Треугольники

Первый признак равенства треугольников

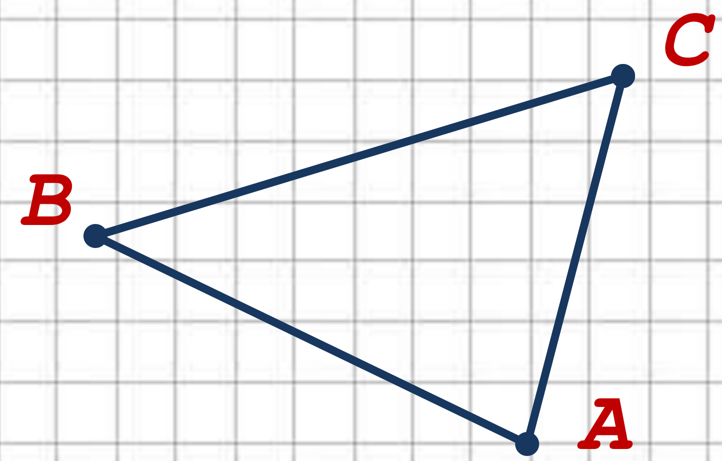
Крупнейший древнегреческий историк Геродот (V век до нашей эры) оставил описание того, как египтяне после каждого разлива Нила заново размечали плодородные участки его берегов, с которых ушла вода. По Геродоту, с этого и началась геометрия - "землемерие" (от греческого "гео" - "земля" и "метрео" - "измеряю").

Древние землемеры выполняли геометрические построения, измеряли длины и площади; астрологи рассчитывали расположение небесных светил - все это требовало весьма обширных познаний о свойствах плоских и пространственных фигур, и в первую очередь о треугольнике.

Треугольник по праву считается простейшей из фигур: любая плоская, то есть простирающаяся в двух измерениях, фигура должна содержать хотя бы три точки, не лежащие на одной прямой. Если соединить эти точки попарно прямолинейными отрезками, то построенная фигура и будет **треугольником**. Так же называют и заключенную внутри образовавшегося контура часть плоскости. Таким образом, любой плоскостной многоугольник может быть разбит на треугольники.

Треугольник всегда имел широкое применение в практической жизни. Так, в строительном искусстве испокон веков используется свойство жесткости треугольника для укрепления различных строений и их деталей. Изображение треугольников и задачи на треугольники встречаются в папирусах, в старинных индийских книгах и других древних документах. В древней Греции учение о треугольнике развивалось в ионийской школе, основанной в VII веке до нашей эры Фалесом, в школе Пифагора и других; оно было затем полностью изложено в первой книге "Начал" Евклида. Среди "определений", которыми начинается эта книга, имеются и следующие: "Из трехсторонних фигур равносторонний треугольник есть фигура, имеющая три равные стороны, равнобедренный же – имеющая только две равные стороны, разносторонний – имеющая три неравные стороны". Понятие о треугольнике исторически развивалось, по-видимому, так: сначала рассматривались лишь правильные, затем равнобедренные и, наконец, разносторонние треугольники.

Треугольник – это геометрическая фигура, которая состоит из трёх точек, не лежащих на одной прямой и трёх отрезков, соединяющих эти точки.



$(\cdot)A; (\cdot)B; (\cdot)C$ – вершины ΔABC

$AB; BC; AC$ – стороны ΔABC

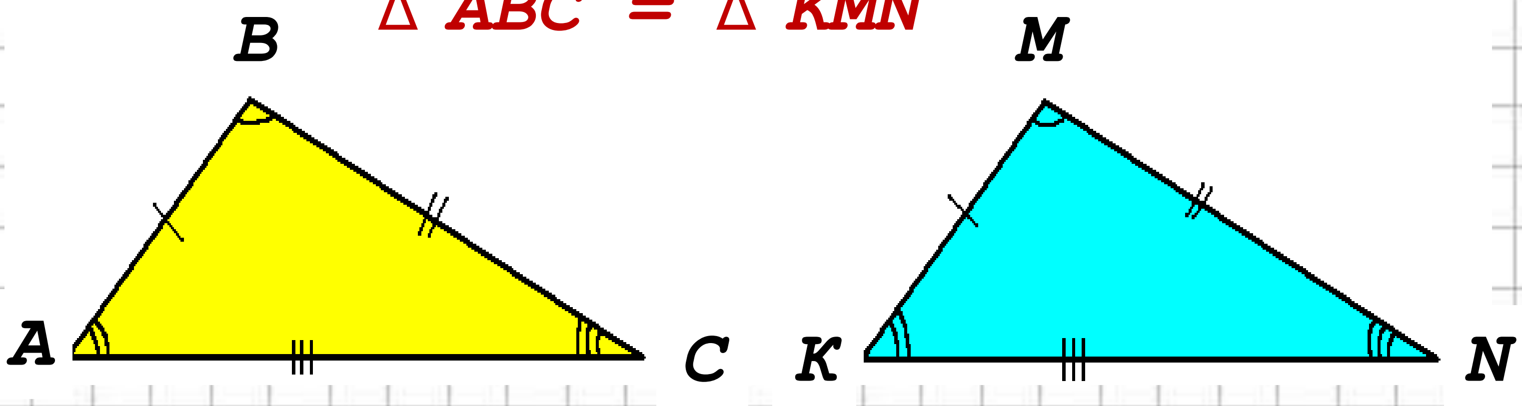
$\angle A; \angle B; \angle C$ – углы ΔABC

$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$

Два треугольника называются равными, если их можно совместить наложением.

Назовите пары соответственно равных элементов в равных треугольниках.

$\Delta ABC = \Delta KMN$



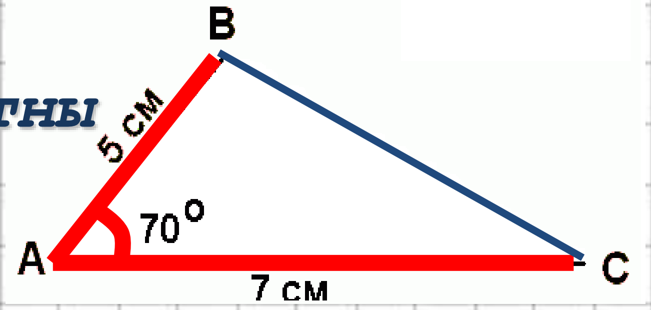
$AB = KM$ $\angle A = \angle K$

$BC = MN$ $\angle B = \angle M$

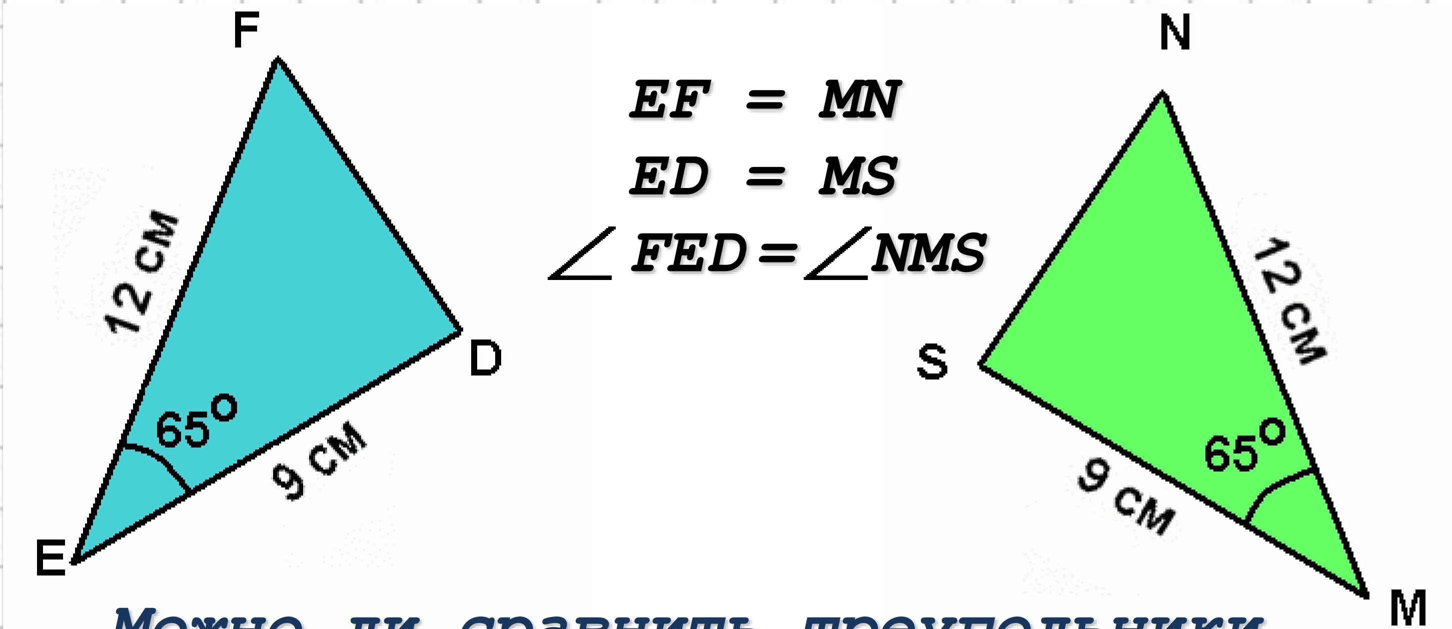
$AC = KN$ $\angle C = \angle N$

Ответьте на вопросы:

Можно ли достроить треугольник, если известны три его элемента: две стороны и угол между ними?



Сравните элементы двух треугольников:



$EF = MN$

$ED = MS$

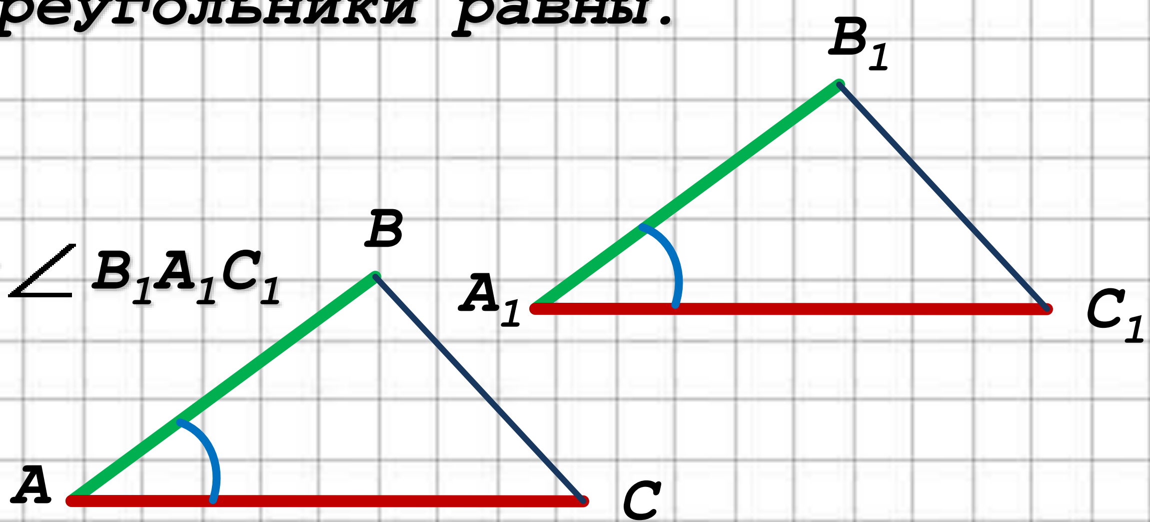
$\angle FED = \angle NMS$

Можно ли сравнить треугольники не накладывая их друг на друга?

Первый признак равенства треугольников

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника,
то такие треугольники равны.

1) $AB=A_1B_1$
2) $AC=A_1C_1$
3) $\angle\ BAC = \angle\ B_1A_1C_1$

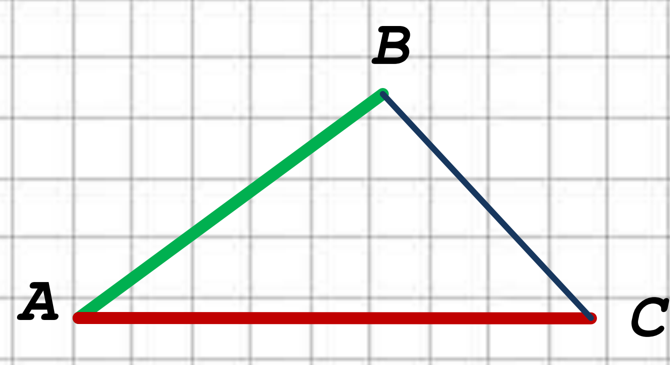


Дано: Δ ABC; $\Delta A_1B_1C_1$

1) $AB=A_1B_1$

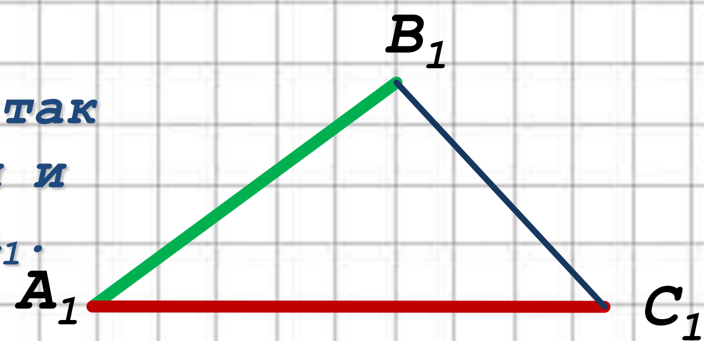
2) $AC=A_1C_1$

3) $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$



Доказать: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство:



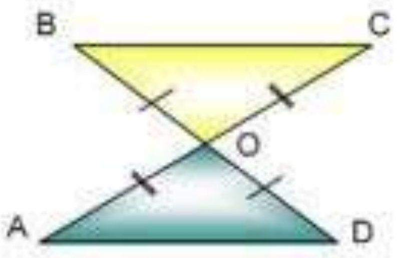
Наложим Δ ABC на Δ $A_1B_1C_1$, так чтобы совместились вершины и стороны равных углов A и A_1.

Стороны треугольников AB и A_1B_1, AC и A_1C_1 совместятся, так как $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$. Значит, точки B и B_1, C и C_1 также совместятся.

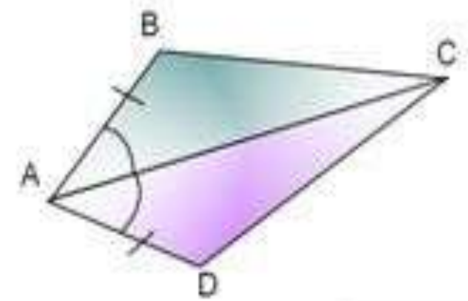
Следовательно, $BC = B_1C_1$ и ΔABC полностью совместится с $\Delta A_1B_1C_1$. Т.е. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Что и требовалось доказать.

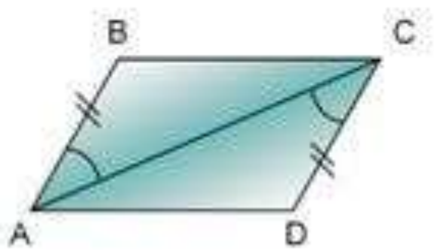
Решение задачи по готовым чертежам



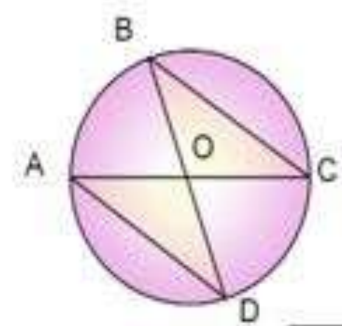
Δ BOC=Δ AOD



Δ ABC=Δ ADC



∠D= ∠B



∠A= ∠B