

ЦИЛИНДР

Определение: цилиндром (круговым цилиндром) называется тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов.

Круги — основания цилиндра.

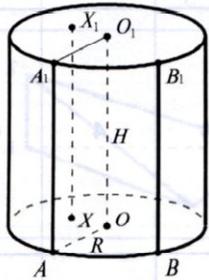
Отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов — **образующие**.

$AA_1; BB_1$ — образующие цилиндра.

Цилиндр называется **прямым**, если его образующие перпендикулярны плоскостям основания.

В школьных учебниках:

цилиндр = прямой круговой цилиндр.



Свойства

1. Основания цилиндра равны и параллельны.

$$OA = O_1A_1 = R$$

пл. $AOB \parallel$ пл. $A_1O_1B_1$

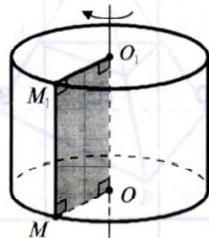
O — центр нижнего основания,
 O_1 — центр верхнего основания.

2. Образующие цилиндра параллельны и равны.

$$AA_1 \parallel BB_1 \quad AA_1 = BB_1$$

3. Высота цилиндра (расстояние между плоскостями оснований) равна образующей.

$$H_{\text{цил.}} = AA_1 = OO_1$$



4. При вращении прямоугольника около его стороны как оси образуется цилиндр.

OMM_1O_1 — прямоугольник — OO_1 — ось образованного цилиндра ($OO_1 \parallel MM_1$).

$$R_{\text{цил.}} = OM = O_1M_1 \quad H_{\text{цил.}} = MM_1 = OO_1$$

5. $S_{\text{осн. пил.}} = \pi R^2$

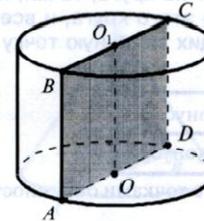
$S_{\text{бок. пил.}} = 2\pi RH$

$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}} = 2\pi R(H+R)$

6. $V_{\text{цил.}} = S_{\text{осн.}} \cdot H = \pi R^2 H$

СЕЧЕНИЯ ЦИЛИНДРА ПЛОСКОСТЯМИ

Осевое сечение цилиндра



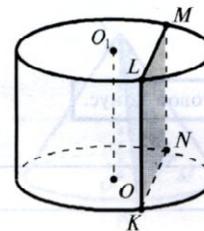
$ABCD$ — осевое сечение (сечение, проходящее через ось OO_1)

$ABCD$ — прямоугольник

$$AD = d_{\text{осн.}} = 2R \quad AB = H_{\text{цил.}}$$

AB и CD — образующие цилиндра

Сечение цилиндра плоскостью, параллельной его оси



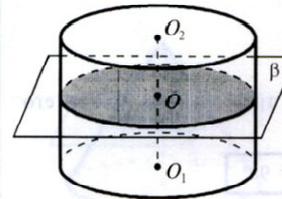
пл. $KLMN \parallel OO_1$

$KLMN$ — прямоугольник

KL и MN — образующие цилиндра

$$KL = H_{\text{цил.}}$$

Сечение цилиндра плоскостью, параллельной его основаниям

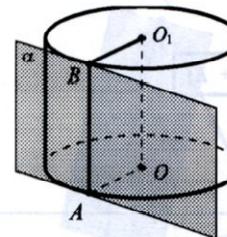


Плоскость, параллельная плоскости основания цилиндра, пересекает его боковую поверхность по окружности, равной окружности основания.

$$R_{\text{сеч.}} = R_{\text{цил.}}$$

Касательная плоскость к цилиндру

Определение: касательной плоскостью к цилиндру называется плоскость, проходящая через образующую цилиндра и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую.



α — касательная плоскость к цилиндру

AB — образующая, α проходит через AB

$\alpha \perp$ пл. AOO_1B

