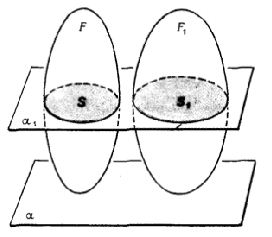
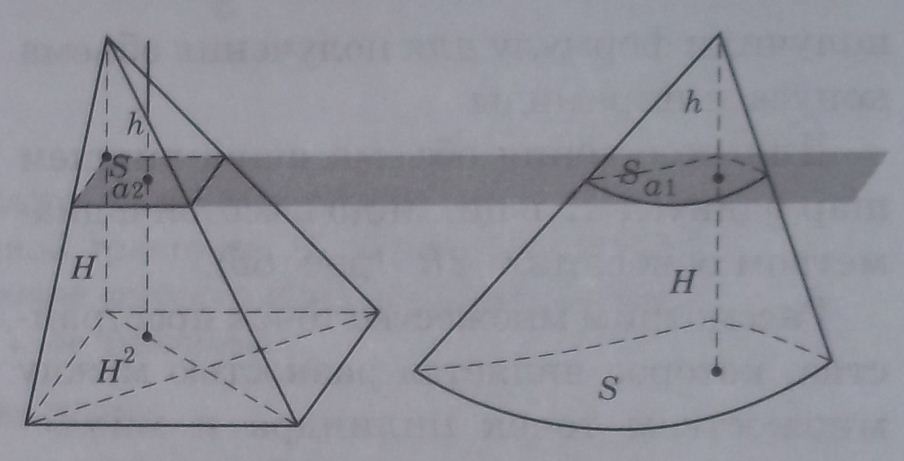
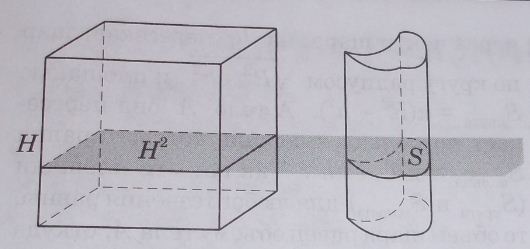
Вычисление объемов тел с помощью принципа Кавальери

Сайфутдинова Фирдауса Файзутдиновна, учитель математики МБОУ "Лицей №2 г. Мамадыш"

В отличие от учебника «Геометрия, 10-11» авторов Л.С. Атанасян, В.Ф.Бутузов и др., где формулы объёмов пространственных тел выводятся с помощью определённого интеграла, в учебнике А.Г. Мордковича, И.М. Смирнова и др. «Математика,11» формулы для объёмов тел выводятся с помощью принципа Кавальери. Понятно, что интеграл является более тонким инструментом для исследования объёмов, чем принцип Кавальери. Тем не менее, использование принципа Кавальери обеспечивает изложение объёмов более упрощенным и легко воспринимаемым учащимися. Кроме того, технология укрупнения дидактических единиц позволяет с помощью данного принципа сразу вывести формулы объёмов для тел цилиндрической, конической конструкций и объёма шара. Исходя из опыта апробации учебника А.Г. Мордковича, И.М. Смирнова и др. «Математика,11» , хочу поделиться с некоторыми методическими находками при изучении главы " Объёмы тел". На этапе актуализации опорных знаний, предлагаю к четырём аксиомам объёма добавить принцип Кавальери, предложенный итальянским математиком Бонавентурой Кавальери (1598-1647) и названный впоследствии его именем. Он заключается в следующем:

** ***Если при пересечении двух тел F и , плоскостями, параллельными одной и той же плос­кости α, в сечении всегда получаются фигуры, площади которых находятся***

***в постоянном отношении λ (λ > 0): S = λ ,то объемы этих тел находятся в том же соотношении: V(F) = λ (); или если при пересечении двух тел F и плоскостями, параллельными одной и той же плоскости, в сечениях получаются фигуры одинаковой площади, то объёмы исходных тел равны.***

 С помощью этого принципа вывести формулу для вычисления объема тел любой цилиндрической конструкции. Для этого разместим куб так, чтобы нижнее основание куба лежало в плоскости нижнего основания цилиндрической конструкции, а верхнее основание куба лежало в плоскости верхнего основания цилиндрической конструкции. Высота цилиндрической конструкции равна H – длине ребра куба. Любая плоскость, параллельная основанию куба, пересекает куб по квадрату площадью H², а цилиндрическую конструкцию по фигуре, равной основанию, площадью S. отношение этих площадей для любого сечения равно , поэтому = или = , откуда следует, что = HS.

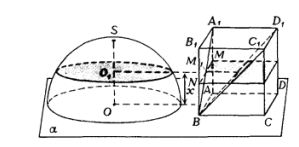
**Итак, = R²H**

Для получения объема конической конструкции, разобьем куб с ребром H на три равные пирамиды. Объем каждой из них равен .

В параллельных плоскостях разместим пирамиду с ребром основания H и произвольную коническую поверхность. Пусть плоскость α пересекает два тела на высоте h от вершин. Обозначим сечения конуса и пирамиды через , соответственно. Так как отношения площадей подобных фигур относятся, как квадраты соответствующих сторон, то =()² и

= ()²·, = ()² и = ()²·S. Мы видим, что отношение площадей двух сечений есть величина постоянная и не зависящая от выбора высоты секущей плоскости : = . Согласно принципу Кавальери = .

Выразим из последнего соотношения = HS.

**Итак, = R²H**

Для получения объема шара, рассмотрим полушар с центром в О и радиусом R. Продолжим плоскость α ограничивающего этот полушар большого круга и поместим на эту плоскость основанием куб с ребрами, равными R. Если мы отделим от этого куба четырехугольную пирамиду B, имеющую вершиной вершину B куба, а основанием – верхнее основание последнего, то получим некоторое тело, которое будем обозначать через . Пересечем оба тела некоторой плоскостью , параллельной плоскости α и отстоящей от α на расстоянии x (x<R). В сечении с полушаром эта плоскость дает круг, площадь которого равна ( - ). В сечении же тела той же плоскостью получается фигура, площадь которой равна - . Откуда ясно, что условия принципа Кавальера выполнены. Следовательно: = V() = ( - ) = ( - ) = . Объём шара в 2 раза больше.

**Итак, = **

Для закрепления выведенных формул в конце урока можно предложить практическую работу на вычисление объёмов тел цилиндрической, конической конструкций и объёма шара. Результаты вычислений можно оформить в виде следующей таблицы.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Тела | Конструкция | Формула вычисления объёма | Результаты вычисления |
| Призма | цилиндрическая | V=S∙H |  |
| Цилиндр | цилиндрическая | V= R²H |  |
| Параллелипипед | цилиндрическая | V=S∙H |  |
| Пирамида | коническая | V= S∙H |  |
| Конус | коническая | V=R²H |  |
| Шар | шаровая | V=  |  |