

**Введение понятия «двугранный угол» по учебнику  
«Геометрия 10-11кл.» под редакцией А.С.Атанасяна**

«Двухгранным углом называется фигура, образованная прямой  $a$  и двумя полуплоскостями с общей границей  $a$ , не принадлежащей одной плоскости».

**Тема:** «Двугранный угол»

**Цели:** Составить план изучения двугранных углов, ввести определение двугранного угла, определение линейного угла двугранного угла, дать ученикам возможность составить алгоритм построения линейного угла двугранного угла.

1. Мотивация и планирование изучения новых видов углов.

Сегодня на уроке мы познакомимся с новым видом углов, который возможно рассматривать с точки зрения стереометрии. Что про любой угол надо знать?

- 1) Как назвать?
  - 2) Как построить
  - 3) Как измерить?
- (учитель записывает вопросы на доске)

2. Установление связей с уже известными углами.

Мы уже изучали углы. И чтобы не забыть старых знакомых и найти новых, проведем следующую практическую работу.

Приготовьте два листа бумаги, ножницы, ручку, карандаш.

Это будут модели плоскостей и прямых, с помощью которых будем конструировать углы.

Практическая работа

I. Возьмем две «прямые»

Могут ли две прямые образовывать углы?

Да

Покажите на моделях соответствующую конструкцию.

Сколько при этом получается углов?

4 неразвернутых

Какие?

Разные (тупые, острые, прямые)

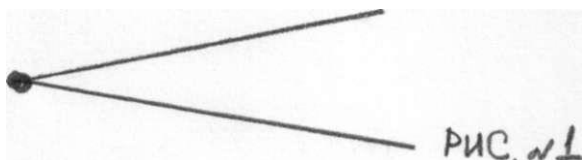
Лежат ли эти углы в одной плоскости? Значит можно

Да

Воспользоваться определением угла из планиметрии.

2. Какую фигуру в планиметрии называют углом?

**Угол** - это фигура образованная двумя лучами, выходящими из одной точки.



II. Работаем с «прямой плоскостью»

Плоскость пересекает прямая (не под прямым углом). Есть ли угол?

Да. Угол между прямой и плоскостью.

III. Работаем с двумя «плоскостями»

Две плоскости пересекаются (при помощи ножниц соберем соответствующую конструкцию) . На ваш взгляд , существуют ли углы при данном пересечении?

Да 4 угла

### 3 Выделение элементов нового вида углов через сравнение с углом в планиметрии .

Раз утверждаем , что видим угол , то данная геометрическая фигура должна характеризоваться своими элементами . Возвратимся к рисунку и выделим эти элементы.

Имеем 2 луча на плоскости . Попробуйте по аналогии выделить соответствующие фигуры , с которыми работаем на модели Там имели общую точку . Здесь?

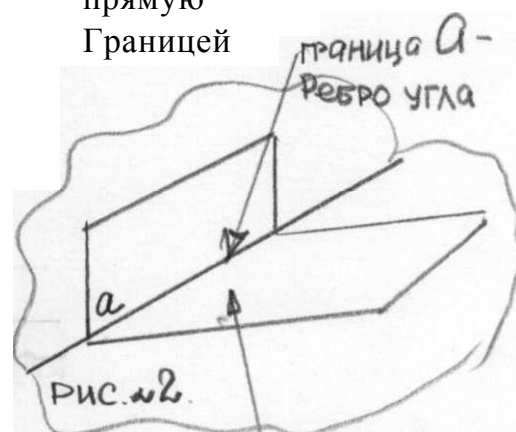
Как называется эта прямая для каждой из полуплоскостей?

Основные характеристики угла : вершина и сторона  
Две полуплоскости

Общую (одну) прямую  
Границей

Итак заполним правую часть таблицы

Угол на плоскости	Угол на модели
2 луча, выходящих из одной точки	2 полуплоскости имеющие общую прямую (границу)



1УМУПА0СК0(2Ъ-  
ррQ... ч^гАД

### 4. Построение нового вида углов и введение термина

Для угла в планиметрии элементы имели имя: вершина , сторона.

Надо дать им имя и для угла в стереометрии . Будем называть и одновременно изображать в тетради полученную модель изучаемого угла.

Сколько граней содержит изучаемый угол ?

Постарайтесь проанализировав построение данного угла , дать ему имя .

Две  
Состоит из 2 граней -  
двухгранный

### 5 Введение определения двугранного угла

Итак , в результате практической работы получили двугранный угол . (Запишем тему урока в тетради). Ну а теперь , когда мы выделили основные (существенные) признаки угла попробуем дать его определение.

Сделаем соответствующую запись в тетради .

«Двугранный угол - фигура , образованная прямой  $a$  и двумя полуплоскостями с общей границей  $a$  , не лежащими в одной плоскости .»

Учащиеся формулируют определение по аналогии с определением угла в планиметрии далее формулировка

сравнивается с формулировкой в учебнике.

### 6. Подведение итогов введения определения двугранного угла

Итак, (сформулировали) определение двугранного угла 1. как назвать?  
, т. е. ответили на вопрос ...  
Сконструировали на модели и изобразили двугранный 2. как построить?  
угол т.е. ответили на вопрос...

### 7. Постановка вопроса об измерении угла.

Следующий вопрос на пути изучения двугранного 3. как измерить?  
угла?

Мера угла в планиметрии?

Прибор измерения?

Как в данном случае «пристроить» транспортир?

ПРОБЛЕМА

градус, радиан  
транспортир  
Ученики берут свои  
модели и  
транспортиры и  
пробуют

Для начала на модели постройте двугранный угол в  $90^\circ$

Если проверить на  
глазок, то

А теперь попробуем сконструировать угол в  $30^\circ$ .

Как же себя проверить, не используя транспортир?

Верно, с помощью обыкновенного чертежного  
треугольника.

Углы при вершинах его даны и равны...

Возьмем модель двугранного угла и расположим  
секущую плоскость треугольника углом в  $30^\circ$

перпендикулярно ребру двугр. угла (плотно совместив  
границы двугр. угла со сторонами треугольника)

Проверили?

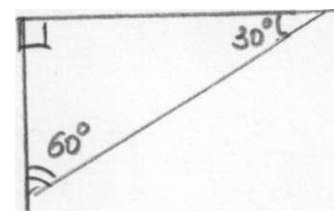
Можно сказать, что есть модель двугранного угла,  
равного  $30^\circ$ ?

Проведем аналогичную операцию с другими углами

треугольника и получим соответствующие двугр. углы

.Итак, мы наглядно продемонстрировали, что двугр.  
угол равен  $30^\circ$   $60^\circ$   $90^\circ$

получится угол  $= 90^\circ$



## 8. Введение определения линейного угла двугранного угла.

Но как измерить любой двугр. угол? Давайте проанализируем, какое основное (важное) действие в этой операции по расположению плоскости треугольника относительно ребра двугр. угла мы провели.

Отметим точку пересечения угла и плоскости треугольника. Теперь выясним взаимное расположение этой секущей плоскости с гранями двугр. угла. По какой фигуре пересекаются грани и плоскость?

Как расположены эти лучи относительно ребра двугр. угла?

*Итак, мы имеем 2 луча в разных гранях двугр. угла, выходящих из одной точки на ребре, и перпендикулярных к нему.*

Плоскость треугольника располагали перпендикулярно ребру двугранного угла, и она пересекла ребро в одной точке. Ученики выясняют. Что они пересекаются. По лучам (изображаем их на моделях) Лучи выходят из одной точки и перпендикулярны ребру

## 9. Подведение итогов.

Результатом работы с моделью и треугольником стало правило построения линейного угла, величина которого и равна величине двугранного угла (модели).

Отвечаем теперь на третий вопрос плана урока.

Что надо сделать, чтобы измерить двугранный угол?

Надо построить его линейный угол и его измерить.

Изобразим двугранный угол



### План построения линейного угла двугранного угла

1. Выбрать точку на ребре двугр. угла.
2. В каждой грани из точки провести луч, перпендикулярно ребру двугранного угла.
3. Отметить получившийся линейный угол и записать его имя.

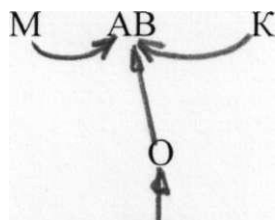
Z-KOM- это...

линейный угол двугр. угла

Величины линейного угла KOM и двугр. угла с ребром АВ равны.

Поэтому данный угол можно назвать МАВК и углы МАВК и МОК равны.

В способе названия заметим следующие :



где АВ- ребро

МОК

### 10. Введение свойств линейного угла.

Еще раз обратимся к рисунку, и выясним, можно ли построить еще один линейный угол для данного двугранного угла?

Можно(т.к. выбор точки О  
На ребре произволен)

Интересно, зависит ли величина двугр. угла от того, какой линейный угол будем строить? Сколько линейных углов имеет двугранный угол?

Рассмотрим рисунок в учебнике №59(6).

Поможет ли он ответить на вопрос?

По рисунку: все линейные  
углы двугранного угла  
равны.

Запишите это утверждение в тетрадь и докажите его дома, используя п. 22.

### 11. Классификация двугранных углов.

Когда мы рассматривали углы в планиметрии, то говорили об их видах. Как вы думаете, каких видов бывают двугранные углы? Почему?

Острые, прямые, тупые,  
Развернутые. Величина  
Дв. угла определяется  
величиной его линейного  
угла, а линейные углы  
бывают такими же.

Рассмотрим рис. №60 в учебнике(изображены виды дв.углов)

Теперь не сомневаюсь, что вы без труда отыщите двугр.углы

В окружающей нас обстановке. А чаще всего встречаются  
Прямые двугранные углы. Приведите примеры.

### *12. Подведение итогов*

Еще раз вспомним, на какие вопросы  
получили ответы.  
Что мы узнали о двугранном угле?

Ученики задают вопросы и дают  
определение двугр.угла, по картинке.  
Повторяют правило построения  
линейного угла и построение  
двугранного угла.