**Задачи по теме: «Теорема косинусов»**

**1.** В АВС АВ=3, ВС=5, АС=6. На стороне АВ взята точка М так, что ВМ=2АМ, а на стороне ВС точка К так, что 3ВК=2КС. Найдите длину отрезка МК.

 В Решение:

 К 1) Из АВС по теореме косинусов найдём cosB:

М cosB= , cosB= = -

А С 2) Из МВК по теореме косинусов находим МК:

МК2= МВ2+ВК2-2МВВКcosB. МВ= АВ=2, ВК= ВС=2, тогда МК2=22+22-2

МК2= 8+, МК2= 8= 8, МК== .

Ответ:.

**2.** В окружности проведены хорды АВ= и АС=2, ВАС=60. Хорда АD- биссектриса ВАС. Найдите длину хорды AD.

 С Решение:

 А Четырёхугольник АВDC- вписанный в окружность. По

 D условию AD- биссектриса ∠ВАС, тогда = и тогда

 B хорды, стягивающие равные дуги, равны, т.е. CD=BD, следовательно, ΔBCD- равнобедренный, отсюда следует, что ∠BDC=120 (сумма противоположных углов 180). Пусть ВD=CD=x, тогда ВС= 2хcos30= х. Из ΔАВС по теореме косинусов найдём ВС: ВС2= АВ2+АС2-2АВcos60

 3x2= 3+12-2 2

 x= и, наконец, AD= 2АВcos30=3.

Ответ: 3.

**3.** В параллелограмме ABCD диагональ АС=16. Площадь параллелограмма 80. ∠CAD=60. Найдите длину стороны АВ.

 D C Решение:

 Пусть AD=х, SΔADC=40, SΔADC=ADACsin∠DAC,

A B тогда х16 = 40, отсюда х=10. Из того же ΔADC найдём DC по теореме косинусов:

DC2= AD2+AC2-2ADACcos∠DAC,

DC2= 100+256-21016,

DC2=196, DC=14

DC= AB= 14

Ответ: 14.

**4.** Две стороны треугольника равны 2 и 3, а площадь рана 3. Найдите третью сторону.

 В Решение:

 Площадь треугольника равна половине произведения

 С двух сторон на синус угла между ними:

А SΔАВС=23sin∠BAC, получим

 23sin∠BAC= 3, ∠BAC= , следовательно ∠BAC=45 или ∠BAC=135.

И третью сторону найдём по теореме косинусов:

ВС2= 9+8-23 или ВС2= 9+8-23

ВС2= 17-12 ВС2= 17+

ВС= ВС=

Ответ: или .

**5.** В трапеции ABCD основание AD равно 16, а боковая сторона CD=. Окружность проходящая через точки А, В и С пересекает прямую AD в точке М, ∠АМВ=60. Найдите длину ВМ.

 В С

 А М D

 Решение:

 Трапеция ABCM- вписанная в окружность, поэтому она равнобедренная, следовательно, ∠ВАМ= ∠СМА и ∠САМ= ∠АМВ= 60. Пусть АС=х, применяя теорему косинусов к ΔACD, получим: = х2+162-216хcos60,

192= х2+256-16х,

х2-16х+64=0

=0

х= 8, АС=ВМ= 8

Ответ: 8.

**6.** Из точки А, лежащей на окружности, проведены две хорды, равные 7 и 15. Найдите диаметр окружности, если расстояние между серединами хорд равно 10.

 Решение:

 А В ΔАВС отрезок DE средняя линия, тогда ВС=20, т.к. DE=10

 D по условию. Применим к ΔАВС теорему косинусов:

 E ВС2= АВ2+АС2-2АВАСcos∠ВАС.

B 400= 49+225-2715∠ВАС

 C 210cos∠BAC= 274-400

 cos∠BAC= , тогда ∠ВАС- тупой. По теореме синусов:

= 2R, sin∠BAC= = =

= 2R => 2R=25, диаметр 25.

Ответ: 25.

**7.** В окружность вписан правильный АВС. Радиус окружности . Хорда ВD пересекает сторону АС в точке Е. АЕ:ЕС= 3:5. Найти длину ВЕ.

 В Решение:

 С По теореме синусов = 2R, = отсюда

 А Е АВ= АВС- равносторонний по условию,

 D следовательно, АС=8, АЕ=3, ЕС=5. Применим к СВЕ

 теорему косинусов: ВЕ2=82+52-2.8.5cos60. ВЕ2=49, ВЕ=7.

 Ответ: 7.

**8.** Стороны треугольника образуют арифметическую прогрессию с разностью, равной 1. Косинус среднего по величине угла этого треугольника равен.Найдите периметр треугольника.

 В Решение:

 Пусть средняя по величине сторона имеет длину х, тогда две

С другие х-1 и х+1, АВ=х-1, ВС= х+1. В треугольнике против

А большей стороны лежит больший угол, тогда данный угол противолежит стороне АС=х и по теореме косинусовполучим:

АС2= АВ2+ВС2-2.АВ.ВС.cosB
х2= (х-1)2+(х+1)2-2. (х-1)(х+1) , решая уравнение получим х= и

Р= + -1+ +1= 3

Ответ: 3.