

50

Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом  $\varphi$ . В основание конуса вписан треугольник, у которого одна сторона равна  $a$ , а противолежащий угол равен  $\alpha$ . Найдите площадь полной поверхности конуса. (Задача 564 учебника.)

**Решение.**

1) Находим радиус основания кону-

$$\text{са: } r = \frac{a}{2 \sin \alpha}.$$

2) Из прямоугольного треугольника

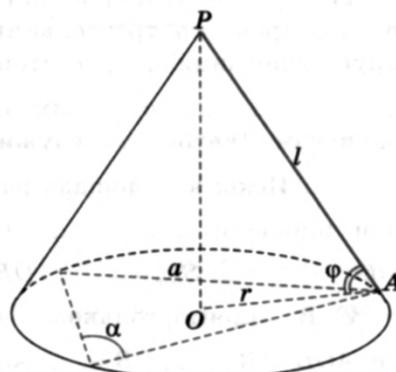
$$POA \text{ находим образующую: } l = PA = \frac{a}{\cos \varphi} = \frac{a}{2 \sin \alpha \cdot \frac{1}{\cos \varphi}}.$$

$$3) S_{\text{бок}} = \pi \frac{a}{\cos \varphi} = \frac{\pi a^2}{4 \sin^2 \alpha \cos \varphi},$$

$$S_{\text{осн}} = \pi \frac{a^2}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi},$$

$$S_{\text{кон}} = \frac{\pi a^2}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi} + \frac{\pi a^2}{4 \sin^2 \alpha \cos \varphi} = \frac{\pi a^2}{4 \sin^2 \alpha} \left( \frac{1}{\cos \varphi} + 1 \right).$$

**Ответ.**  $\frac{\pi a^2}{4 \sin^2 \alpha} \left( \frac{1}{\cos \varphi} + 1 \right)$



51

Равнобедренный треугольник, боковая сторона которого равна  $m$ , а угол при основании равен  $\varphi$ , вращается вокруг основания. Найдите площадь поверхности тела, полученного при вращении треугольника. (Задача 566 учебника.)

**Решение.**

1) Тело, полученное при вращении равнобедренного треугольника  $ABC$  вокруг основания  $AC$ , состоит из двух

\_\_\_\_\_ с общим основанием, радиусом которого служит отрезок \_\_\_\_\_. Искомая площадь равна удвоенной площади \_\_\_\_\_ поверхности конуса:  $S = \frac{1}{2} S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} OB \cdot \frac{1}{2} \pi r^2$ .

2) В прямоугольном треугольнике  $AOB$   $AB = \frac{m}{\sin \varphi}$ ,  $OB = \frac{m}{\sin \varphi} \cdot \cos \varphi$ . Следовательно,  $S = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{m}{\sin \varphi} \cdot \cos \varphi = \frac{m^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi$ .

**Ответ.**  $\frac{m^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi$

