**Билеты по геометрии для 9 класса**

**Углублённое изучение математики.**

**Билет № 1**

1. Свойства равнобедренного треугольника, теорема о свойстве медианы равнобедренного треугольника, проведенной к основанию.

2. Зависимость между стороной правильного многоугольника и радиусом описанной и вписанной окружности (вывод формулы). Установление этой зависимости для квадрата, правильного треугольника, шестиугольника.

3. Одна из сторон треугольника равна 8, а два из его углов равны соответственно 30° и 45°. Найдите все возможные значения периметра треугольника.

4. Дан треугольник со сторонами 5, 12, 13. Точка О лежит на большей стороне треугольника и является центром окружности, касающейся двух других сторон. Найдите радиус окружности.

**Билет № 2**

1. Признаки равенства треугольника (доказательство всех признаков).

2. Деление отрезка на *n* равных частей (с обоснованием).

3. В треугольнике ABC углы А и В равны 38° и 86° соответственно. Найдите углы треугольника, вершинами которого являются точки касания сторон с вписанной в ABC окружностью.

4.В треугольник со сторонами 20, 34, 42 вписан прямоугольник с периметром 40 так, что одна его сторона лежит на большей стороне треугольника. Найдите стороны прямоугольника.

**Билет № 3**

1. Пропорциональные отрезки в круге.

2. Вывод формулы для вычисления суммы углов выпуклого многоугольника.

3. Определить вид треугольника ABC, найти его площадь, радиус описанной окружности, радиус вписанной окружности, если А(3;5), В(1;3),С(4;4).

4.Один из катетов прямоугольного треугольника равен 12, а проекция второго катета на гипотенузу равна $\frac{25}{13}$. Найдите площадь круга, вписанного в этот треугольник.

**Билет № 4**

1. Параллельные прямые (определение). Признаки параллельности двух прямых и доказательство всех.

2. Нахождение гипотенузы, катета и острого угла прямоугольного треугольника по данным его второго катета и острому углу.

3. В окружность вписан одиннадцатиугольник, одна из сторон которого равна радиусу окружности, а остальные десять сторон равны между собой. Найдите углы одиннадцатиугольника.

4. Равнобедренный Δ ABC с основанием ВС вписан в окружность с центром О. Площадь треугольника ABC равна $9\sqrt{2}$, ∠А=45°. Прямая, проходящая через точку О и середину АС, пересекает сторону ВА в точке М. Найдите площадь Δ ВМС.

**Билет № 5**

1. Теорема об углах, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей.

2. Вывод формулы площади треугольника: $S=\frac{1}{2}ab∙\sin(C)$

3.Точка F лежит на стороне АВ правильного восьмиугольника ABCDMNPQ так, что AF =$3\sqrt{2}$, FB =$\sqrt{2}$. Найдите расстояние от точки F до прямых, содержащих стороны восьмиугольника.

4. Около окружности радиуса 3 описана равнобедренная трапеция. Площадь четырёхугольника, вершинами которого являются точки касания окружности и трапеции, равна 12. Найдите площадь трапеции.

**Билет № 6**

1. Внешний угол треугольника (определение). Теорема о внешнем угле треугольника. Сумма внешних углов *n*-угольника.

2. Нахождение значений синуса, косинуса и тангенса угла в 45°.

3. Вычислить длину биссектрисы ∠ А ΔАВС с длинами сторон а = 18см, b = 15см, с =12см.

4. В Δ ABC со сторонами АВ = 10, ВС = 7, АС = 15 вписан квадрат, две вершины которого лежат на стороне АС, одна на стороне АВ и одна на стороне ВС. Через середину D стороны АС и центр квадрата проведена прямая, которая пересекается с высотой ВН треугольника ABC в точке М. Найдите площадь Δ DMC.

**Билет № 7**

1. Геометрическое место точек. Теорема о геометрическом месте точек, равноудаленных от двух данных точек, в геометрической и аналитической формах.

2. Круг (определение). Формула для вычисления площади круга (без вывода). Вывод формулы площади кругового сектора.

3.Найдите длину отрезка, параллельного основаниям трапеции (их длины *a* и b) и делящего трапецию на две равновеликие части.

4. Площадь Δ ABC равна 120, точка D лежит на отрезке ВС так, что BD : CD = 1:2, биссектриса ВК пересекает прямую AD в точке L. Найдите площадь четырёхугольника KLDC, если АК : КС = 3:1.

**Билет № 8**

1. Треугольник (определение). Теорема о сумме углов треугольника, прямая Эйлера (без доказательства).

2. Выражение расстояния между двумя точками через координаты этих точек

3. В круговой сектор с углом 60° помещен круг, касающийся дуги сектора и обоих радиусов. Найдите отношение площади сектора и площади круга.

4. В Δ ABC точка К лежит на стороне ВС так, что В К : КС = 1:2, биссектриса СМ пересекается с прямой АК в точке L, при этом AM : MB = 1:4. Найдите площадь Δ ABC, если площадь четырёхугольника MBKL равна 52.

**Билет № 9**

1. Признаки равенства прямоугольных треугольников (доказательства всех признаков).

2. Окружность (определение). Формула для вычисления длины окружности (без вывода). Вывод формулы длины дуги окружности.

3. В Δ ABC точки А1, В1 и C1 делят стороны ВС, АС и АВ соответственно в

отношениях *ВА1 : А1С = 3 : 7; АВ1 : В1С = 1 : 3; АС1 : С1В = 1*. Найдите отношение площадей треугольников ABC и А1В1С1.

4. Трапеция вписана в окружность, диаметр которой является основанием трапеции и равен $2\sqrt{6}$ . Найдите второе основание трапеции, если одна из боковых её сторон равна 3.

**Билет № 10**

1. Признаки параллелограмма с доказательством.

2. Построение треугольника по трем сторонам.

3. Высота ромба, проведенная из вершины его тупого угла, делит сторону ромба в отношении 1 : 2, считая от вершины его острого угла. Какую часть площади ромба составляет площадь вписанного в него круга?

4. Треугольник ABC, в котором ∠А = 45°, АВ = АС$\sqrt{2}$, вписан в окружность радиуса 4, а хорда этой окружности, проходящая через вершину В и центр вписанной в этот треугольник окружности, пересекает сторону АС в точке М. Найдите площадь Δ AM В.

**Билет № 11**

1. Параллелограмм (определение). Свойства параллелограмма с доказательством (не менее четырех свойств).

2. Построение биссектрисы угла. Свойства биссектрисы угла треугольника.

3. В равностороннем треугольнике проведены две медианы. Найдите величину острого угла, образовавшегося при их пересечении.

4.Треугольник ABC, в котором ∠А = 30°, 2 ВС = ВА, вписан в окружность радиуса 6, а хорда этой окружности, проходящая через вершину В и центр вписанной в этот треугольник окружности, пересекает сторону АС в точке М. Найдите площадь Δ ВСМ.

**Билет № 12**

1. Прямоугольник (определение). Свойства прямоугольника (не менее двух). Признаки прямоугольника.

2. Нахождение катета и острых углов прямоугольного треугольника по данным гипотенузе и другому катету.

3. Найдите расстояние от центра окружности радиуса 9 см до точки пересечения двух взаимно перпендикулярных хорд длиной 16 см и 14 см соответственно.

4. Прямая, проходящая через вершину А квадрата ABCD, пересекает сторону CD в точке М и продолжение стороны ВС в точке N. Найдите длину стороны квадрата, если AM = 7, MN = 5.

**Билет № 13**

1. Ромб (определение). Свойства ромба. Признаки ромба.

2. Построение прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данной прямой.

3. В Δ ABC из вершины С проведены биссектрисы внутреннего и внешнего

углов. Первая биссектриса образует со стороной АВ угол, равный 40°. Какой угол образует с продолжением стороны АВ вторая биссектриса?

4. Прямая, проходящая через вершину А квадрата ABCD, пересекает сторону CD в точке М и продолжение стороны ВС в точке N. Найдите длину стороны квадрата, если AM = 5, MN = 3.

**Билет №14**

1. Углы между пересекающимися хордами. Угол между двумя секущими. Угол между касательной и хордой. Угол между двумя касательными.

2. Вписанный четырехугольник.

3. Построить треугольник по стороне с, медиане к стороне а та , и медиане к стороне b т*b*.

4. Две окружности с радиусами 5 и 3 касаются в точке О. Их общая касательная, проходящая через точку О, пересекает внешние касательные этих окружностей в точках А и В соответственно. Найдите АВ.

**Билет № 15**

1. Средняя линия треугольника и трапеции (определение). Теоремы о средней линии треугольника и трапеции.

2. Построение окружности, вписанной в треугольник и описанной около него

3. Пусть AD - медиана Δ ABC. На стороне AD взята точка К так, что АК : KD

= 3:1. Прямая ВК разбивает Δ ABC на два. Найдите отношение площадей этих треугольников.

4. В параллелограмме ABCD углы В и D — острые. Известно, что ВК — биссектриса ∠ В, СМ — биссектриса ∠ С, а точки К и М лежат на отрезке AD, при этом ВСКМ — трапеция (с боковыми сторонами ВМ и СК). Найдите, как площадь ВСКМ относится к площади ABCD, если ВС = 10, АВ = 3.

**Билет № 16**

1. Признаки подобия треугольников (доказательства).

2. Построение касательной к окружности (два случая).

3. ABCD - квадрат со стороной *а*. Вершины С , А и В являются серединами отрезков ВМ, ND и DF соответственно. Найдите радиус окружности, описанной около Δ NFM.

4. Основания трапеции равны 9 и 13, а боковые стороны равны 4 и 3, биссектрисы углов при боковой стороне пересекаются в точке М, а при другой боковой стороне — в точке N. Найдите MN.

**Билет № 17**

1. Вывод формулы площади треугольника $S=\frac{1}{2}ah$. Формула Герона (вывод).

2. Выражение координат середины отрезка через координаты его концов .

3. Разделить данный отрезок АВ в данном отношении *m : n*, то есть найти точку М∈ АВ , такую, что AM : MB = *m : n* .

4. Равнобедренный треугольник вписан в окружность, радиус которой равен боковой стороне треугольника и равен 5. Найдите площадь треугольника.

**Билет № 18**

1. Вывод формулы площади параллелограмма $S=ah ; S=\frac{1}{2}d\_{1}d\_{2}\sin((d\_{1}\^d\_{2}))$

2. Вывод формул площадей треугольника $S=\frac{abc}{4R} ;S=\frac{1}{2}Pr $

3. Постройте отрезок $\frac{a^{2}}{c}$, где *а* и *с* - длины данных отрезков.

4. На сторонах АВ, ВС и АС Δ ABC взяты точки К, L и М соответственно так, что $\frac{AM}{MC}=\frac{KB}{AK}=\frac{CL}{BL}=2$ . Найдите площадь Δ KLM, если площадь Δ ABC равна 321.

**Билет № 19**

1. Трапеция (определение). Вывод формулы площади трапеции. Теорема о четырех точках трапеции (доказательство).

2. Уравнение окружности (вывод). Взаимное расположение прямой и окружности в координатах.

3. Найдите острые углы Δ ABC, если ∠ С = 90°, АС =$2\sqrt{3}$, ВК = 1, где СК -

высота треугольника.

4. В прямоугольном Δ ABC на катетах АВ и ВС как на диаметрах построены окружности. Точка К принадлежит обеим окружностям и гипотенузе АС. Найдите расстояние от точки К до центра описанной около Δ ABC кружности, если АВ = 8 и ВС = 6.

**Билет № 20**

1. Теорема Пифагора (прямая и обратная).

2. Правильный многоугольник (определение). Построение правильного

четырехугольника, пятиугольника, шестиугольника.

3. Найдите площадь треугольника с вершинами А (1; 4), В (-3; -1), С (2;-2).

4.Окружность радиуса 2 внешне касается окружности меньшего радиуса. К этим окружностям проведена общая касательная, расстояние между точками касания равно 3. Найдите радиус меньшей окружности.

**Билет № 21**

1. Теорема синусов.

2. Построение прямой, параллельной данной.

3. Найдите площадь квадрата, вписанного в ромб, со стороной 6 см и углом 30° (сторона квадрата параллельна диагонали ромба);

4. Прямые, содержащие боковые стороны трапеции, пересекаются в точке О. Найдите периметр Δ AOD, если боковые стороны трапеции равны 6 и 8, основания — 8 и 16, при этом AD — большее основание.

**Билет № 22**

1. Теорема косинусов.

2. Деление отрезка пополам (два способа).

3. Найдите площадь фигуры, ограниченной дугами трех попарно касающихся окружностей радиусов 1, 1 и $\sqrt{2}-1$.

4. В трапеции большее основание равно 8, одна из боковых сторон равна 6. Известно, что одна из диагоналей перпендикулярна заданной боковой стороне, а другая делит угол между этой боковой стороной и большим основанием пополам. Найдите площадь трапеции.

**Билет № 23**

1. Теорема Птолемея.

2. Вертикальные углы (определение). Свойства вертикальных углов. Смежные углы.

3. Докажите, что биссектриса AA1 треугольника ABC вычисляется по формуле $AA\_{1}=\frac{2∙AB∙AC∙\cos(\frac{A}{2})}{AB+AC}$ .

4. На стороне АС Δ ABC взята точка Е такая, что ЕС = АВ. Пусть К — середина ВС, М — середина АЕ. Найдите градусную меру ∠ ВАС, если ∠KME = 20°.

**Билет № 24**

1. Биссектриса угла треугольника. Свойство биссектрисы угла треугольника. Формула для вычисления угла биссектрисы треугольника $AA\_{1}=\frac{2∙AB∙AC∙\cos(\frac{A}{2})}{AB+AC}$ (доказательство).

2. Описанный четырехугольник.

3. Окружность, касающаяся гипотенузы прямоугольного треугольника, а также продолжений его обоих катетов, имеет радиус *q*. Найдите периметр треугольника.

4. В параллелограмме ABCD углы В и D - острые. Известно, что ВК — биссектриса ∠ В, СМ — биссектриса ∠ С, а точки К и М лежат на отрезке AD, при этом ВСКМ — трапеция (с боковыми сторонами ВМ и СК). Найдите, как площадь ВСКМ относится к площади ABCD, если ВС = 10, АВ = 3.