Готовимся к ГИА по геометрии.

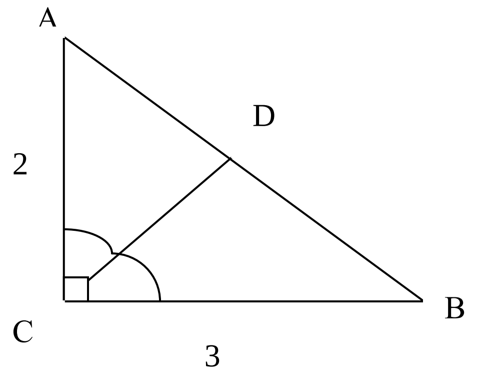
<u>Введение</u>

Экзамен по алгебре в 9 классе с каждым годом все более расслаивается на экзамен по алгебре и геометрии. Наметившаяся тенденция понятна, однажды отказавшись от обязательного экзамена по геометрии, мы получили спад знаний по этому предмету.
В условиях тестирования, как адаптировать ребенка к быстрому и правильному решению задач по геометрии? Алгоритмизировать задачи по геометрии сложно, так как каждая требует индивидуального подхода, но дать ребенку «инструменты» для решения ряда задач, систематизировать задачи возможно.
На уроках я предлагаю детям решение задач «Методом площадей», суть которого заключается в следующем: найти возможность выразить площадь фигуры разными способами и составить уравнение.

<u>Примеры решения задач</u>

<u>Задача №1</u>

Найдите биссектрису CD прямого угла C в прямоугольном треугольника ABC с катетами: AC=2, BC=3.



1) Примем CD= x, заметим что углы ACD и CBD равны 45^0, т.к. угол ACB прямой и CD его биссектриса по условию задачи.
2) $S_{ABC}=S_{ACD}+S_{DCB}$, т.к. треугольник ABC прямоугольный с прямым углом C, то $S_{ABC}=\frac{1}{2}$ AC*BC.
3) $\frac{1}{2}$ AC*BC= $S_{ACD}+S_{DCB,}$ получим уравнение и решим его:

$$\frac{AC\cdot BC}{2}=\frac{1}{2}AC\cdot x\cdot\sin 45+\frac{1}{2}CB\cdot x\cdot\sin 45,$$

$$3=\frac{1}{2}\cdot 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\cdot 3x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$12=2\sqrt{2}x+3\sqrt{2}x,$$

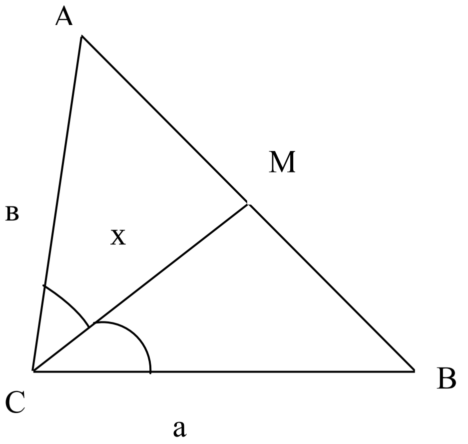
$$x=\frac{12}{5\sqrt{2}},$$

$$x=\frac{6}{5}\sqrt{2}.$$

Ответ: CD=$\frac{6}{5}\sqrt{2}$.

<u>Задача 2</u>

Найти биссектрису CM угла C треугольника ABC, если AC= в, BC= a, угол ACB = β.



Решение
Примем биссектрису угла ACB CM=x.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}a\cdot в\cdot\sin\beta$

$S_{ABC=}\ S_{ACM}+S_{MCB}=\frac{1}{2}x\cdot в\cdot\sin\frac{\beta}{2}+\frac{1}{2}a\cdot x\cdot\sin\frac{\beta}{2}$, решим полученное уравнение.

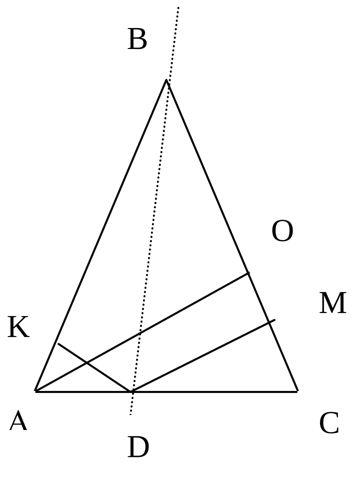
$\frac{1}{2}a\cdot в\cdot\sin\beta=\frac{1}{2}x\cdot в\cdot\sin\frac{\beta}{2}+\frac{1}{2}a\cdot x\cdot\sin\frac{\beta}{2}$,

$a\cdot в\cdot\sin\beta=(a+в)x\cdot\sin\frac{\beta}{2}$,

$x=\frac{ab\cdot\sin\beta}{(a+b)\sin\frac{\beta}{2}}$.

Ответ: $CM=\frac{ab\cdot\sin\beta}{(a+b)\sin\frac{\beta}{2}}$.

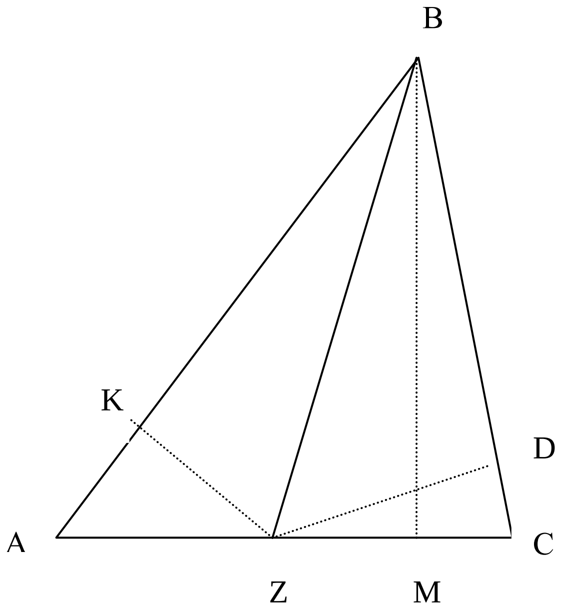
<u>Задача 3</u>
Доказать, что в равнобедренном треугольнике, сумма расстояний от любой точки основания до боковых сторон, равна высоте треугольника, опущенной на боковую сторону.



Решение
Построим равнобедренный треугольник ABC с основанием AC, AB=BC. Произвольно на основании AC возьмем точку D. Построим перпендикуляры DК и DM к сторонам AB и BC соответственно и перпендикуляр AO к стороне BC. Докажем, что
DК+ DM= AO.
$S_{ABC}=S_{ADB}+S_{DBC}$
$\frac{1}{2}$ AO*BC=$\frac{1}{2}$ AB*DК+$\frac{1}{2}$ BC*DM, так как AB=BC (сокращаем на $\frac{1}{2}$ AB) , то
DК+ DM= AO, что и требовалось доказать.
Приведем доказательство известной теоремы методом площадей.

ТЕОРЕМА

Биссектриса угла треугольника делит противоположную сторону на отрезки пропорциональные прилежащим сторонам.



Доказательство
Рассмотрим произвольный треугольник ABC, где BZ биссектриса угла B. Докажем, что $\frac{AZ}{ZC}=\frac{AB}{BC}$.
Построим $ZD \perp BC, ZK \perp AB, BM \perp AC$.
Так как точка Z лежит на биссектрисе угла B, то расстояния от точки Z до сторон угла равны. Пусть KZ=ZD=h.

1) $S_{ABZ}=\frac{AB \times h}{2}$

   $S_{ZBC}=\frac{BZ \times \mathrm{h}}{2}$

   $\frac{S_{ABZ}}{S_{ZBC}}=\frac{AB}{BC}$

2) Найдем площадь тех же треугольников другим способом:

   $S_{ABZ}=\frac{AZ \times BM}{2}$

   $S_{ZBC}=\frac{ZC \times \mathrm{BM}}{2}$

$$\frac{S_{ABZ}}{S_{ZBC}} = \frac{AZ}{ZC}$$

3) Из проведенных преобразований следует, что $\frac{AZ}{ZC} = \frac{AB}{BC}$, что и требовалось доказать.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Сторона правильного треугольника равна *a.* Внутри треугольника взята произвольная точка М. Найти сумму расстояний от этой точки до сторон треугольника. (ответ: $\frac{a\sqrt{3}}{2}$).
2. На стороне ВС, АС, АВ треугольника АВС взяты точки: M, D, К так что $\frac{BM}{MC} = \frac{DC}{AD} = \frac{AK}{KB} = \frac{1}{3}$. Площадь треугольника АВС=S. Найдите площадь треугольника KMD. (ответ: $\frac{7}{16}S$).
3. Две стороны параллелограмма равны 10 и 9. Из одной вершины на две стороны опустили высоты. Длина большей из высот равна 6. Найдите длину другой высоты.(ответ: 5,4)

Литература

1. Учебник «Геометрия 7-9» Л. С. Атанасян