Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«МОРДОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. М. Е. ЕВСЕВЬЕВА»

**Конспект урока по математике**

**НА ТЕМУ:**

**Выполнила:** студентка 5 курса группы МДИ-108

физико-математического факультета МордГПИ им. М.Е.Евсевьева

**Косырева Татьяна Николаевна**

Саранск 2012

**Тема урока:** «Синус, косинус и тангенс угла».

**Тип урока:** изучение нового материала.

**Класс: 9.**

**Цель урока**:

- *образовательная:* ввести понятия синуса, косинуса и тангенса угла, актуализировать знания о синусе, косинусе и тангенсе угла в прямоугольном треугольнике, ознакомить с основным тригонометрическим тождеством, формулами приведения и формулой для нахождения координат точки, научить применять их при решении задач;

*- развивающая:* развитие внимания, памяти, речи, логического мышления, самостоятельности;

*- воспитательная:* воспитание дисциплины, наблюдательности, аккуратности, чувства ответственности.

**Методы обучения:** дедуктивно-репродуктивный метод.

**Оборудование:** мультимедиа проектор, презентация.

**Используемые источники:**

1) Атанасян, Л. С. Геометрия 7-9 классы: учеб. для общеобразовательных учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – 20-е изд. –М. : Просвещение, 2012. – 384 с. : ил.;

2) Саранцев, Г. И. «Методика обучения математике в средней школе: Учебное пособие для студентов мат. спец. педвузов и университетов» / Г. И. Саранцев. – М. : Просвещение, 2002. – 224 с.;

3) Внеклассный урок – http://raal100.narod2.ru/geometriya/sinus\_kosinus\_tangens/

4) Тригонометрическая таблица – http://www.ankolpakov.ru/wp-content/uploads/2012/08/Таблица–значений–тригонометрических–функций.gif;

5) Таблица и рисунок «Знаки тригонометрических функций» – http://www.dpva.info/Guide/GuideMathematics/GuideMathematicsFiguresTables/TrygynometricsSigns/

**План урока:**

1. Орг. момент (2 мин);
2. Актуализация знаний (5 мин);
3. Изучение нового материала (22 мин);
4. Первичное закрепление нового материла (13 мин);
5. Подведение итогов урока и домашнее задание (3 мин).

**Ход урока**:

1. **Организационный момент.**

Учитель приветствует учащихся, подготавливает помещение к уроку и отмечает отсутствующих.

1. **Актуализация знаний.**

**Учитель:** сегодня мы приступаем к изучению новой главы «Соотношение между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов» и первой темой в данной главе будет «Синус, косинус и тангенс угла». Запишите в тетрадях число и тему урока (слайд 1).

*Запись в тетрадях:*

Число. Тема урока: Синус, косинус и тангенс угла.

**Учитель:** но прежде, чем перейти к изучению этой темы, повторим с вами пройденный материл.

– что называют синусом острого угла?

Ученик: **синус** острого угла α прямоугольного треугольника – это отношение противолежащего катета к гипотенузе.

**Учитель:** что называют косинусом острого угла?

Ученик: **Косинус** острого угла α прямоугольного треугольника – это отношение прилежащего катета к гипотенузе.

**Учитель:** что такое тангенс острого угла?

Ученик: **Тангенс** острого угла α – это отношение противолежащего катета к прилежащему катету.

Учитель: теперь решите следующий пример (слайд 2).

1. Пусть в прямоугольном треугольнике АВС
АВ = 6,
ВС = 3,
угол А = 30º.

Выясним синус угла А и косинус угла В.



Вариант 1 находит значение синуса угла А, вариант 2 находит косинус угла В.

(ученики самостоятельно решают в тетрадях)

Решение

1) Сначала находим величину угла В. Тут все просто: так как в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90º, то угол В = 60º:

В = 90º – 30º = 60º.

2) Вычислим sin A. Мы знаем, что синус равен отношению противолежащего катета к гипотенузе. Для угла А противолежащим катетом является сторона ВС. Итак:

      sin A = = = .

3) Теперь вычислим cos B. Мы знаем, что косинус равен отношению прилежащего катета к гипотенузе. Для угла В прилежащим катетом является все та же сторона ВС. Это значит, что нам снова надо разделить ВС на АВ – то есть совершить те же действия, что и при вычислении синуса угла А:

      cos B = = = .

В итоге получается:

sin A = cos B = .

Или:

sin 30º = cos 60º = .

**3. Изучение нового материала**

**Учитель:** мы вспомнили, что является синусом, косинусом и тангенсом угла в прямоугольном треугольнике. Теперь мы познакомимся с этими понятиями в независимости от фигуры, в которой они находятся.

Введем прямоугольную систему координат Оху и построим полуокружность радиуса 1 с центром в начале координат, расположенную в первом и втором квадрантах. Данная полуокружность называется единичной (см. рис. 290 в учебнике). Запишите определение с экрана и сделайте рисунок. (слайд 3)

*Запись в тетрадях:*

Полуокружность называется единичной, если ее центр находится в начале координат, а радиус равен 1.



**Учитель:** из точки О проведем луч h , пересекающий единичную полуокружность в точке М (х;у). обозначит буквой α угол между лучом h и положительной полуосью абсцисс. Если луч h совпадает с положительной полуосью абсцисс, то будем считать, что α = 0 °.

Если угол α острый, то из прямоугольного треугольника DOM имеем, sin α = , a cos α = .

Но OM = 1, MD это ордината, OD - абсцисса, поэтому sin α ордината у точки М, cos α это абсцисса х точки М.

*Запись на доске и в тетрадях:*

Если угол α острый, то из прямоугольного треугольника DOM имеем,

sin α = , a cos α = .

Но OM = 1, MD = y, OD = x,

поэтому sin α = y, cos α = x. (1)

**Учитель:** Так как из прямоугольного треугольника DOM тангенс - это отношение противолежащего катета к прилежащему tg = , то тангенс будет равен отношению синуса угла α к косинусу угла α tg = . Существует еще функция, обратная тангенсу - катангенс, и он равен отношению косинуса угла α к синусу ctg = .

Итак, синус острого угла α равен ординате у точки М, а косинус угла α - абсциссе х точки М. Запишите со слайда информацию в тетради (слайд 4).

*Запись на доске и в тетрадях:*

Т.к. tg = , то tg = , ctg = .

**Учитель:** если угол α прямой, тупой или развернутый, это углы AOC, AON и AOB на рисунке 290 учебника, или α = 0 °, то синус и косинус угла α также определим по формулам (1).

Таким образом, для любого угла α из промежутка 0° ≤ α ≤ 180° синусом угла α называется ордината у точки М, косинусом угла α - абсцисса х точки М.

Так как координаты (х; у) точек единичной полуокружности заключены в промежутках 0 ≤ у ≤ 1, - 1 ≤ х ≤ 1, то для любого α из промежутка 0° ≤ α ≤ 180° справедливы неравенства:

0 ≤ sin α ≤ 1, - 1≤ cos α ≤ 1 (слайд 5). Запишите это в тетради.

*Запись в тетрадях:*

Т.к. 0 ≤ у ≤ 1, - 1 ≤ х ≤ 1, то для любого α из промежутка 0° ≤ α ≤ 180°

0 ≤ sin α ≤ 1, - 1≤ cos α ≤ 1.

**Учитель:** а теперь найдем значения синуса и косинуса для углов 0°, 90° и 180°. Для этого рассмотрим лучи OA, OC и OB, соответствующие этим углам (см.рис.290). Так как точки А, С и B имеют координаты А (1; 0), С (0; 1), В (-1; 0), то

Sin 0° = 0, sin 90° = 1, sin 180° = 0, cos 0° = 1, cos 90° = 0, cos 180° = - 1. (2) (слайд 6) Запишите в тетради.

*Запись в тетрадях:*

Sin 0° = 0, sin 90° = 1, sin 180° = 0, cos 0° = 1, cos 90° = 0, cos 180° = - 1

**Учитель:** так как tg = , то при α = 90° тангенс угла α не определен, так как cos 90° = 0 знаменатель обращается в нуль. Катангенс угла ctg = не определен при α = 0 °, α = 180 ° , так как знаменатель sin 0° = 0, sin 180° = 0 обращается в нуль. Используя формулы (2), находим:

tg 0 ° = 0, tg 180 ° = 0.

ctg 90° = 0.

Запишите это в тетради. (слайд 7)

*Запись в тетрадях:*

Т.к. tg = , то при α = 90° тангенс угла α не определен.

tg 0 ° = 0, tg 180 ° = 0,

т.к. ctg = , то при α = 0 °, α = 180 ° катангенс угла α не определен

ctg 90° = 0.

**Учитель:** кроме этих значений при решении задач вам понадобятся и другие значения синуса, косинуса, тангенса и катангенса при различных угла α. Сделайте себе в тетради небольшую тригонометрическую таблицу значений синуса, косинуса, тангенса и катангенса (слайд 8).

*Запись в тетрадях:*



**Учитель:** теперь мы познакомимся с вами с основным тригонометрическим тождеством. Запишите заголовок в тетради.

*Запись в тетрадях:*

Основное тригонометрическое тождество.

**Учитель:** на рисунке 290 учебника изображены система координат Оху и полуокружность АСВ с центром О. Эта полуокружность является дугой окружности, уравнение которой имеет вид х2 + у2 = 1. Подставив сюда выражения для х и у из формул sin = x, cos = y, получим равенство

sin2 α + cos2 α = 1, (4)

Которое выполняется для любого угла α из промежутка 0° ≤ α ≤ 180°. Равенство (4) называется основным тригонометрическим тождеством. В VIII классе оно было доказано для острых углов. Запишите в тетради информацию со слайда. (слайд 9)

*Запись в тетрадях:*

Для любого угла α из промежутка 0° ≤ α ≤ 180° верно

sin2 α + cos2 α = 1 - основное тригонометрическое тождество.

**Учитель:** теперь определим знаки синуса, косинуса и тангенса в разных четвертях.

Знаки синуса.

Так как sin α = , то знак синуса зависит от знака у. В первой и второй четвертях у > 0, в третьей и четвертой у > 0. Значит синус больше нуля, если угол α находится в первой ил второй четверти, и синус меньше нуля, если угол α находится в третьей ил четвертой четверти. Запишите эту информацию в тетради со слайда (слайд 10)

*Запись в тетрадях:*

т.к. sin α = ,

 I , II ч - sin α > 0, III, IV ч - sin α < 0

**Учитель**: знаки косинуса. Так как cos α = , то знак косинуса зависит то знака х. тогда в первой и четвертой четвертях х > 0, а во второй и третьей четвертях x < 0. Следовательно: косинус больше нуля, если угол α находится в первой или четвертой четверти, и косинус является меньше нуля, если угол α находится во второй или третьей четверти. Запишите это в тетради со слайда.

*Запись в тетрадях:*

Так как cos α =

I , IV ч - cos α > 0, II, III ч - cos α < 0

**Учитель:** знаки тангенса и катангенса.

Так как tg α = , а ctg α = , то знаки tg α и ctg α зависят от знаков x и y. В 1 и 3 четвертях x и y имеют одинаковые знаки, а во 2 и 4 разные. Значит: tg α > 0 и ctg α > 0, если угол α является углом 1 или 3 четверти; tg α < 0 и ctg α < 0, если угол α является углом 2 или 4 четверти. Запишите в тетради, и перенесите в таблицу.

*Запись в тетрадях:*

tg α =

I , III ч - tg α > 0, II, IV ч - tg α < 0

ctg α =

I , III ч - ctg α > 0, II, IV ч - ctg α < 0.



**Учитель:** кроме основное тригонометрического тождества справедливы также следующие тождества, которые являются формулами приведения. Запишите их в тетради. (слайд 11)

sin (90° - α) = cos α

cos (90° - α) = sin α (5) при 0° ≤ α ≤ 90°,

sin (180° - α)= sin α

cos (180° - α) = - cos α (6) при 0° ≤ α ≤ 180° .

*Запись в тетрадях:*

Формулы приведения.

sin (90° - α) = cos α

cos (90° - α) = sin α (5) при 0° ≤ α ≤ 90,

sin (180° - α)= sin α

cos (180° - α) = - cos α (6) при 0° ≤ α ≤ 180 .

**Учитель:** и последнее, что мы сегодня с вами рассмотрим, это формулы для вычисления координат точки, сделайте в тетрадях следующий заголовок: формулы для вычисления координат точки. (слайд 12)

*Запись в тетрадях:*

Формулы для вычисления координат точки.

**Учитель**: итак, пусть задана система координат Оху и дана произвольная точка А(х;у) с неотрицательной ординатой у (см.рис. 291 учебника).



Выразим координаты точки А через длину отрезка ОА и угол α между лучом ОА и положительной полуосью Ох. Для этого обозначим буквой М точку пересечения луча ОА с единичной полуокружностью. По формулам sin α = y, cos α = x координаты точки М соответственно равны cos α и sin α. Вектор имеет те же координаты, что и точка М, т.е. (cos α; sin α). Вектор имеет те же координаты, что и точка А, т.е. (х; у). По лемме о коллинеарных векторах = ОА ∙ , поэтому

x = ОА ∙ cos α,

y = OA ∙ sin α. (7)

Запишите все в тетрадь со слайда.

*Запись в тетрадях:*

sin α = y, cos α = x

М(cos α; sin α), (cos α; sin α), (х; у).

По лемме о коллинеарных векторах = ОА ∙ , поэтому

x = ОА ∙ cos α,

y = OA ∙ sin α. (7)

**4. Закрепление изученного материала**

**Учитель:** а теперь закрепим изученный материал при решении следующих номеров задач: №№ 1012, 1013, 1015.

К доске вызываются ученики.

**Учитель**: № 1012. Проверьте, что точки М1(0; 1), М2 ( ; ), М3 ( ; ), М4 (-; ), А(1; 0), В(- 1; 0) лежат на единичной полуокружности. Выпишите значения синуса, косинуса и тангенса углов АОМ1, АОМ2, АОМ3, АОМ4, АОВ.

*Запись на доске и в тетрадях:*

№ 1012.

Дано: М1(0; 1), М2 ( ; ), М3 ( ; ), М4 (-; ), А(1; 0), В(- 1; 0)

Найти: sin, cos, tg углов: АОМ1, АОМ2, АОМ3, АОМ4, АОВ

Ученик: чтобы проверить, принадлежат ли точки единичной полуокружности, мы должны координаты точек подставить в уравнение окружности х2 + у2 = 1.

*Запись на доске и в тетрадях:*

М1 (0; 1), 02 + 12 = 0 +1 = 1, следовательно М1 Окр (0; 1).

М2 ( ; ), + = 1, + = 1, 1 = 1, следовательно М2 Окр (0; 1).

М3 ( ; ), + = 1, + = 1, 1 = 1, следовательно М3 Окр (0; 1).

М4 (-; ), + = 1, + = 1, 1 = 1, следовательно М4 Окр (0; 1).

А(1; 0), 1 2 + 02 = 1 = 1, следовательно А Окр (0; 1).

В(- 1; 0), (-1)2 + 02 = 1 = 1, следовательно В Окр (0; 1).



Ученик: найдем значения синуса, косинуса и тангенса углов АОМ1, АОМ2, АОМ3, АОМ4, АОВ. Так как синус - это ордината точки, косинус - это абсцисса точки, а косинус, это отношению синуса к косинусу, находим их значение.

Находим синус, косинус и тангенс угла АОМ1.

*Запись на доске и в тетрадях:*

Т.к. sin α = y, cos α = x, tg =

sin∠АОМ1= 1, cos∠АОМ1 = 0.

sin∠АОМ2 = , cos∠АОМ2 = , tg ∠АОМ2 = .

sin∠АОМ3 = , cos∠АОМ3 = , tg ∠АОМ3 = 1.

sin∠АОМ4 = , cos∠АОМ4 =, tg ∠АОМ4 = .

sin∠АОВ= , cos∠АОВ =, tg ∠АОВ = .

Учитель: теперь разберем номер 1013 (а, б). Найдите синус угла α, если известнее косинус.

К доске вызывается ученик.

*Запись на доске и в тетрадях:*

№ 1013 (а, б)

Дано: а) cos α = .

 б) cos α = .

Найти: sin α

Ученик**:** чтобы найти синус угла, используем основное тригонометрическое тождество и выразим синус через косинус.

*Запись на доске и в тетрадях:*

sin2 α + cos2 α = 1

a) sin2 α = 1 - cos2 α;

sin2 α = 1 - = 1 - = ;

sin2 α =

Ученик: так как точка находится в первой четверти, синус положителен, следовательно равен .

*Запись на доске и в тетрадях:*

Так как α находится в 1 ч., то sin α > 0,

sin α =

б) sin2 α = 1 - = 1 - = ;

Ученик: так как угол α находится во 2 ч., то sin α > 0

*Запись на доске и в тетрадях:*

Так как α находится во 2 ч., то sin α > 0,

sin α = .

**Учитель:** теперь решите номер 1015(а, в), где необходимо найти тангенс угла α.

К доске вызывается ученик.

*Запись на доске и в тетрадях:*

№ 1015 (а, в)

Дано: а) cos α = 1;

 в) sin α = и 0° < α < 90°.

Ученик: так как тангенс - это отношение синуса угла к косинусу угла, нам необходимо под а) найти синус угла, а под б) косинус угла. Используем основное тригонометрическое тождество.

*Запись на доске и в тетрадях:*

a) tg = ,

sin2 α + cos2 α = 1;

sin2 α = 1 - cos2 α;

sin2 α = 1 - = 1 - = 0; sin α = 0.

tg = = = 1.

в) sin2 α + cos2 α = 1;

cos2 α = 1 - sin2 α;

cos2 α = 1 - = 1 - = ;

т.к. 0° < α < 90° , cos α > 0, cos α = .

tg = = 1.

**5. Подведение итогов урока и домашнее задание**

**Учитель:** итак, сегодня на уроке мы изучили синус, косинус и тангенс угла. Теперь ответьте на следующие вопросы:

Что называется синусом угла?

Ученик: синус острого угла α равен ординате у точки.

**Учитель**: что называется косинусом угла?

Ученик: косинус острого угла α равен абсциссе х точки

**Учитель:** что такое тангенс угла?

Ученик: тангенс - это отношение синуса угла α к косинусу угла, отношение ординаты точки к абсциссе.

**Учитель:** А что такое катангенс угла?

Ученик: катангенс - это отношение косинуса угла у синусу.

**Учитель:** какое основное тригонометрическое тождество вы знаете?

Ученик: sin2 α + cos2 α = 1 является основным тригонометрическим тождеством.

**Учитель:** какие есть формулы для вычисления координат точки?

Ученик: x = ОА ∙ cos α, y = OA ∙ sin α.

**Учитель:** а как определить знаки синуса или косинуса?

Ученик: нужно определить, в какой четверти лежит точка с заданными координатами, или данный угол α.

**Учитель:** решение задач по пройденной теме мы продолжим еще на следующем уроке, а сейчас запишите задание на дом: §1, пп. 93 - 95, №№ 1014, 1015 (б, г). (слайд 13)

*Запись на доске и в тетрадях:*

Д/з: §1, пп. 93 - 95, №№ 1014, 1015 (б, г)

**Учитель:** урок окончен. До свидания.

Решение домашней работы.

№ 1014.

Дано: а) sin α = ;

 б) sin α = ;

 в) sin α = .

Найти: cos α.

Решение.

а) Выразим cos α из основного тригонометрического тождества sin2 α + cos2 α = 1.

cos2 α = 1 - sin2 α;

cos2 α = 1 - = 1 - = ;

cos α = ± .

б) Аналогично:

cos2 α = 1 - = 1 - = ;

cos α = ±.

в) cos2 α = 1 - 0 = 1

cos α = ± 1.

№ 1015(б, г).

Дано: б) cos α = - ;

 г) sin α = и 90° < α < 180 °.

Найти: tg α.

Решение.

б) tg = ,

sin2 α + cos2 α = 1;

sin2 α = 1 - cos2 α;

sin2 α = 1 - = 1 - = ,

sin α = ± .

tg = = = .

г) cos2 α = 1 - sin2 α;

cos2 α = 1 - = 1 - =

т.к. 90° < α < 180 °, то sin α > 0, sin α = ,

tg = = = .