

*Контроль знаний по теме «Тела вращения, их объемы и площади поверхности»*

Контроль знаний при изучении фигур вращения, их объемов и площадей поверхности включает цикл контрольных работ, которые могут быть предложены учащимся как для классной, так и для домашней работы.

*Контрольная работа № 1 «Цилиндр, конус. Фигуры вращения. Взаимное расположение сферы и плоскости»*

*Вариант 1*

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 32 см и наклонена к плоскости его основания под углом  $30^\circ$ . Найдите высоту и площадь основания цилиндра.
2. Образующая конуса равна 18 см, угол между образующей и плоскостью основания –  $60^\circ$ . Найдите высоту и площадь основания конуса.
3. Нарисуйте фигуру, которая получается вращением равнобедренного треугольника вокруг его боковой стороны.
4. Шар диаметра 20 см пересечен плоскостью, отстоящей от его центра на 6 см. Найдите площадь полученного сечения.
5. Через конец радиуса шара проведена плоскость под углом  $30^\circ$  к нему. Найдите радиус полученного сечения, если радиус шара равен 1.

*Вариант 2*

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 18 см и наклонена к плоскости его основания под углом  $60^\circ$ . Найдите высоту и площадь основания цилиндра.
2. Образующая конуса равна 32 см, угол между образующей и плоскостью основания –  $30^\circ$ . Найдите высоту и площадь основания конуса.
3. Нарисуйте фигуру, которая получается при вращении равнобедренного треугольника вокруг прямой, перпендикулярной его боковой стороне и проходящей через вершину, лежащую против основания.
4. Шар пересечен плоскостью, отстоящей от его центра на 8 см. Площадь полученного сечения равна  $125\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите радиус шара.
5. Диаметр шара равен  $D$ . Через его конец под углом  $45^\circ$  к нему проведена плоскость. Найдите площадь полученного сечения.

*Контрольная работа № 2 «Многогранники, вписанные в сферу. Многогранники, описанные около сферы»*

*Вариант 1*

1. Найдите радиус сферы, описанной около правильной треугольной призмы, все ребра которой равны  $a$ .
2. В прямую призму, основанием которой является ромб с диагоналями 6 см и 8 см, вписана сфера. Определите боковое ребро призмы и радиус вписанной в неё сферы.
3. В сферу вписан конус, высота которого равна 3 см, радиус основания равен  $3\sqrt{3}$ . Найдите радиус сферы.
4. Найдите радиус основания и образующую цилиндра, описанного около сферы радиуса  $R$ .
5. В сферу вписана четырехугольная пирамида, у которой все ребра равны. Докажите, что центр основания пирамиды является центром сферы.

*Вариант 2*

1. Около прямоугольного параллелепипеда, ребра которого равны 2 дм, 4 дм и 4 дм, описана сфера. Найдите её радиус.
2. В правильную треугольную призму, площадь основания которой равна  $27\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>, вписана сфера. Найдите высоту призмы и радиус сферы.
3. В сферу вписан усеченный конус, радиусы оснований которого равны 15 см и 24 см, высота равна 27 см. Найдите радиус сферы.
4. Образующая конуса равна 20 см, радиус основания равен 16 см. Найдите радиус вписанной в конус сферы.
5. Боковые ребра правильной пирамиды наклонены к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Где расположен центр описанной сферы относительно пирамиды?

*Контрольная работа № 3 «Сечения тел вращения плоскостью»*

*Вариант 1*

1. Радиус шара равен 17 см. Найдите площадь сечения шара, удаленного от его центра на 15 см.
2. Диаметр основания цилиндра равен 10 см. На расстоянии 3 см от оси цилиндра проведено сечение, параллельное оси и имеющее форму квадрата. Найдите площадь данного сечения и площадь осевого сечения.
3. Высота конуса равна  $H$  и составляет с образующей конуса угол  $\alpha$ . Найдите площадь сечения, проведенного через середину высоты конуса параллельно плоскости основания и площадь сечения, проведенного через две образующие, угол между которыми равен  $\beta$ .
4. На поверхности шара выбраны точки  $A$  и  $B$  так, что  $AB$  равно 40 см, а расстояние от центра шара до прямой  $AB$  равно 15 см. Найдите площадь сечения шара, проведенного через точки  $A$  и  $B$  на расстоянии 7 см от центра шара.
5. В шаре проведены два взаимно перпендикулярных сечения. Одно из них проходит через центр шара и имеет площадь  $36\pi$  см<sup>2</sup>. В этом сечении общая хорда данных сечений стягивает угол  $120^\circ$ . Найдите площадь второго сечения.

*Вариант 2*

1. Радиус сферы равен 15 см. Найдите длину окружности сечения, удаленного от центра сферы на 12 см.
2. Радиус основания цилиндра, осевое сечение которого – квадрат, равен 10 см. На расстоянии 8 см от оси цилиндра проведено сечение, параллельное оси. Найдите площадь осевого сечения и площадь данного сечения.
3. Хорда основания конуса равна  $a$  и видна из центра основания под углом  $\alpha$ . Найдите площадь сечения, проведенного через середину высоты конуса параллельно плоскости основания и площадь сечения, проведенного через данную хорду и вершину конуса, если образующая, проходящая через конец хорды, составляет с хордой угол  $\beta$ .
4. На поверхности шара выбраны точки  $A$  и  $B$  так, что  $AB$  равно 40 см, а расстояние от центра шара до прямой  $AB$  равно 15 см. Через точки  $A$  и  $B$  проведено сечение, площадь которого равна  $576\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения.
5. В шаре проведены два взаимно перпендикулярных сечения. Их общая хорда равна 8 см и для одного из сечений является диаметром, а в другом стягивает угол  $90^\circ$ . Найдите радиус шара.

*Контрольная работа № 4 «Объем фигур в пространстве. Объем цилиндра. Принцип Кавальери. Объем конуса. Объем шара»*

*Вариант 1*

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 6 см. Найдите объем цилиндра.
2. Высота конуса равна 12 см, периметр осевого сечения – 36 см. Найдите объем конуса.

3. Через конец радиуса шара под углом  $60^\circ$  к радиусу проведено сечение шара, имеющее площадь  $16\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите объем шара.
4. Прямоугольный треугольник с катетом 3 см и противолежащим ему углом  $30^\circ$  вращается вокруг данного катета. Найдите объем тела вращения.
5. Найдите объем тела, которое образуется при вращении правильного шестиугольника со стороной  $a$  вокруг прямой, содержащей апофему (высоту, опущенную из центра правильного многоугольника на его сторону).

*Вариант 2*

1. В цилиндре через середину радиуса основания перпендикулярно ему проведено сечение. В сечении получился квадрат площадью  $16$  см<sup>2</sup>. Найдите объем цилиндра.
2. Площадь осевого сечения равностороннего конуса (в осевом сечении получается правильный треугольник) равна  $Q\sqrt{3}$ . Найдите объем конуса.
3. Через конец радиуса шара проведено сечение, составляющее с данным радиусом угол  $45^\circ$ . Данное сечение пересекает поверхность шара по окружности длиной  $8\sqrt{2}\pi$  см. Найдите объем шара.
4. Прямоугольный треугольник с катетом  $2\sqrt{3}$  см и прилежащим к нему углом  $60^\circ$  вращается вокруг второго катета. Найдите объем тела вращения.
5. Найдите объем тела, которое образуется при вращении правильного шестиугольника со стороной  $a$  вокруг прямой, содержащей его малую диагональ.

*Контрольная работа № 5 «Площадь поверхности. Площадь поверхности шара»*

*Вариант 1*

1. Найдите отношение площадей поверхности двух шаров, если диаметр одного из них в два раза больше диаметра другого.
2. На расстоянии 4 см от центра шара проведено сечение, диаметр которого равен  $4\sqrt{5}$  см. Найдите площадь поверхности шара.
3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна половине площади его полной поверхности. Найдите площадь поверхности цилиндра, если диагональ его осевого сечения равна 5 см.
4. Через вершину конуса проведено сечение, пересекающее основание по хорде, равной 4 дм и отсекающей дугу  $90^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса, если угол при вершине осевого сечения равен  $60^\circ$ .
5. Образующая усеченного конуса равна 4 см и наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности усеченного конуса, если радиус его большего основания равен 5 см.

*Вариант 2*

1. Объем одного шара равен  $2$  см<sup>3</sup>, другого –  $3$  см<sup>3</sup>. Найдите отношение площадей их поверхностей.
2. Диаметр сечения шара, удаленного от центра шара на  $\sqrt{5}$  см, равен 4 см. Найдите площадь поверхности шара.
3. Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник, одна сторона которого в два раза больше другой. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $20$  дм<sup>2</sup>. Найдите площадь его поверхности.
4. Через две образующие конуса проведена плоскость, отсекающая от основания дугу  $120^\circ$  и образующая с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания равен 4 см.
5. Радиусы оснований усеченного конуса равны 2 см и 7 см, диагональ осевого сечения равна 15 см. Найдите площадь боковой поверхности усеченного конуса.