***Билет № 1***

1. Сформулируйте определение окружности, вписанной в треугольник. Сформулируйте теорему о центре вписанной окружности. Приведите пример применения теоремы о центре вписанной окружности.

2. Сформулируйте определение трапеции. Сформулируйте определение средней линии трапеции. Сформулируйте и докажите теорему о средней линии трапеции.

3. *Задача:* Сторона правильного шестиугольника, описанного около окружности, равна 2 см. Найдите сторону правильного треугольника, вписанного в эту окружность.

4. *Задача:* В Δ *ABC* вписан равнобедренный прямоугольный Δ *DEF* так, что его гипотенуза *DF* параллельна стороне *АС*, а вершина *Е* лежит на стороне *АС*. Найдите высоту треугольника *ABC*, если AC= 16 см; *DF* = 8 см.

***Билет № 2***

1. Сформулируйте определение синуса острого угла прямоугольного треугольника. Приведите пример его применения при решении прямоугольных треугольников.

2. Сформулируйте определение равнобедренного треугольника. Сформулируйте и докажите признак равнобедренного треугольника.

3. *Задача:* Стороны треугольника равны 3 см, 2 см и 3 см. Определите вид этого треугольника.

4. *Задача:* На стороне *АВ* параллелограмма *ABCD* как на диаметре построена окружность, проходящая через точку пересечения диагоналей и середину стороны *AD*. Найдите углы параллелограмма.

***Билет № 3***

1. Сформулируйте теорему Фалеса. Приведите пример ее применения.

2. Сформулируйте определение равнобедренного треугольника. Сформулируйте и докажите свойство углов при основании равнобедренного треугольника.

3. *Задача:* Угол между высотами *BK* и *BL* параллелограмма *ABCD*, проведенными из вершины его острого ∠*B*, в четыре раза больше самого ∠*АВС.* Найдите углы параллелограмма.

4. *Задача:* Через вершину *В* равнобедренного Δ*АВС* параллельно основанию *АС* проведена прямая *ВD*. Через точку *К* – середину высоты *ВH* проведен луч *АК*, пересекающий прямую *ВD* в точке *D*, а сторону *ВС* в точке *N.* Определите, в каком отношении точка *N* делит сторону *ВС*.

***Билет № 4***

1. Сформулируйте определение окружности. Приведите формулу длины окружности. Приведите формулу длины дуги окружности. Приведите примеры применения либо формулы длины окружности, либо формулы длины дуги окружности.

2. Сформулируйте определение медианы треугольника. Сформулируйте и докажите свойство медианы равнобедренного треугольника.

3. *Задача*: Сторона ромба равна 10, а один из его углов равен 30°. Найдите радиус окружности, вписанной в ромб.

4. *Задача:* Одна из диагоналей прямоугольной трапеции делит эту трапецию на два прямоугольных равнобедренных треугольника. Какова площадь этой трапеции, если ее меньшая боковая сторона равна 4?

***Билет № 5***

1. Сформулируйте неравенство треугольника. Приведите пример его применения.

2. Сформулируйте определение параллелограмма. Сформулируйте и докажите свойство диагоналей параллелограмма.

3. *Задача:* Найдите больший угол треугольника, если две его стороны видны из центра описанной окружности под углами 100° и 120°.

4. *Задача:* Известно, что в равнобокую трапецию с боковой стороной, равной 5, можно вписать окружность. Найдите длину средней линии трапеции.

***Билет № 6***

1. Приведите формулы площади прямоугольника и площади параллелограмма. Приведите примеры применения площади прямоугольника либо площади параллелограмма.

2. Сформулируйте определение равных треугольников. Сформулируйте признаки равенства треугольников и докажите один из них по выбору.

3. *Задача:* Определите вид четырехугольника, вершины которого являются серединами сторон произвольного выпуклого четырехугольника.

4. *Задача:* В Δ *АВС* вписана окружность, которая касается сторон *АВ* и *ВС* в точках *E* и *F* соответственно. Касательная *MK* к этой окружности пересекает стороны *АВ* и *BC* соответственно в точках *M* и *K*. Найдите периметр Δ *ВMK*, если *BE* = 6 см.

***Билет № 7***

1. Приведите формулы для радиусов вписанных и описанных окружностей правильных многоугольников. Приведите пример их применения для *n-*угольников для любого *n* ≤ 6 (*n* определяет учащийся).

2. Сформулируйте определение параллельных прямых. Сформулируйте аксиому параллельных прямых. Сформулируйте признаки параллельности прямых и докажите один из них по выбору.

3. *Задача:* В трапеции *ABCD* диагональ *BD* является биссектрисой прямого ∠*ADC*. Найдите отношение диагонали *BD* к стороне *AB* трапеции, если ∠*BAD* = 30°.

4. *Задача:* Δ *ABC*, стороны которого 13 см,14 см и 15 см, разбит на три треугольника отрезками, соединяющими точку пересечения медиан *М* с вершинами треугольника. Найдите площадь Δ *BMC*.

***Билет № 8***

1. Сформулируйте определения круга и сектора. Приведите формулы площади круга и площади сектора. Приведите пример применения одной из формул: либо площади круга, либо площади сектора по выбору учащегося.

2. Сформулируйте определение прямоугольного треугольника. Сформулируйте и докажите теорему Пифагора.

3. *Задача:* Площадь треугольника, описанного около окружности, равна 84 см2. Найдите периметр треугольника, если радиус окружности равен 7 см.

4. *Задача:* В равнобокой трапеции одно из оснований в два раза больше другого. Диагональ трапеции является биссектрисой острого угла. Найдите меньшее основание трапеции, если ее площадь равна 27 см2.

***Билет № 9***

1. Сформулируйте определение окружности, описанной около треугольника. Сформулируйте теорему о центре описанной окружности. Приведите пример применения теоремы о центре описанной окружности.

2. Сформулируйте определение средней линии треугольника. Сформулируйте и докажите теорему о средней линии треугольника.

3. *Задача:* Из вершины *B* в Δ *ABC* проведены высота *BH* и биссектриса *BD*. Найдите угол между высотой *BH* и биссектрисой *BD*, если ∠*BAC* = 20° и ∠ *BCA =* 60°.

4. *Задача:* Две окружности, радиусы которых равны 9 см и 3 см, касаются внешним образом в точке *А*. Через точку *А* проходит их общая секущая *ВС*, причем точка *В* принадлежит большей окружности. Найдите длину отрезка *AB*, если отрезок *AC* равен 5 см.

***Билет № 10***

1. Сформулируйте теорему о сумме углов треугольника. Приведите пример ее применения.

2. Сформулируйте определение ромба. Сформулируйте и докажите свойство диагоналей ромба.

3. *Задача:* Внутри равностороннего Δ *ABC* отмечена точка *D,* такая, что ∠ *BAD* = ∠*BCD* = 15°. Найдите ∠*ADC*.

4. *Задача:* Окружность радиуса *R* касается гипотенузы равнобедренного прямоугольного треугольника в вершине его острого угла и проходит через вершину прямого угла. Найдите длину дуги, заключенной внутри треугольника, если *R* = .

***Билет № 11***

1. Сформулируйте определение выпуклого многоугольника. Сформулируйте теорему о сумме углов выпуклого многоугольника. Приведите пример ее применения.

2. Сформулируйте определение прямоугольника. Сформулируйте и докажите свойство диагоналей прямоугольника.

3. *Задача:* Через вершины *А, В* и *С* ромба *АВСО* проведена окружность, центром которой является вершина *О*. Найдите длину дуги *АС*, содержащей вершину *В*, если длина всей окружности равна 30 см.

4. *Задача:* При пересечении двух прямых *n* и *m* секущей *k* образовалось восемь углов. Четыре из них равны 60°, а четыре другие – 120°. Определите взаимное расположение прямых *n* и *m*.

***Билет № 12***

1. Приведите формулы площади треугольника. Приведите примеры их применения.

2. Сформулируйте определение параллелограмма. Сформулируйте и докажите признак параллелограмма по выбору учащегося.

3. *Задача:* Точки *A, B* и *C* делят окружность на три части так, что отношение

дуг AB : BC : AC = 4 : 7 : 9. Определите наибольший угол треугольника *ABC*.

4. *Задача:* Углы при основании *AD* трапеции *ABCD* равны 60° и 30°, *AD* = 17 см, *BC* = 7 см. Найдите боковые стороны.

***Билет № 13***

1. Сформулируйте определение тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Приведите пример его применения при решении прямоугольных треугольников.

2. Сформулируйте определение параллелограмма. Сформулируйте и докажите свойства углов и сторон параллелограмма.

3. *Задача:* Длины двух сторон равнобедренного треугольника равны соответственно 6 см и 2 см. Определите длину третьей стороны этого треугольника.

4. *Задача:* Два круга, радиусы которых равны 5 см, имеют общую хорду длины 5 см. Найдите площадь общей части этих кругов.

***Билет № 14***

1. Сформулируйте определение внешнего угла треугольника. Сформулируйте теорему о свойстве внешнего угла треугольника. Приведите пример ее применения.

2. Сформулируйте и докажите теорему косинусов. Приведите пример ее применения для решения треугольников.

3. *Задача:* Стороны треугольника равны 4 см, 5 см и 8 см. Найдите длину медианы, проведенной из вершины большего угла.

4. *Задача:* В параллелограмме *ABCD* диагональ *BD* перпендикулярна стороне *AD*. Найдите *АС*, если *AD* = 6 см, *BD* = 5 см.

***Билет № 15***

1. Приведите формулу площади трапеции. Приведите пример ее применения.

2. Сформулируйте определение равных треугольников. Сформулируйте признаки равенства прямоугольных треугольников и докажите один из них по выбору.

3. *Задача:* Большая диагональ ромба равна 12 см, а один из его углов равен 60°. Найдите длину вписанной в него окружности.

4. *Задача*: В равнобедренном треугольнике центр вписанной окружности делит высоту в отношении 17 : 15, а боковая сторона равна 34 см. Найдите основание треугольника.

***Билет № 16***

1. Сформулируйте теорему о зависимости между сторонами и углами треугольника. Приведите пример ее применения.

2. Сформулируйте определение подобных треугольников. Сформулируйте признаки подобия треугольников и докажите один из них по выбору.

3. *Задача:* Найдите меньший угол параллелограмма, если его стороны равны 1 и , а одна из диагоналей равна .

4. *Задача:* В треугольник *АВС* вписан квадрат так, что две его вершины лежат на стороне *АB* и по одной вершине – на сторонах *АC* и *ВС*. Найдите площадь квадрата, если *АB* = 40 см, а высота, проведенная из вершины *С*, имеет длину 24 см.

***Билет № 17***

1. Сформулируйте определение вектора. Сформулируйте определение суммы векторов. Сформулируйте свойства сложения векторов. Приведите примеры сложения векторов.

2. Сформулируйте и докажите теорему синусов. Приведите пример ее применения для решения треугольников.

3. *Задача:* Вписанный угол, образованный хордой и диаметром окружности, равен 72°. Определите, что больше: хорда или радиус окружности.

4. *Задача:* В трапеции *АВСD* стороны *АВ* и *СD* равны, биссектриса тупого угла *В* перпендикулярна диагонали *АС* и отсекает от данной трапеции параллелограмм. Найдите величину ∠*ВСD*.

***Билет № 18***

1. Сформулируйте определение вектора. Сформулируйте определение произведения вектора на число. Сформулируйте свойства произведения вектора на число. Приведите примеры произведения вектора на число.

2. Сформулируйте определения центрального угла окружности и угла, вписанного в окружность. Сформулируйте и докажите теорему об измерении вписанного угла.

3. *Задача:* Медиана *ВМ*  в Δ *АВС* перпендикулярна его биссектрисе *AD*. Найдите *АВ*, если *АС* = 12 см.

4. *Задача:* В прямоугольной трапеции *ABCD* с основаниями 17 см и 25 см диагональ *AC* является биссектрисой острого ∠ *A*. Найдите меньшую боковую сторону трапеции.

***Билет № 19***

1. Сформулируйте определение скалярного произведения векторов и определение угла между векторами. Приведите пример применения скалярного произведения векторов для определения угла между векторами.

2. Сформулируйте определение серединного перпендикуляра к отрезку. Сформулируйте и докажите свойство серединного перпендикуляра к отрезку.

3. *Задача:*

|  |  |
| --- | --- |
| На рисунке:  ∠1 = 55°; ∠2 = 125°; ∠3 = 123°.  Найдите: ∠4. |  |

4. *Задача:* Δ *АВС* – равносторонний со стороной, равной *а*. На расстоянии *а* от вершины *А* взята точка *D*, отличная от точек *В* и *С*. Найдите угол *BDC*.

***Билет № 20.***

1. Сформулируйте свойство углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей. Приведите пример вычисления углов при пересечении параллельных прямых секущей.

2. Сформулируйте теоремы о пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике и докажите один из них по выбору.

3. *Задача*: Из точки, лежащей на гипотенузе равнобедренного прямоугольного треугольника, на катеты треугольника опущены перпендикуляры. Найдите катет треугольника, если периметр полученного четырехугольника равен 12 см.

4. *Задача*: Около правильного шестиугольника со стороной 8,5 описана окружность. Около этой окружности описан правильный четырехугольник. Найдите сторону четырехугольника.

***Билет № 21***

1. Сформулируйте определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника. Приведите пример его применения при решении прямоугольных треугольников.

2. Сформулируйте определение биссектрисы угла. Сформулируйте и докажите свойство биссектрисы треугольника.

3. *Задача*: Площадь ромба *ABCD* равна 242. Вычислите сторону ромба, если один из его углов равен 135°.

4. *Задача*: К окружности, радиус которой равен 3, из точки, удаленной от центра окружности на расстояние 5, проведены две касательные. Вычислите расстояние между точками касания.