмов следует дать в социально-эко­номическом профиле, однако здесь основные учебные задачи должны быть направлены не на построение, обоснование и программную реализацию алгоритмов, а на осознанное использование готовых алгоритмов для решения разнообразных прикладных за­дач.

Кратко остановимся на **целях, отборе спе­циального материала и некоторых особен­ностях обучения в различных профилях.**

**Математический (естественно-математический) профиль (34 ч)**

Главными *целями* изучения графов в этом профиле являются знакомство учащихся с теорией графов как одним из интенсивно развивающихся разделов ДМ и развитие способностей, необходимых для успешных занятий дискретной математикой. В этом профиле можно более подробно изучить деревья, рассмотрев, например, связанные с деревьями перечислительные задачи и при­ложения деревьев. Кроме того, в программу электива включены:

* проблема планарности графов;
* теорема Фари о прямолинейных гра­фах;
* раскраска граней, вершин и ребер графа;
* двойственные и самодвойственные графы;
* правильные и полуправильные замо­щения;
* графы и отношения, логические опера­ции, группы.

Изложение теоретического материала и обоснование решений рассматриваемых задач с самого начала отличаются большей абстрактностью и доказательностью; важно, чтобы учащиеся осознали методы и специ­фику графовых доказательств. В тех случа­ях, когда у них имеется достаточный опыт использования того или иного понятия на ин­туитивном и функциональном уровнях, не­обходимо давать его формальное определе­ние.

**Информационно-технологический профиль**

**(34 ч)**

Новые информационные технологии и программирование невозможно предста­вить без графовых моделей и алгоритмов. Один из наиболее важных и широко исполь­зуемых в программировании класс алгорит­мов - это алгоритмы на деревьях. Следует за­метить, что «деревья» и «графы» включены в обязательный минимум содержания основ­ных образовательных программ по информа­тике и соответствующие вопросы содержат­ся в материалах ЕГЭ. Это обусловливает не­обходимость более глубокого и широкого знакомства школьников, выбравших специ­ализацию «информационные технологии», с основами теории графов.

Предлагаемый для этого профиля план по­мимо дальнейшего изучения графовых поня­тий имеет своими *целями* знакомство уча­щихся с представлением графов в компьюте­ре и обучение приемам программирования с их использованием. Поэтому на практике при проведении курса необходима совместная работа учителей математики и информа­тики.

В программе курса большое внимание уделено представлению графовых понятий в памяти компьютера, в частности, различ­ным кодировкам деревьев. Важно отработать навыки перехода из одного аналитического способа задания графа к другому, в том числе перехода от них к геометрической реализации графа и обратно.

Значительная часть программы посвящена изучению дере­вьев и связанным с ними алгоритмам, это следующие вопросы:

* алгоритмы поиска в глубину и в ширину;
* бинарные деревья поиска, балансиров­ка бинарного дерева;
* основное дерево связного графа;
* алгоритм перечисления основных дере­вьев связного помеченного графа;
* построение основного дерева мини­мального веса (методы Крускала и Прима).

В ознакомительном плане изучаются:

* паросочетания и алгоритм нахождения наибольшего паросочетания в двудольном графе;
* сети и потоки;
* метод Форда-Фалкерсона поиска мак­симального потока в сети.

Практически все занятия целесообразно проводить с использованием компьютеров. Изучение перечисленных алгоритмов и их программных реализаций сопровождается решением конкретных задач.

**Социально-экономический профиль (32 ч)**

Современное развитие социально-эконо­мической науки и практики невозможно представить без использования идей и ме­тодов ДМ. В частности, существует большое число практических задач, анализ и реше­ние которых удобно проводить с помощью графов. В связи с этим основной *целью* курса в этом профиле является знакомство школь­ников с задачами социально-экономическо­го характера, при решении которых исполь­зуются графы и алгоритмы на них.

Наиболее важные вопросы программы составляют задачи дискретной оптимизации и сетевого планирования:

• поиск минимального остовного дерева;

* задача о кратчайшем пути;
* задача о коммивояжере;
* задача об оптимальном размещении;
* основы сетевого плани­рования;
* решение простейших экономических задач с помо­щью схемы Бернулли.

Методы решения рас­сматриваемых задач вводят­ся по мере возрастания их трудности: от более простых — «жадного» и «деревянного» алгоритмов — к более слож­ному - методу ветвей и границ. По мере изучения материа­ла учащимся предлагается са­мим находить, формулиро­вать и моделировать реаль­ные задачи, которые можно решить этими методами.

Двухуровневая модель элективного изучения из­бранного раздела математи­ки, имеющего широкие практические приложения, обеспечивает преемствен­ность между предпрофильными и профильными ориентационными курсами и тем самым готовит выпускника профильной школы к полно­ценному продолжению мате­матического образования в ву­зе. Описанная на примере гра­фов интерпретация модели может служить основой для разработки содержательно взаимосвязанных курсов по другим разделам математики и по другим учебным дис­циплинам. Подобные курсы можно рекомендовать много­профильным школам и меж­школьным объединениям, ре­ализующим различные вари­анты сетевого элективного обучения.