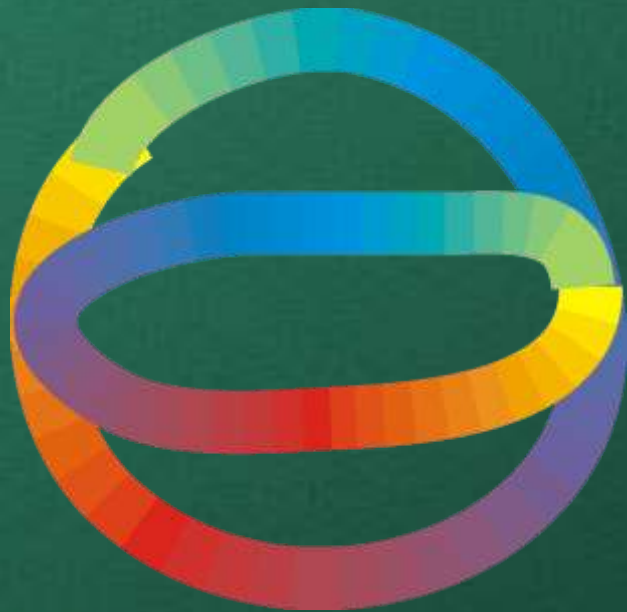


Тема урока:



# Сфера и шар

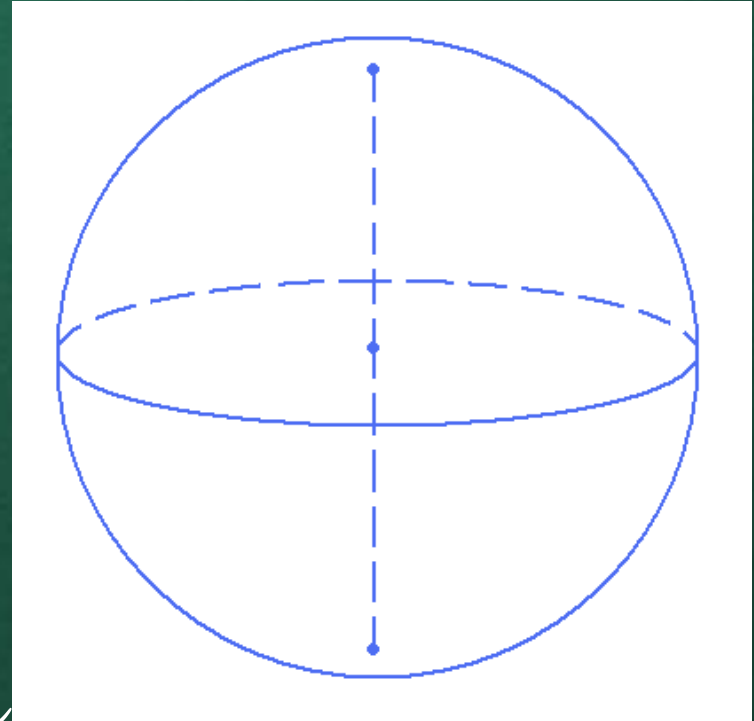


Электронный образовательный ресурс  
выполнила Акчурина Е.В.



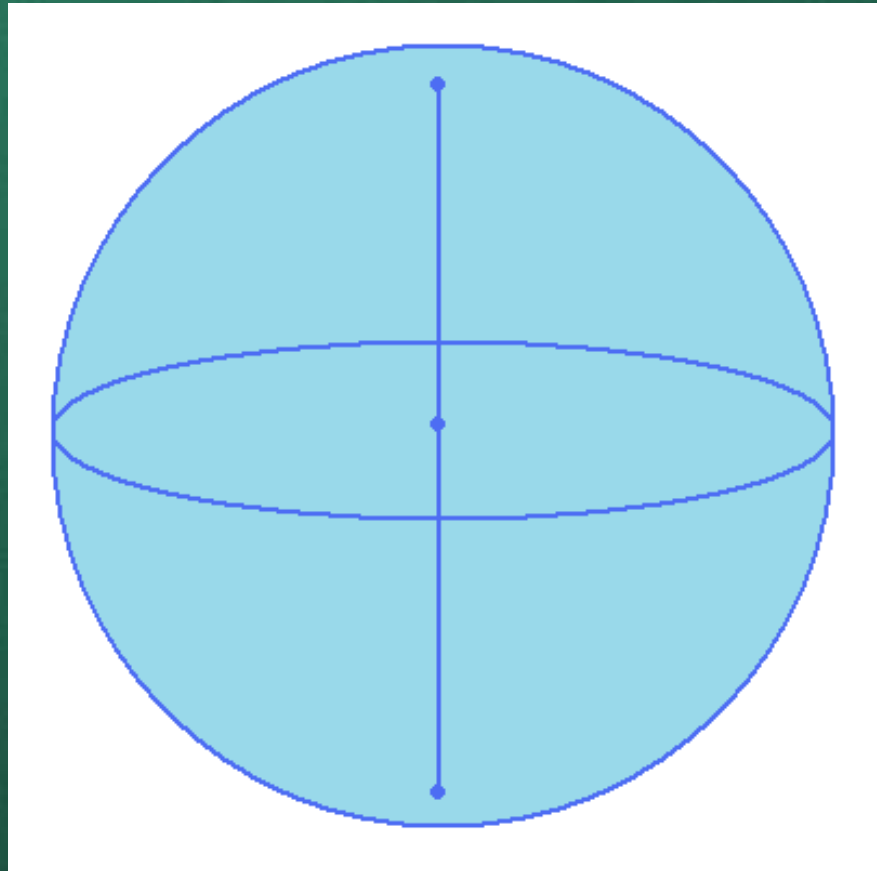
# Понятие сферы и шара

Сферой называется поверхность, которая состоит из всех точек пространства, находящихся на заданном расстоянии от данной точки. Эта точка называется центром, а заданное расстояние – радиусом сферы, или шара – тела, ограниченного сферой. Шар является телом вращения и состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не более заданного от данной точки.



# Понятие сферы и шара

Шаром называется тело вращения, ограниченное сферой



# Радиус и диаметр шара

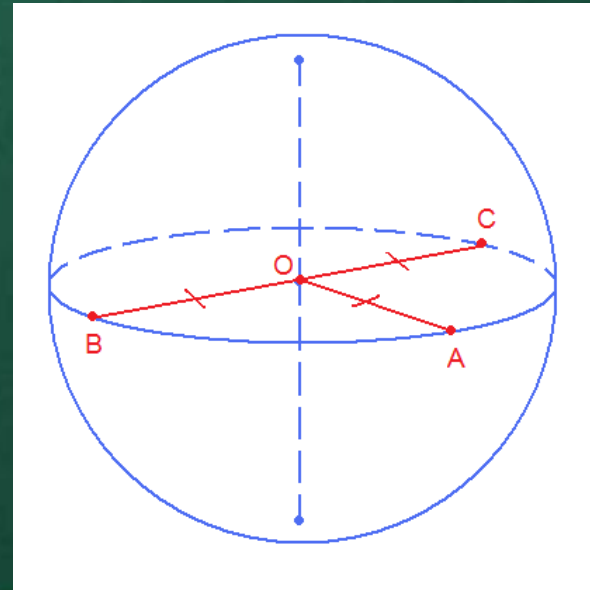
Отрезок, соединяющий центр шара с точкой на его поверхности, называется радиусом шара.

Отрезок, соединяющий две точки на поверхности шара и проходящий через центр, называется диаметром шара, а концы этого отрезка – диаметрально противоположными точками шара.

$OA = OB = OC = R$  –  
радиус

$BC$  – диаметр

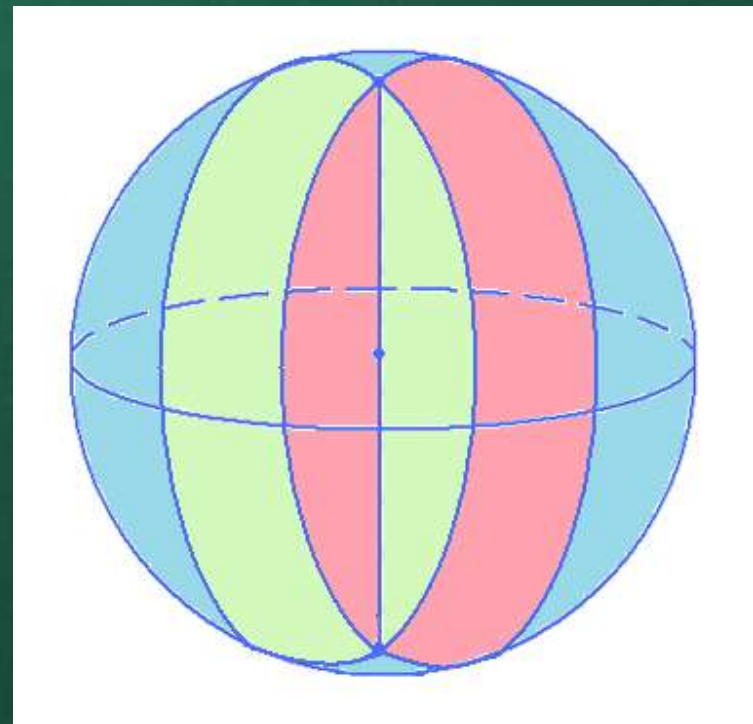
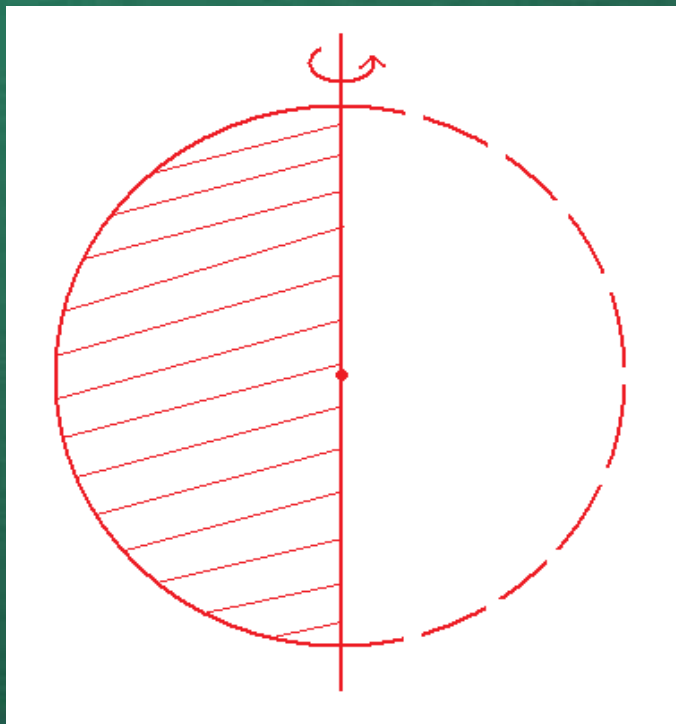
$B$  и  $C$  – диаметрально  
противоположные  
точки





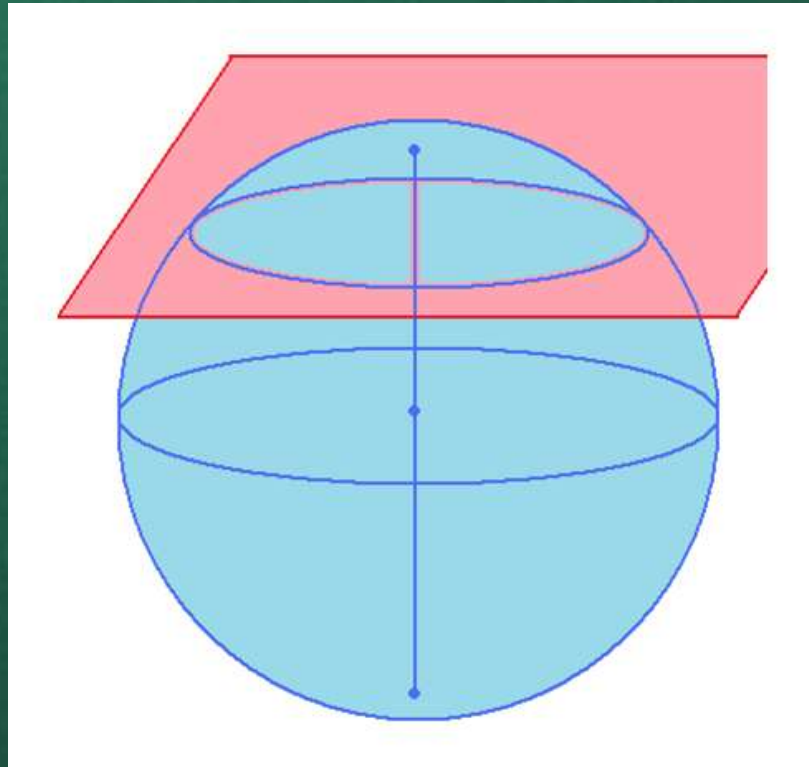
# Шар – тело вращения

Шар можно рассматривать как тело, полученное от вращения полукруга вокруг диаметра как оси.



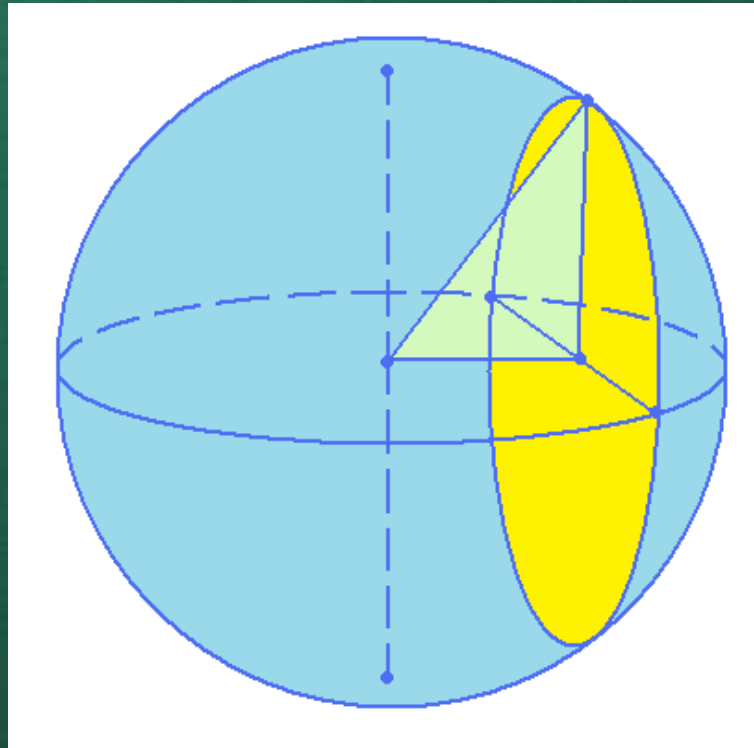
# Теорема:

Любое сечение шара плоскостью есть круг.  
Перпендикуляр, опущенный из центра шара на секущую плоскость, попадает в центр этого круга.



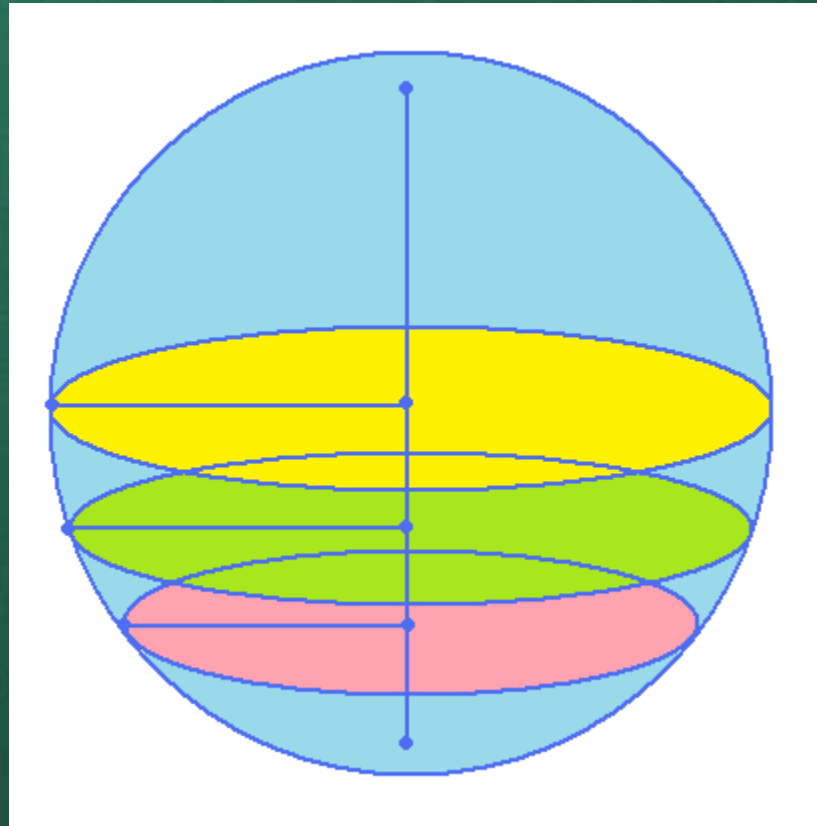
# Следствие:

Если известны радиус шара и расстояние от центра шара до плоскости сечения, то радиус сечения вычисляется по теореме Пифагора.



# Радиус сечения

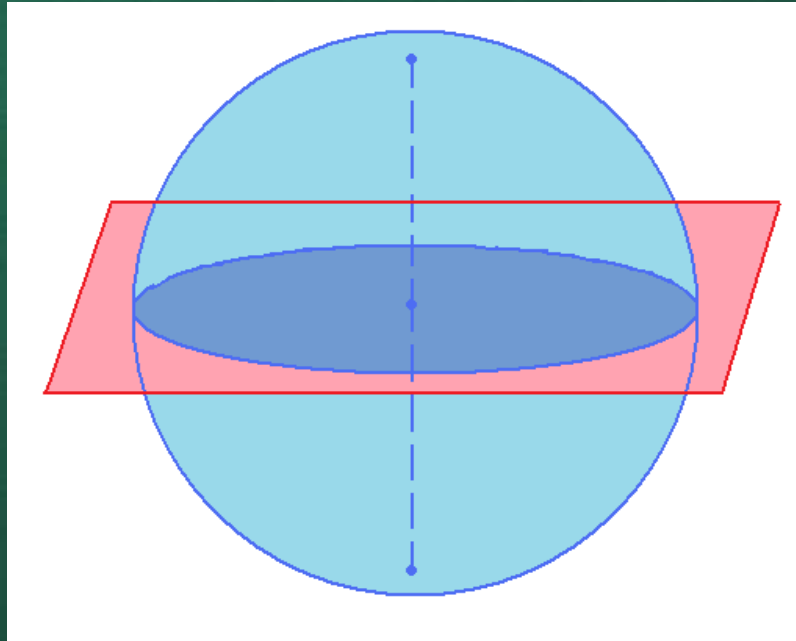
Чем меньше расстояние от центра шара до плоскости, тем больше радиус сечения.





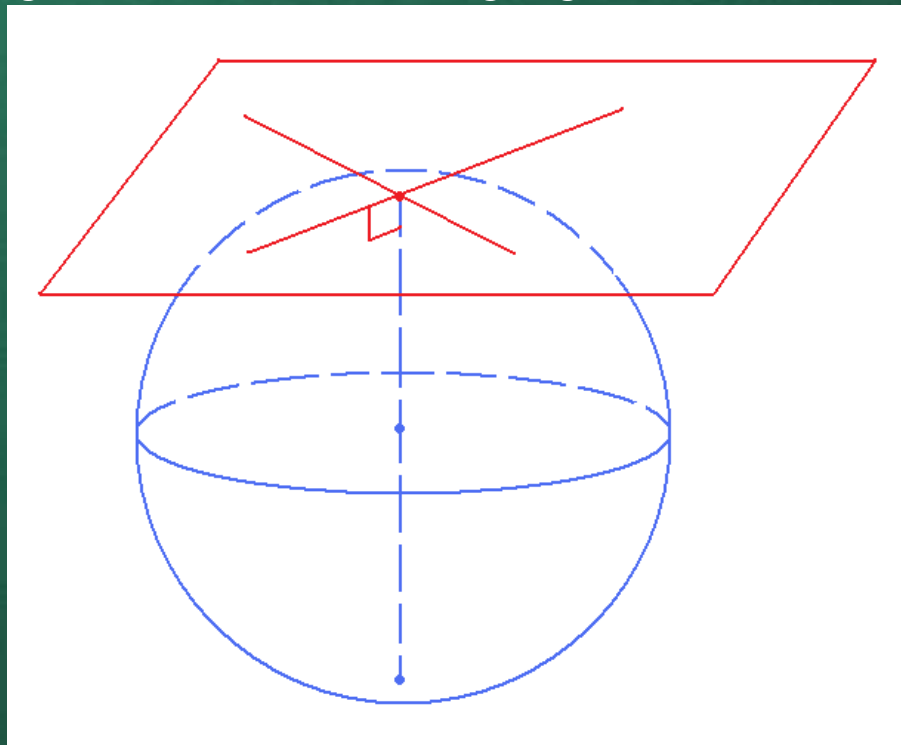
# Полушар

Наибольший радиус сечения получается, когда плоскость проходит через центр шара. Круг, получаемый в этом случае, называется большим кругом. Большой круг делит шар на два полушара.



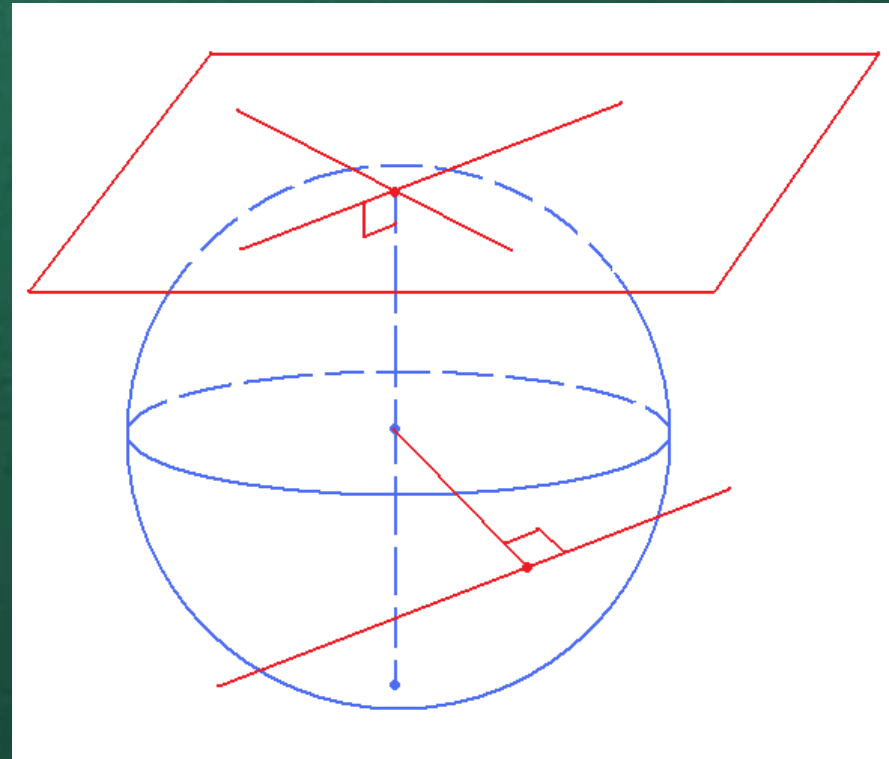
# Касательная плоскость

Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется касательной плоскостью. Касательная плоскость перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания



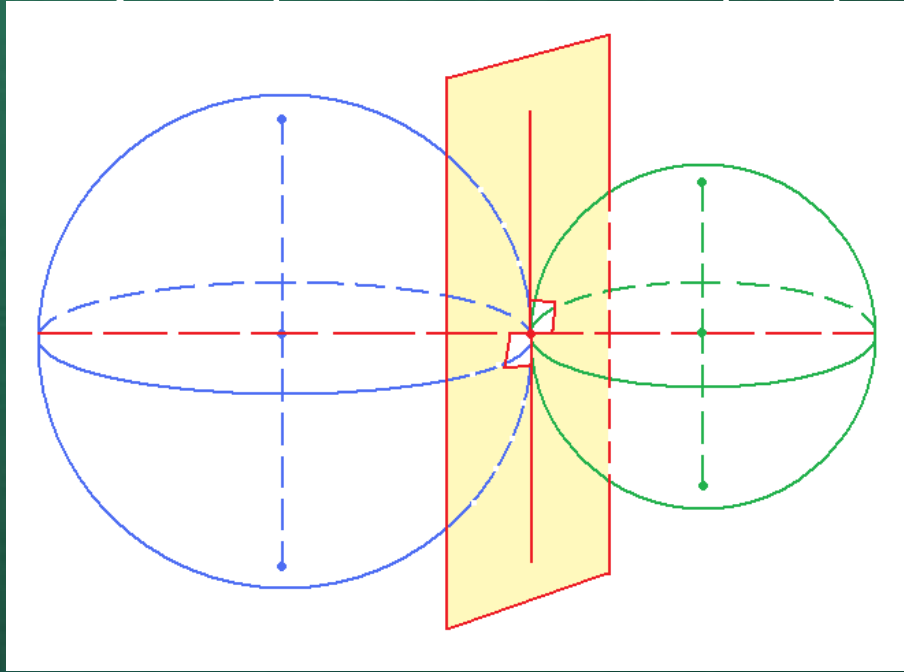
# Касательная прямая

Прямая называется касательной к сфере, если она имеет со сферой ровно одну общую точку. Такая прямая перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания. Через любую точку сферы можно провести бесчисленное множество касательных прямых и все они принадлежат касательной плоскости.



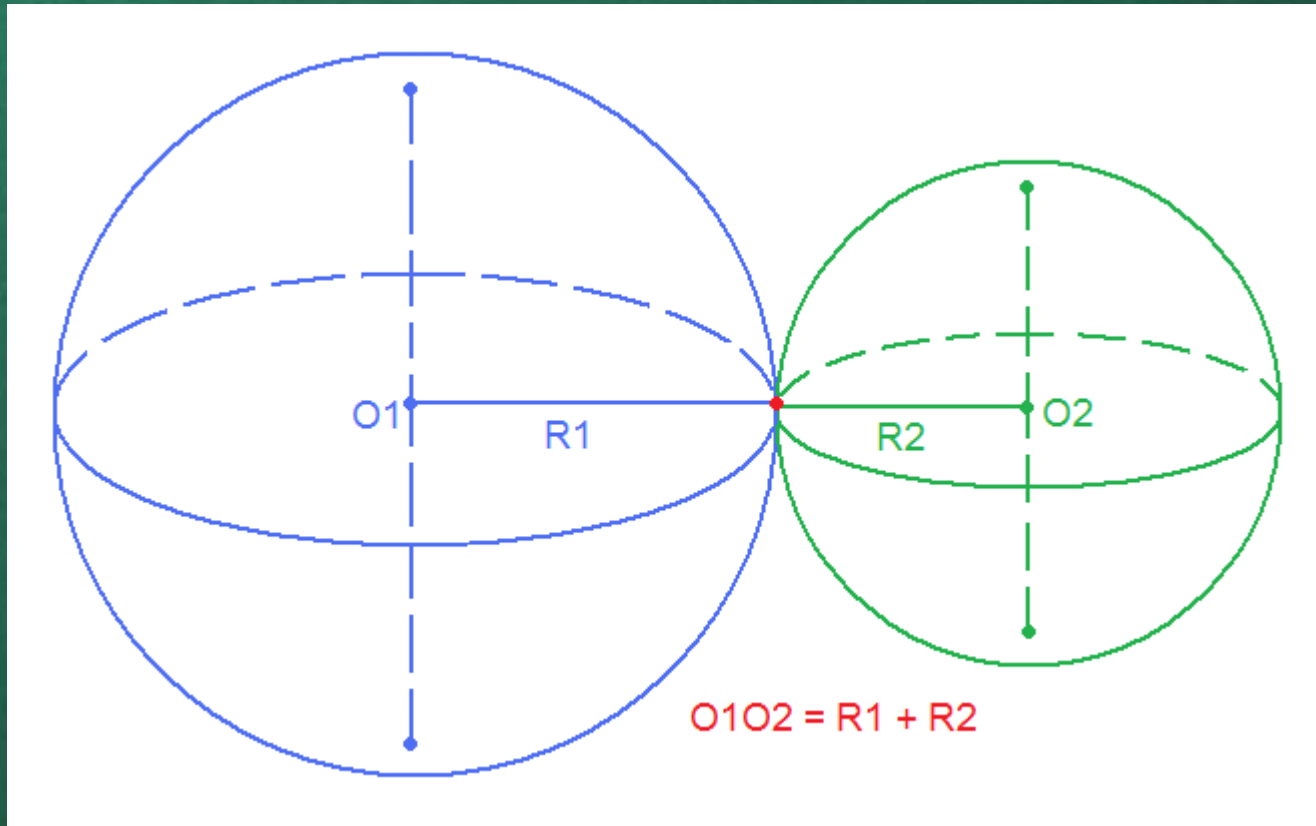
# Взаимное расположение двух шаров

Если два шара или сферы имеют только одну общую точку, то говорят, что они касаются. Их общая касательная плоскость перпендикулярна линии центров (прямой, соединяющей центры обоих шаров)



# Взаимное расположение двух шаров

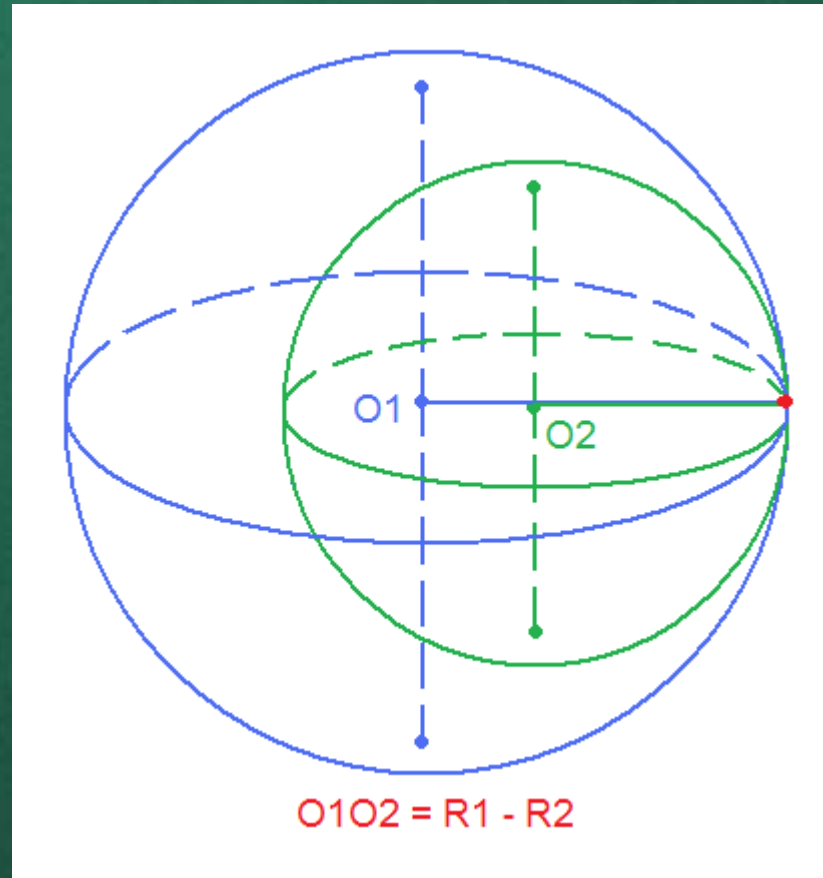
Касание шаров может быть внутренним и внешним





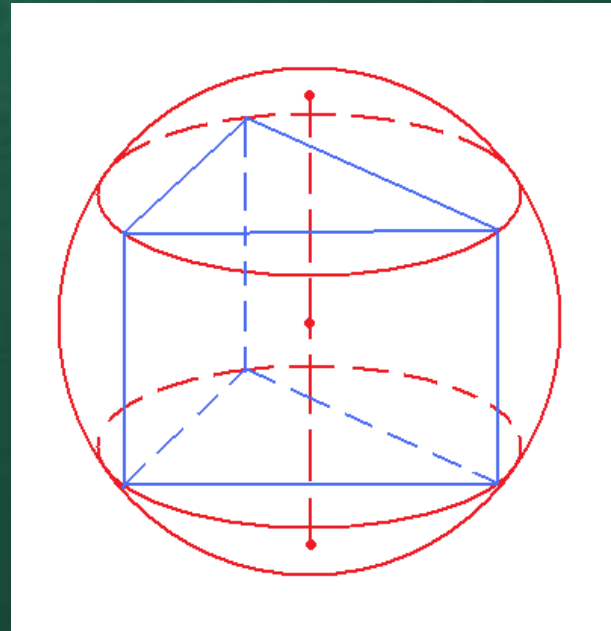
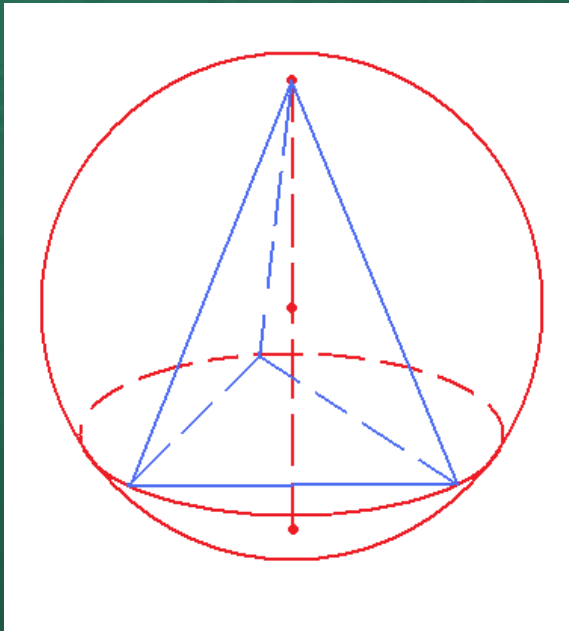
# Взаимное расположение двух шаров

Касание шаров может быть внутренним и внешним



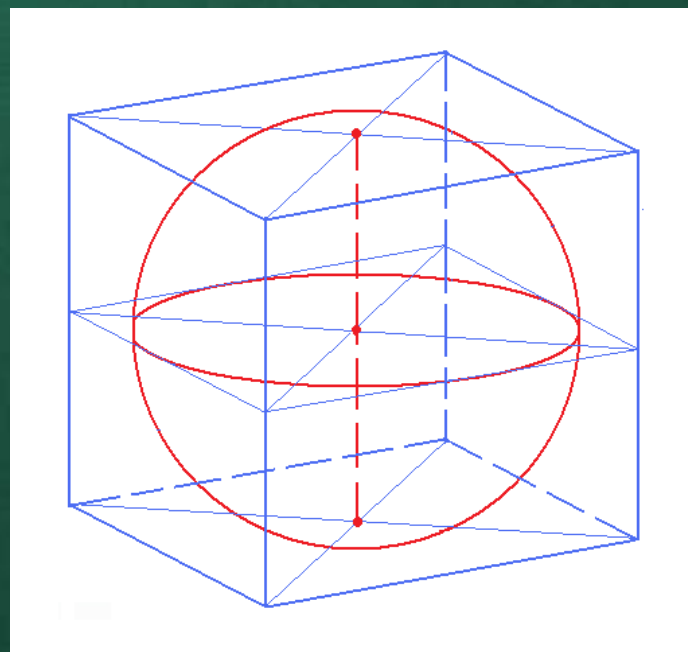
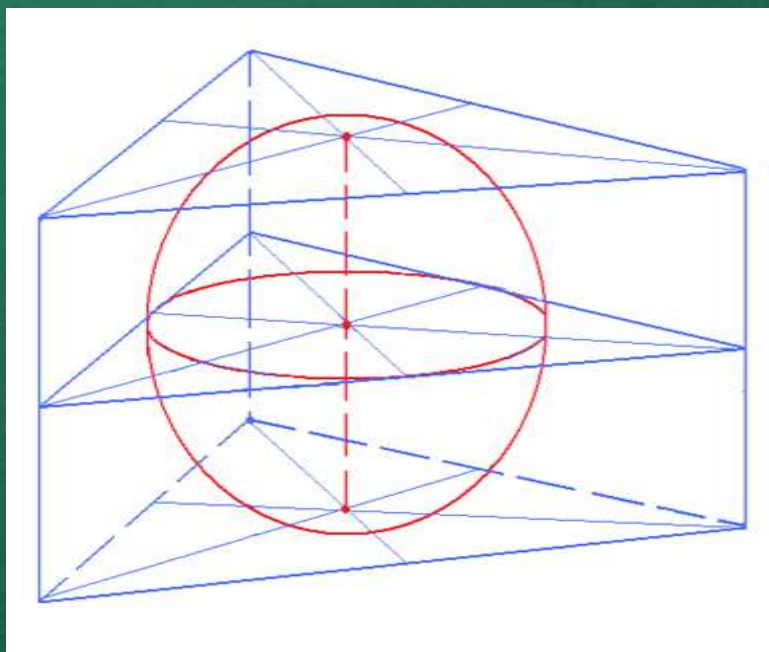
# Вписанная и описанная сферы

Сфера (шар) называется описанной (описанным) около многогранника, если все вершины многогранника лежат на сфере (шаре). При этом многогранник называется вписанным в сферу (шар).



# Вписанная и описанная сферы

Сфера (шар) называется вписанной (вписанным) в многогранник, если она (он) касается всех граней этого многогранника. При этом многогранник называется описанным около сферы (шара).



# Основные формулы для шара

Объем шара:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

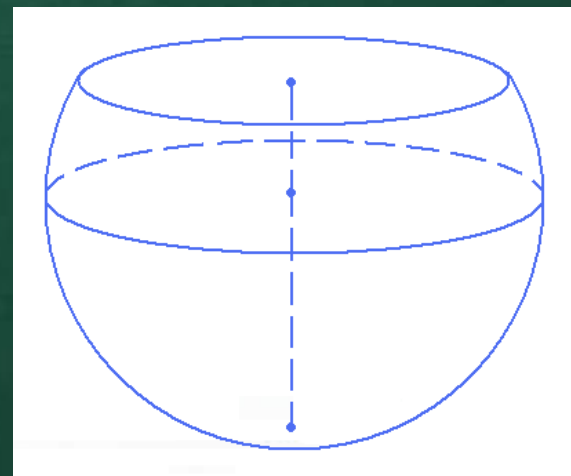
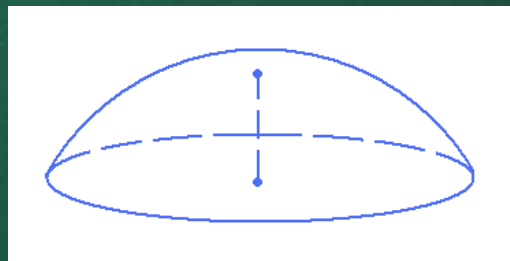
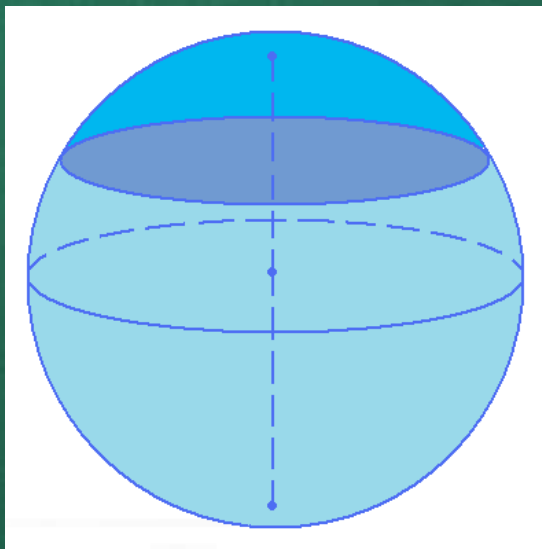
Площадь сферы:

$$S = 4\pi R^2$$



# Части шара: шаровой сегмент

Шаровой сегмент – часть шара, которую отсекает от него секущая плоскость. Плоскость сечения делит шар на два сегмента. Длины отрезков диаметра, перпендикулярные плоскости сечения, называются высотами сегментов.





# Основные формулы для шарового сегмента

Площадь боковой поверхности:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH$$

Площадь полной поверхности:

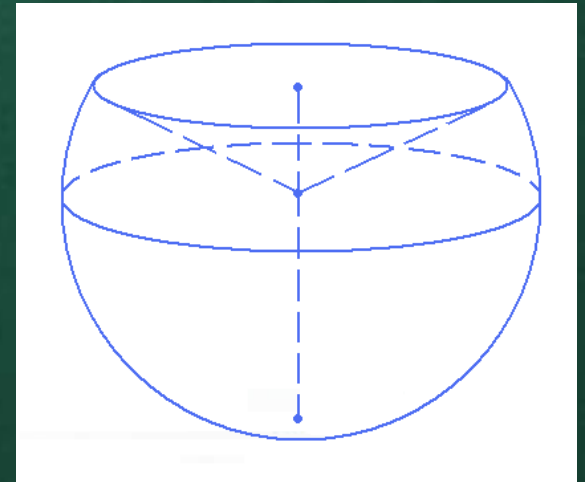
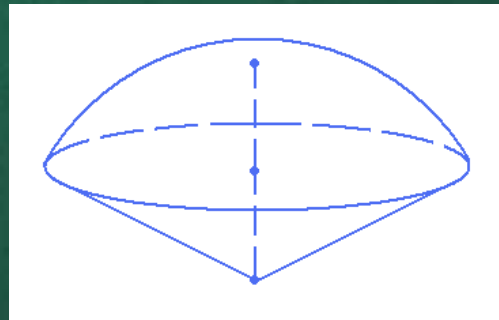
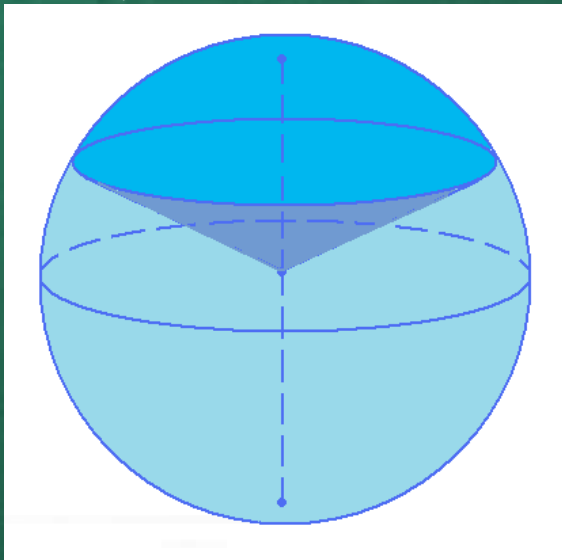
$$S_{\text{полн}} = \pi H(4R - H)$$

Объем:

$$V = \pi H^2 \left( R - \frac{H}{3} \right)$$

# Части шара: шаровой сектор

Шаровой сектор – тело, ограниченное сферической поверхностью шарового сегмента и боковой поверхностью конуса, которое имеет общее основание с сегментом и вершину в центре шара.



# Основные формулы для шарового сектора

Площадь полной поверхности:

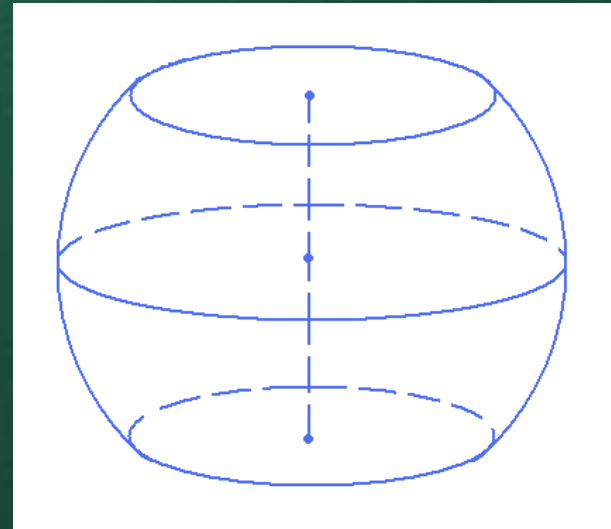
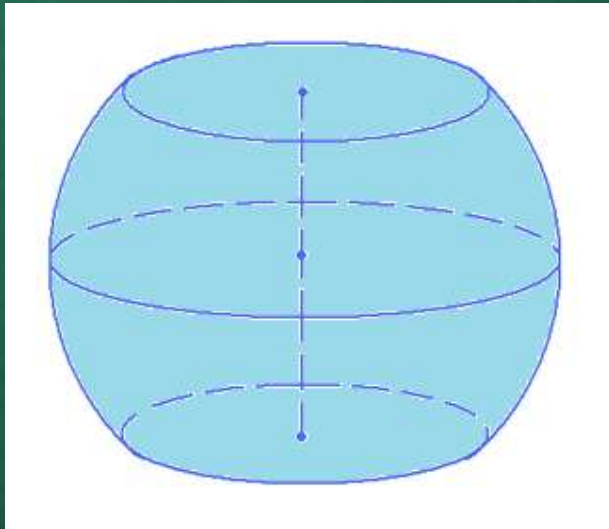
$$S_{\text{полн.}} = \pi R (2H + \sqrt{H (2R - H)})$$

Объем:

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H$$

# Части шара: шаровой слой

Шаровой слой – часть шара, размещенная между двумя параллельными секущими плоскостями. Расстояние между этими плоскостями называется высотой шарового слоя, а сами сечения, которые ограничивают пояс, – основаниями.



# Основные формулы для шарового слоя

Площадь боковой поверхности:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH$$

Площадь полной поверхности:

$$S_{\text{полн}} = \pi(2RH + R_1^2 + R_2^2)$$

Объем:

$$V = \frac{\pi H}{6} (3R_1^2 + 3R_2^2 + H^2)$$



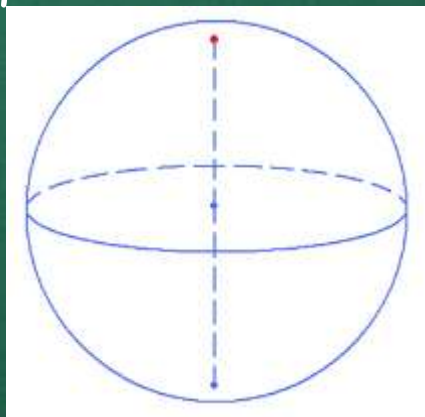
# Задача № 31.1

Сколько сфер можно провести:

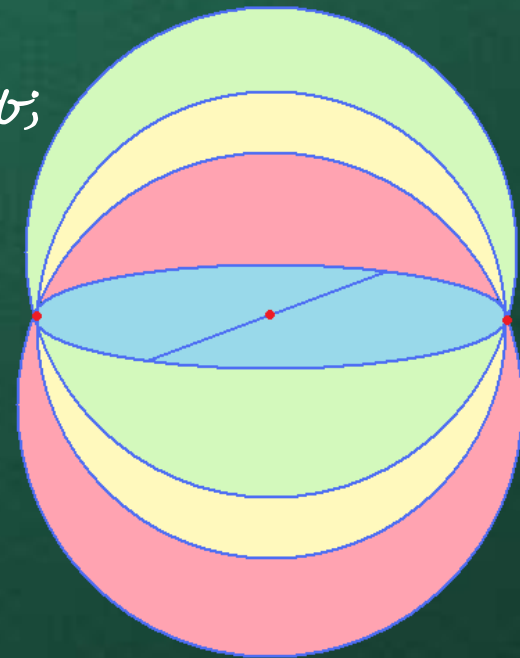
а) через одну и ту же окружность;

Ответ: бесконечно много

б) через окружность и точку, не принадлежащую ей



Ответ: одну



# Задача № 31.2



Сколько сфер можно провести через четыре точки, являющиеся вершинами:

а) квадрата;

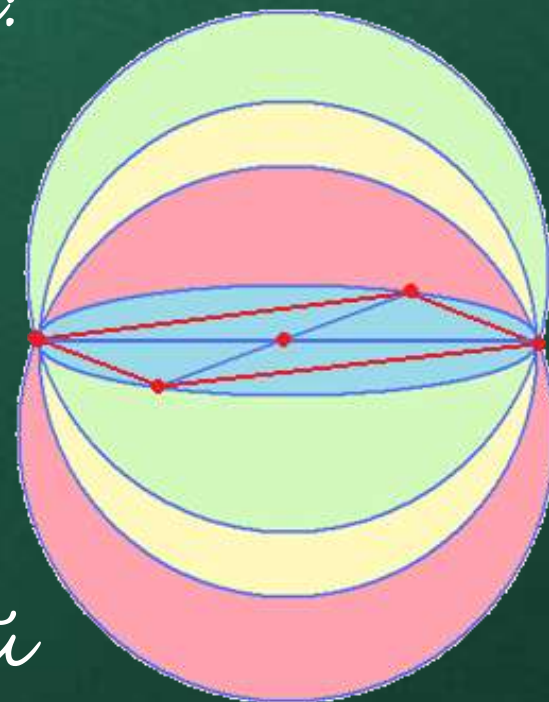
Ответ: бесконечно много

б) равнобедренной трапеции;

Ответ: бесконечно много

в) ромба

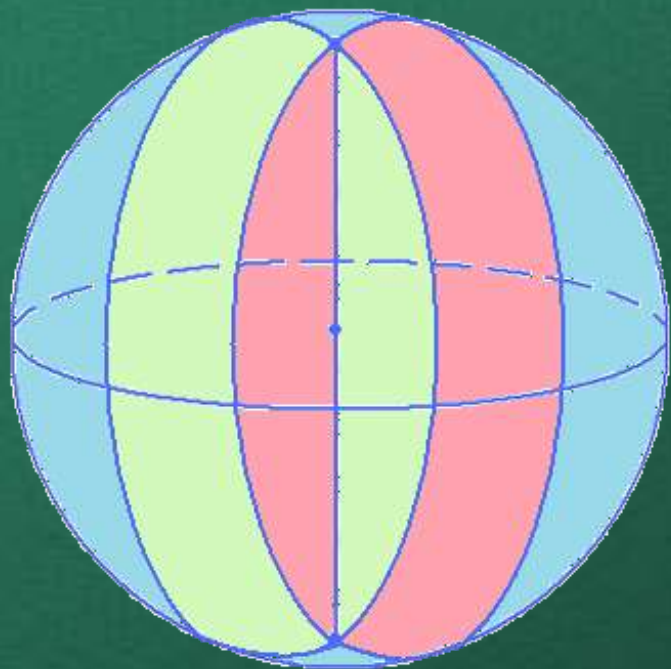
Ответ: ни одной



## Задача № 31.3



Верно ли, что через любые две точки сферы проходит один большой круг?



Ответ: нет

## Задача № 31.5

Какое сечение шара плоскостью имеет наибольшую площадь?

Ответ: проходящее через центр шара



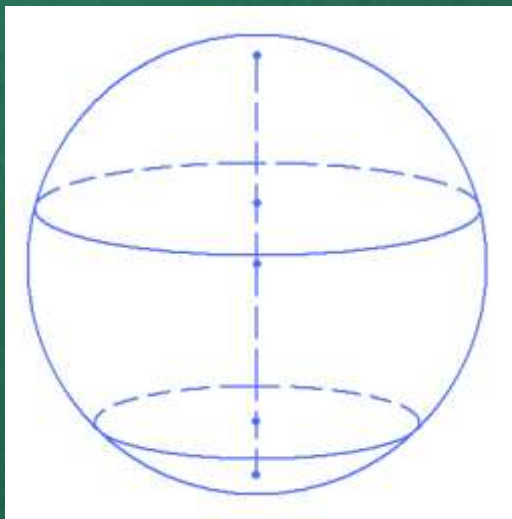
# Задача № 31.4



При каком условии сечения сферы плоскостью:

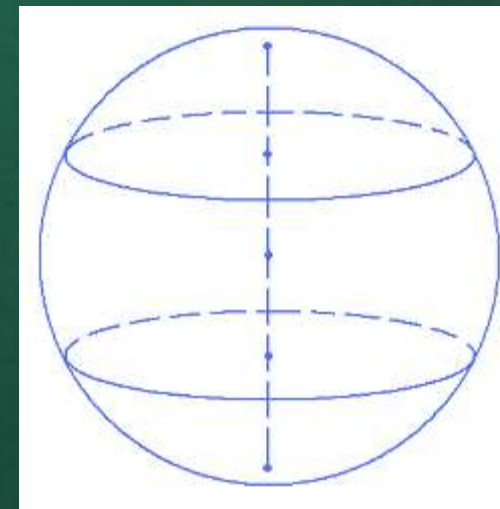
а) равны;

Ответ: находятся на  
одинаковом расстоянии от  
центра



б) одно больше другого

Ответ: меньшее находится  
на большем расстоянии  
от центра





# Задача № 31.21



Исследуйте случаи взаимного расположения сферы и прямой. Когда они:

а) не имеют общих точек;

Ответ: расстояние от центра сферы до прямой больше радиуса

б) касаются;

Ответ: расстояние от центра сферы до прямой равно радиусу

в) пересекаются

Ответ: расстояние от центра сферы до прямой меньше радиуса





# Домашнее задание

1. Выучить определения и формулы
2. Решить задачи № 31.14; 31.15; 31.16; 31.17; 31.26; 31.27
3. Сделать модели сферы и шара
4. Подготовить презентацию на тему «Сферы и шары вокруг нас»





*СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ!*

*Все рисунки в презентации выполнены  
Акчуриной Е.В. в программе Paint*