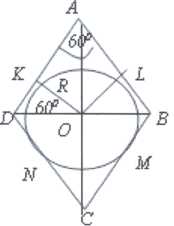
Солдатова Ольга Михайловна, учитель математики МОУ «Гимназия №5»

НЕКОТОРЫЕ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

(подборка планиметрических задач, охватывающие в своем решении наиболее важные теоремы планиметрии)

В данной работе представлена подборка задач (см. Используемая литература) с решениями по планиметрии, которые можно использовать для зачета, повторения планиметрии или при подготовке к ЕГЭ по математике; При решении задач используется большинство теоретических знаний, изучающихся в курсе планиметрии.

1. В ромб, который делится диагональю на два равносторонних треугольника, вписан круг. Найти площадь круга, если сторона ромба равна 4.

Будем считать, что диагональ DB делит ромб на 2 равносторонних треугольника, т.е.

ABD = CBD - равносторонние, значит,  
углы ADB = DBA = BAD=60°

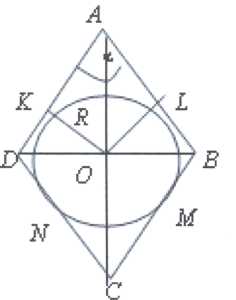
Т.к. в равнобедренном (а любой равносторонний треугольник является равнобедренным) треугольнике высота является медианой, биссектрисой и высотой, то треугольник AOD - прямоугольный с углом DAO = 30°.

Катет, лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы, поэтому

DO = AD = 2.

Тогда радиус окружности, он же высота ААОВ (т.к. радиус окружности перпендикулярен касательной, проведенной в точке касания) и он же является катетом KOD равен:

Искомая площадь круга:

1. Окружность, вписанная в ромб, точкой касания делит его сторону в отношении 2:З.Тогда синус угла ромба равен?

DK:КА = 2:3

Пусть сторона ромба равна 5х, тогда DK = 2х, АК =Зх.

По свойству прямоугольного треугольника

OK2 = DK-AK

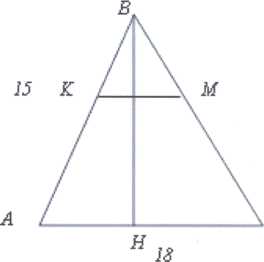
R2 R= DK-AK = 2х∙3х = бх2

Тогда

Из треугольника АОК - прямоугольного, его гипотенуза

Т.к. , то

1. В треугольнике с основанием 2 и высотой, проведённой к этому основанию, равно 3, вписан квадрат так, что две его вершины лежат на основании, а две другие - на боковых сторонах. Чему равна часть площади треугольника, не накрытого квадратом?

По условию - АК = ML =5х

Тогда КМ параллельна основанию и треугольники КМВ и АСВ подобны. При этом,

Тогда

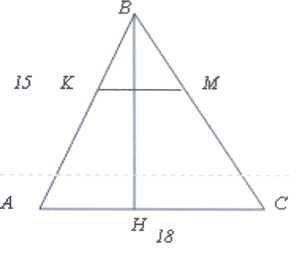
Значит, коэффициент подобия треугольников равен

Высота

Т.к. площади подобных фигур относятся как квадраты коэффициентов подобия, то

Тогда площадь трапеции

1. В равнобедренном треугольнике ABC основание АС = 18,а боковая сторона = 15.На стороне АВ выбрана точка К, на стороне ВС - точка М, причём, АК:КМ:МС=5:3:5.Найти площадь АКМС.

По условию

Тогда KM параллельна основанию и треугольники KMB и FCB подобны. При этом,

Можно выразить AB

Значит, коэффициент подобия треугольников равен

Высота

Т.к. площади подобных фигур относятся как квадраты коэффициентов подобия, то

Тогда площадь трапеции

1. В квадрате АВСД со стороной 10 точки М и Т - середины сторон АД и ДС соответственно. Отрезки АТ и ВМ пересекаются в точке К. Найти площадь треугольника АКМ.

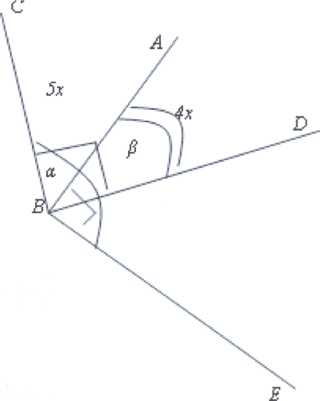
Очевидно, что треугольники *ADT*, *ATL*, *LTB*, *ТВС* равны и в сумме составляют площадь квадрата, поэтому

Треугольники DTA и AMS подобны с коэффициентом подобия

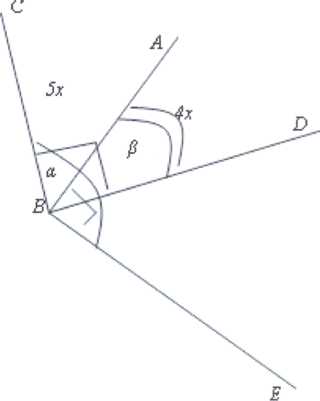
Т.к. площади подобных фигур относятся как квадраты коэффициентов подобия, получим:

1. Два угла со взаимно перпендикулярными сторонами относятся как 4 5. Чему равен модуль их разности?

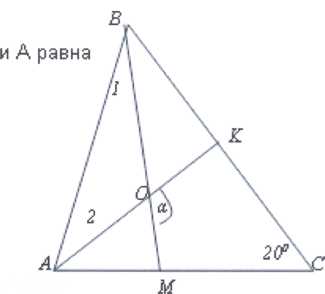
Сторона *АВ* угла *ABD* = *4х*, перпендикулярна стороне *BE* угла *СВЕ* = *5х*. Сторона *BD* угла *ABD*, перпендикулярна стороне *ВС* угла *СВЕ* Модуль их разности



Из чертежа составим уравнение:

1. Два угла со взаимно перпендикулярными сторонами относятся как 7:5.Меныний из них равен?

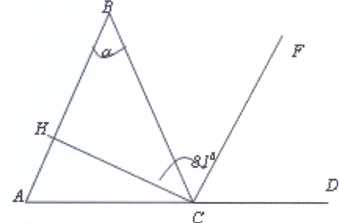
См. чертеж предыдущей задачи, но

1. Величина одного из углов треугольника равна 20 градусам. Величина острого угла между биссектрисами двух других углов этого треугольника равна?

Т.к. сумма углов треугольника 180°, то сумма углов В и А равна

Тогда сумма углов 1 и 2

Тогда из треугольника *АОВ* угол *О*, равный углу а, как вертикальные

1. Биссектриса внешнего угла при основании равнобедренного треугольника образует с высотой, опущенной из вершины этого угла, угол 87 градусов. Угол при вершине этого треугольника равен?

Т.к. треугольник равнобедренный, то его углы:

С другой стороны из треугольника *BCH* угол

По свойству

Тогда

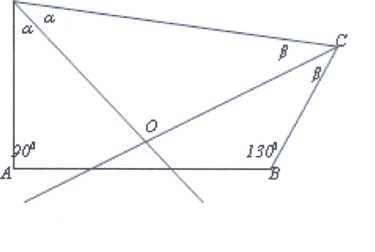
Используя условие (угол *FCH*=81о), получим

Решая уравнение, получим:

1. Если в выпуклом четырёхугольнике АВСД дано, что угол А=90 градусов и угол В =130,то величина острого угла между биссектрисами двух других углов равна?

Т. к. сумма внутренних углов 4-угольника равна 360°, то сумма углов D и С равна

Откуда

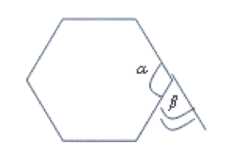
Из треугольника COD угол COD будет равен

Тогда острый угол между биссектрисами:

1. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника равна 1620 градусов. Число его сторон равно?

Сумма внутренних углов выпуклого *n* - угольника вычисляется по формуле:

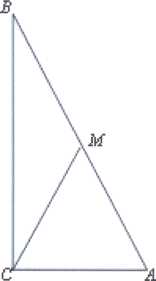
1. Если в правильном *m*-угольнике внутренний угол относится к внешнему как 13:2,то *m* = ?

Пусть

Тогда по свойству внешнего угла многоугольника

0

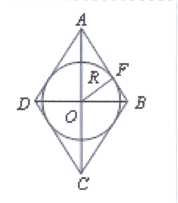
Внутренний угол правильного m - угольника вычисляется по формуле:

1. Если катеты прямоугольного треугольника равны 8 и 6, то длина медианы, проведённой к гипотенузе равна?

По свойству медианы прямоугольного треугольника ее длина равна радиусу описанной окружности и половине гипотенузы. Найдем гипотенузу:

Тогда медиана равна 5.

14. В ромб с острым углом 45 вписана окружность радиуса 2. Произведение диагоналей ромба равно?

Из треугольника *AOF* (угол *ВАО* = 22,5°) найдем *АО*

Из треугольника *AOB* (угол *ВАО* = 22,5°) найдем *АВ*

Тогда площадь треугольника *AOB*

А площадь ромба, (равная половине произведения диагоналей) будет равна:

Тогда произведение диагоналей ромба

ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Позняк Э.Г., Юдина И.И., Геометрия 7-9. Учебник для 7 - 9 кл. общеобразовательных учреждений; - М.: «Просвещение», 2006 г.;
2. Погорелов А.В. Геометрия. Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений; - М.: «Просвещение», 2007 г.;
3. Цыпкин А.Г, Пинский А.И./Под ред. Благодатских В.И. «Справочное пособие по методам решения задач по математике для средней школы»; - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983.