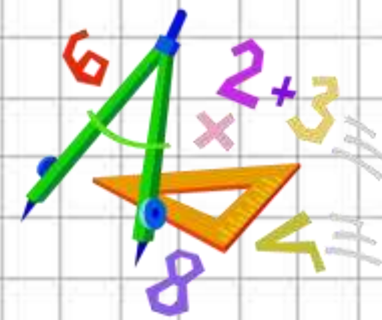
# Медианы, биссектрисы и высоты треугольника



## Перпендикуляр к прямой

Учитель математики
ГОУ СОШ №277
г. Санкт-Петербург
Маяк О.Л.

# Повторение

## Деление отрезка пополам

**1) Деление отрезка пополам при помощи линейки.**

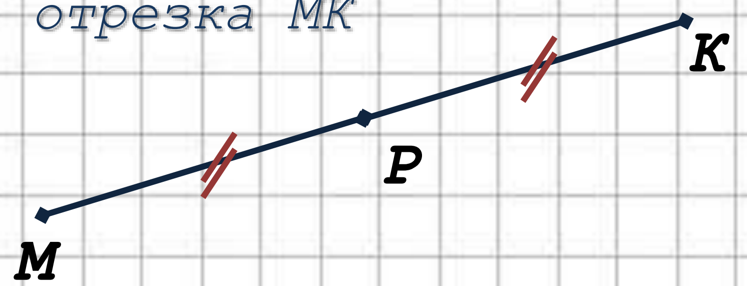
а) Пусть дан отрезок МК. При помощи линейки замерим длину отрезка. МК=6 см.

б) Разделим длину отрезка на 2. 6см:2=3см. Середина отрезка будет отстоять от концов отрезка на 3 см.

в) Обозначим полученную точку – (·)Р.

МР = РК

(·)К – середина отрезка МК



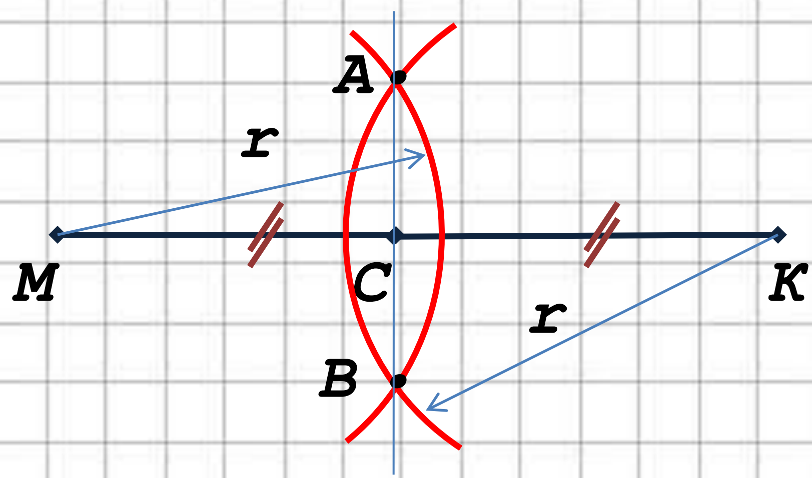
## 2) Деление отрезка пополам при помощи циркуля.

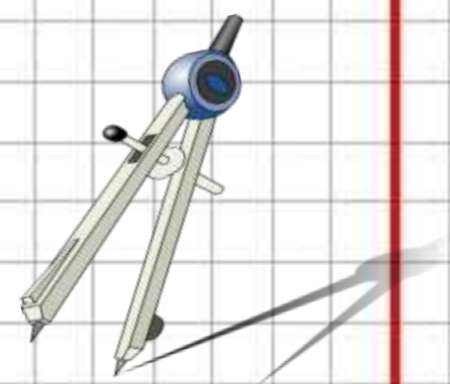
а) Пусть дан отрезок МК. Из концов отрезка точек М и Р проведем дуги одинакового радиуса r.

б) Обозначим точки пересечения дуг (·)А и (·)В.

в) Соединим точки А и В. Получим прямую АВ, которая пересечет отрезок МК в точке С.

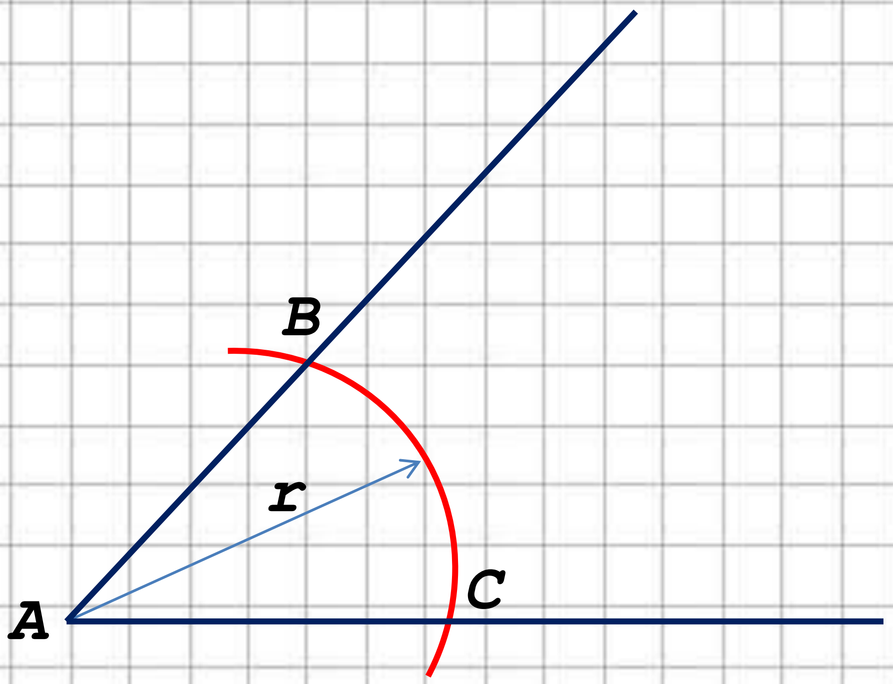
г) (·)С – середина отрезка МК. МС = СК.



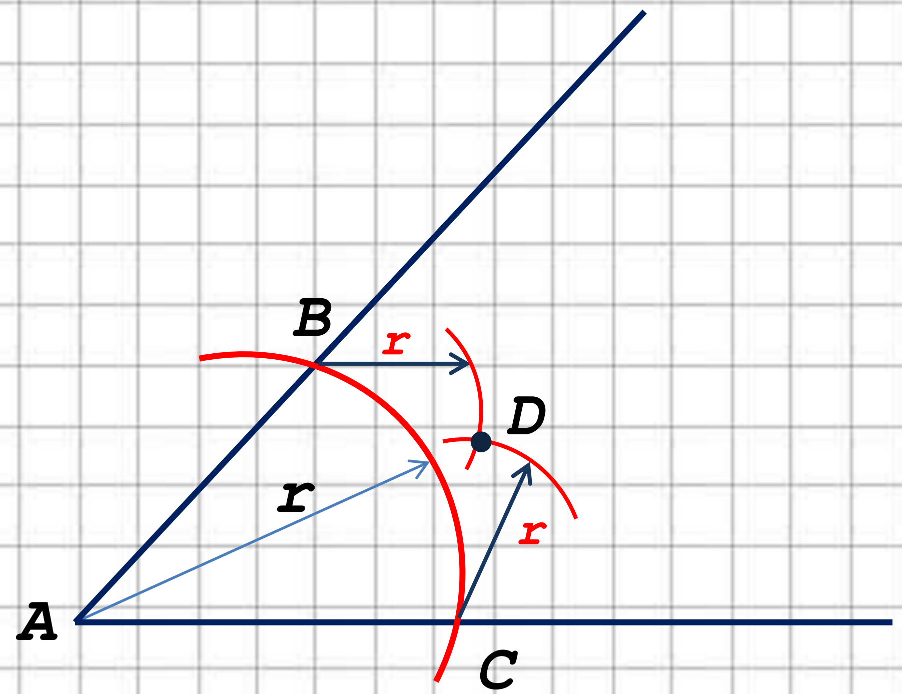



# Построение биссектрисы угла

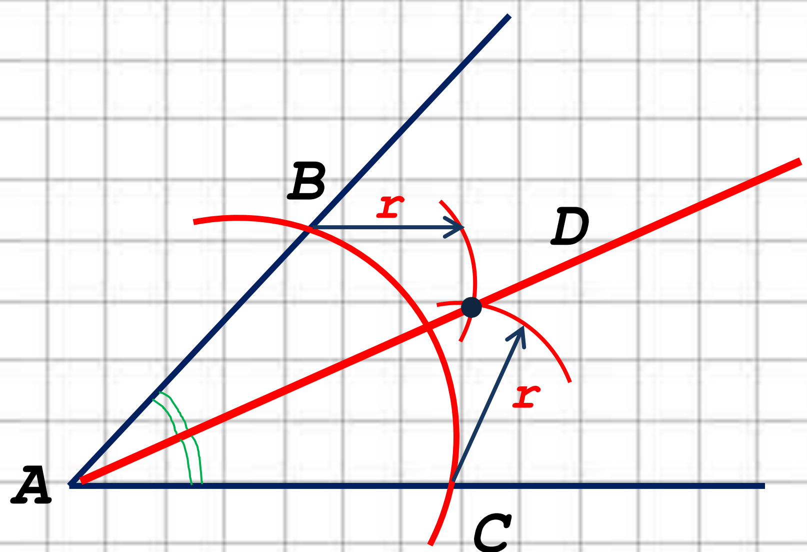
1) Из вершины A данного угла, как из центра, описываем циркулем дугу произвольного радиуса r. Пусть B и C – точки пересечения этой дуги со сторонами угла.



2) Из точек B и C проведем дуги одинакового радиуса **r** во внутренней области угла треугольника. Пусть точка D – точка их пересечения.



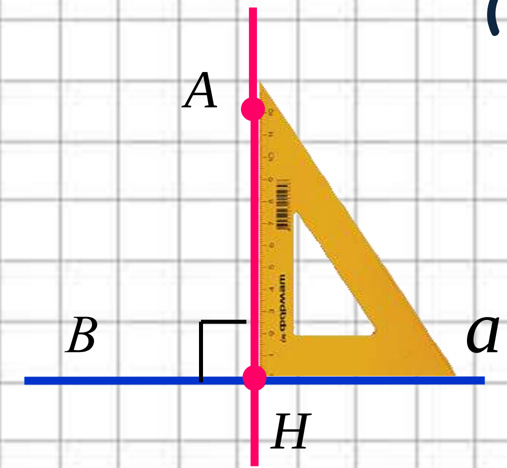
3) Проведем луч AD, который и будет являться биссектрисой угла A.




$\angle BAD = \angle DAC$. $AD$ – биссектриса $\angle BAC$

**Биссектриса угла – это луч, выходящий из вершины угла и делящий его на два равных угла.**

# Перпендикуляр к прямой




$(\cdot)$ A / прямой *a*

$\angle AHB = 90^0$ **AH** $\perp$

$(\cdot)$ основание перпендикуляра

**Отрезок AH называется перпендикуляром к прямой *a*, если прямые AH и *a* расположены под углом $90^0$, т.е. перпендикулярны.**

## Теорема:

***Из точки, не лежащей на прямой можно провести перпендикуляр к этой прямой и притом только один.***

# Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Три девицы ,три сестрицы
В треугольнике живут.
Речь такую там ведут :

- Всех главнее **высота**!
Говорю вам неспроста .
Видят все как сторонам
Нужен **перпендикуляр**.
Тогда они, сменив названья
Зовутся гордо - основанья!

**Высотой треугольника** называют перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на противоположную сторону или её продолжение.

Для построения высоты треугольника необходимо выполнить следующие построения:

1. Провести прямую, содержащую одну из сторон треугольника (в случае, если из вершины острого угла в тупоугольном треугольнике).
2. Из вершины, лежащей напротив проведенной прямой, опустить перпендикуляр к ней.

   (Перпендикуляр – это отрезок, проведенный из точки к прямой, составляющий с ней угол $90^0$).
3. Этот перпендикуляр и будет **высотой** треугольника.

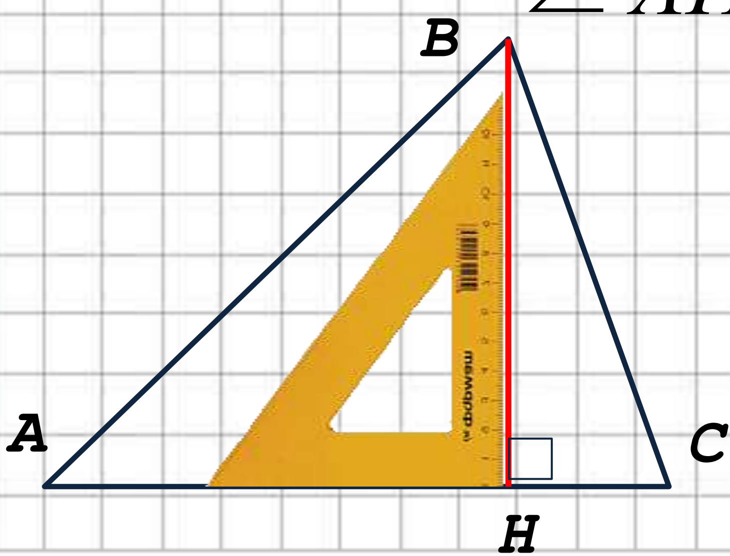
# Построение высоты треугольника

**Треугольник ABC:**

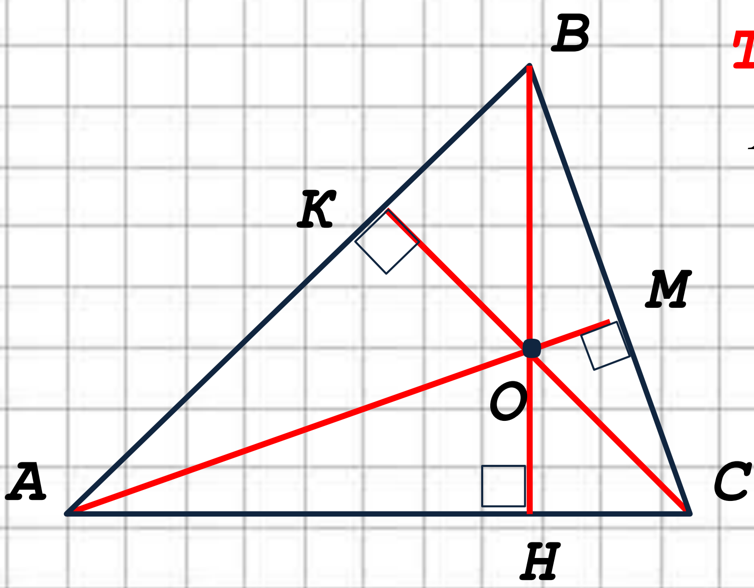
BH – высота треугольника ABC.
(·)H – основания высот.

$$BH \perp AC$$

$$\angle AHC = \angle BHC = 90^0$$



# Примеры построения высот в треугольниках




**Треугольник АВС:**

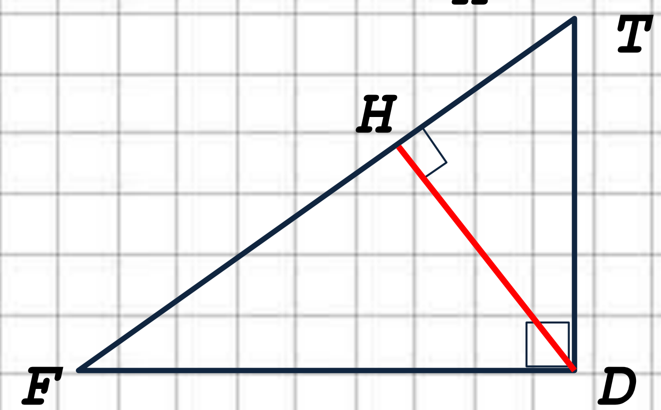
$KC \perp AB$ $\quad AM \perp BC$

$BH \perp AC$

КС; АМ и ВН – высоты треугольника АВС.

(·)Н; М и К – основания высот.

(·)О – точка пересечения высот треугольника.



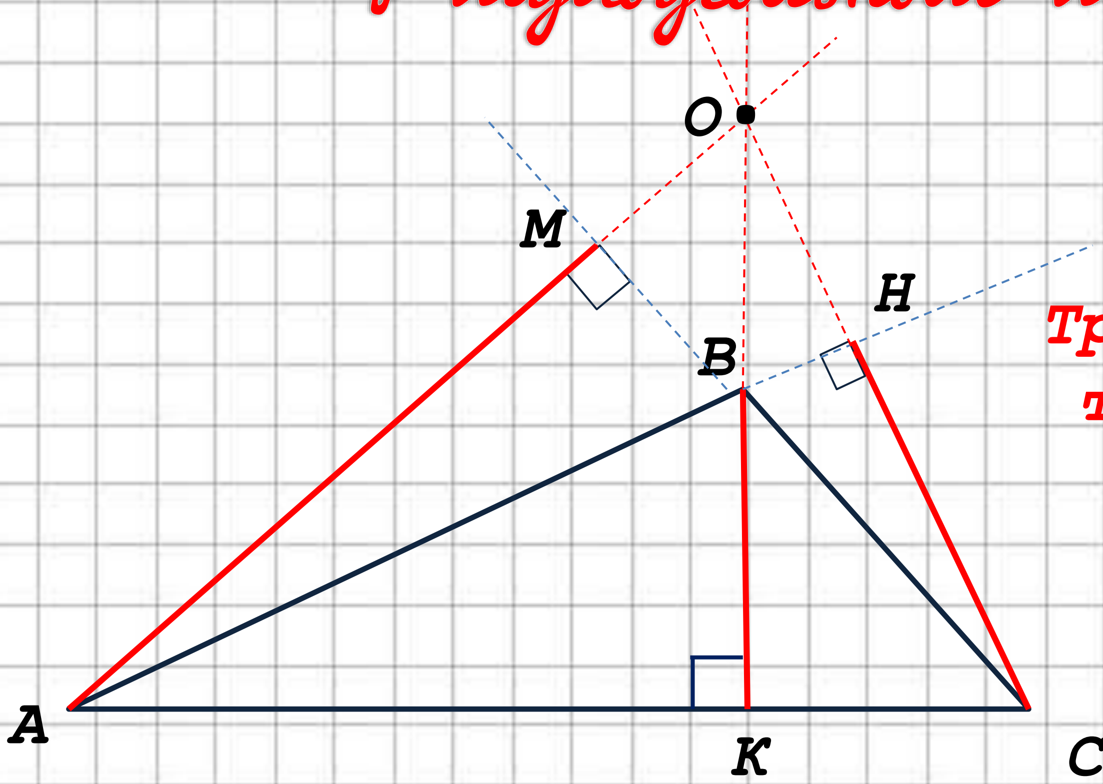

**Прямоугольный Δ FTD:**

$\angle D = 90^0$

FD; DT и DH –высоты треугольника АВС.

(·)D – точка пересечения высот треугольника.

# Пример построения высот в тупоугольном треугольнике




**Треугольник ABC тупоугольный:**

$$\angle B > 90^0$$

$BK \perp AC$ $AM \perp BC$ $HC \perp AB$

HC; AM и BK –высоты треугольника ABC.

(·)H; M и K – основания высот.

(·)O – точка пересечения высот треугольника.

–Нет, –сказала **медиана**,–
Спорить я не перестану.
И на это есть причина:
Я треугольника вершину
Соединяю с серединой стороны
К тому же я делю всю площадь пополам!

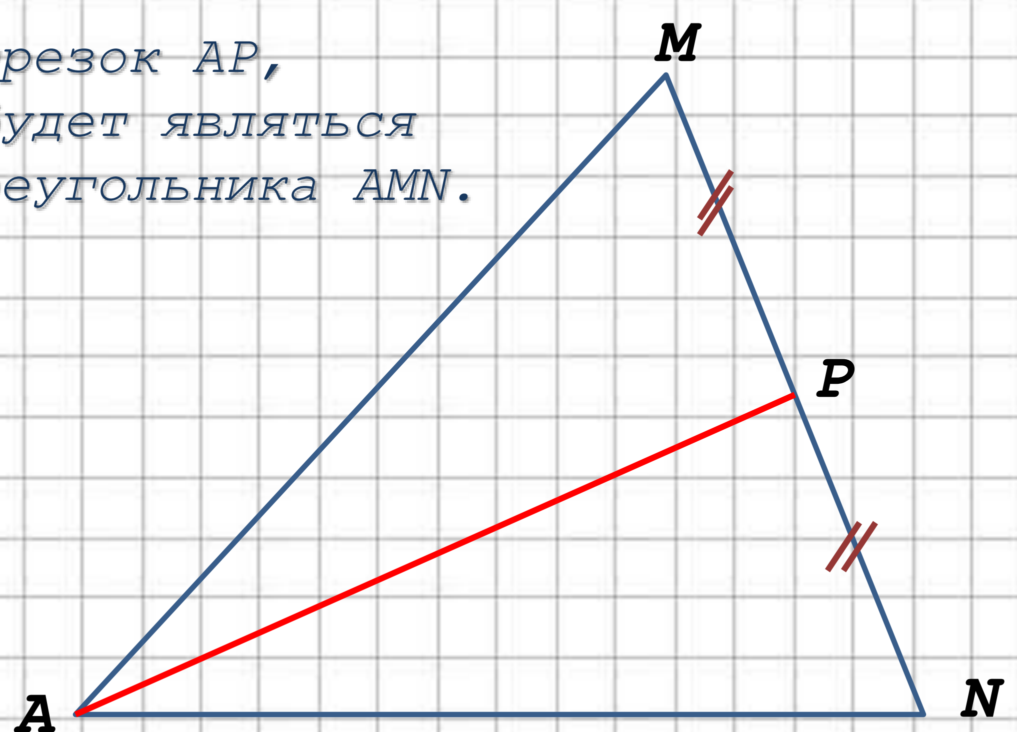
**Медианой** треугольника называют отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

Для построения медианы треугольника необходимо выполнить следующие построения:

1. Найти середину стороны;
2. Соединить точку, являющуюся серединой стороны треугольника, с противоположной вершиной треугольника – полученный отрезок - **медиана.**

# Построение медианы треугольника

1) Разделим сторону MN треугольника AMN на два равных отрезка. (·)P – середина стороны MN. MP = NP.
2) Проведем отрезок AP, который и будет являться медианой треугольника AMN.

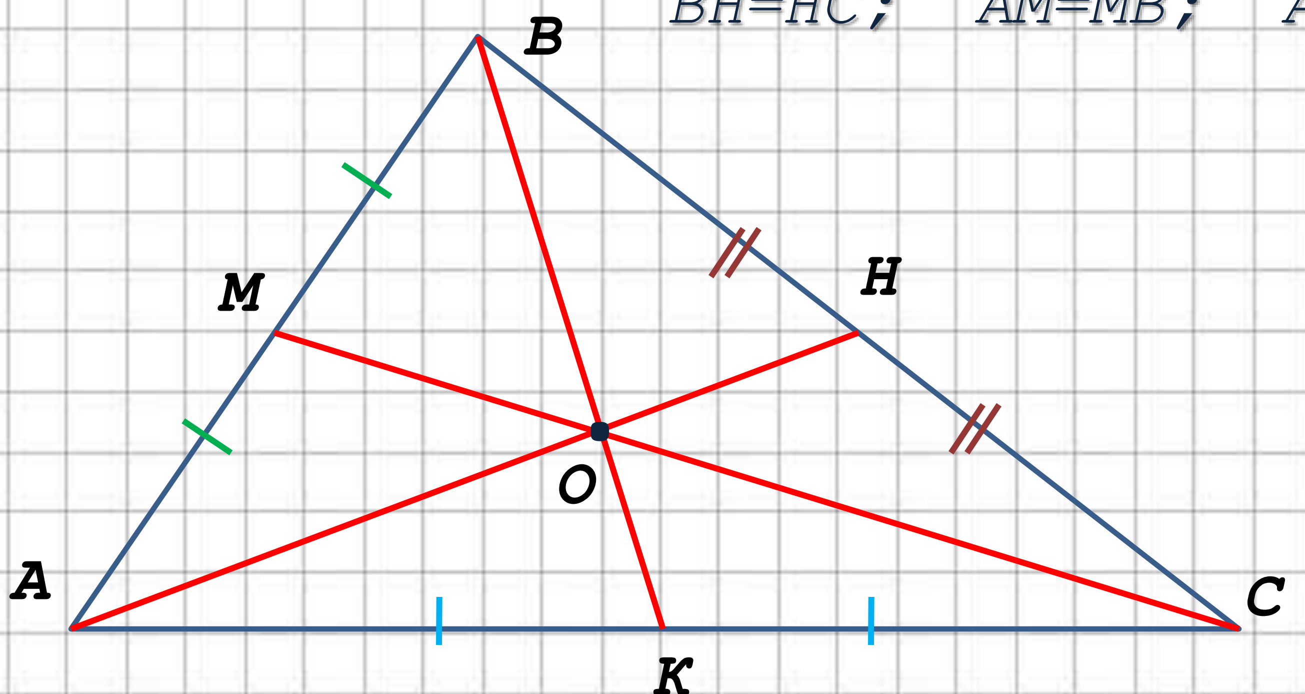


# Пример построения медиан в треугольнике

**Треугольник ABC:**

BK; AH и CM – медианы треугольника ABC.
(·)O – точка пересечения медиан треугольника.

BH=HC; AM=MB; AK=KC




В спор вступила биссектриса:
- Спорить не имеет смысла!
Если трое соберёмся,
в точке мы пересечемся.
Это точка не простая.
Середина золотая;
Если циркулем владеешь,
Окружность ты вписать сумеешь!
Значит, всех я вас главнее!

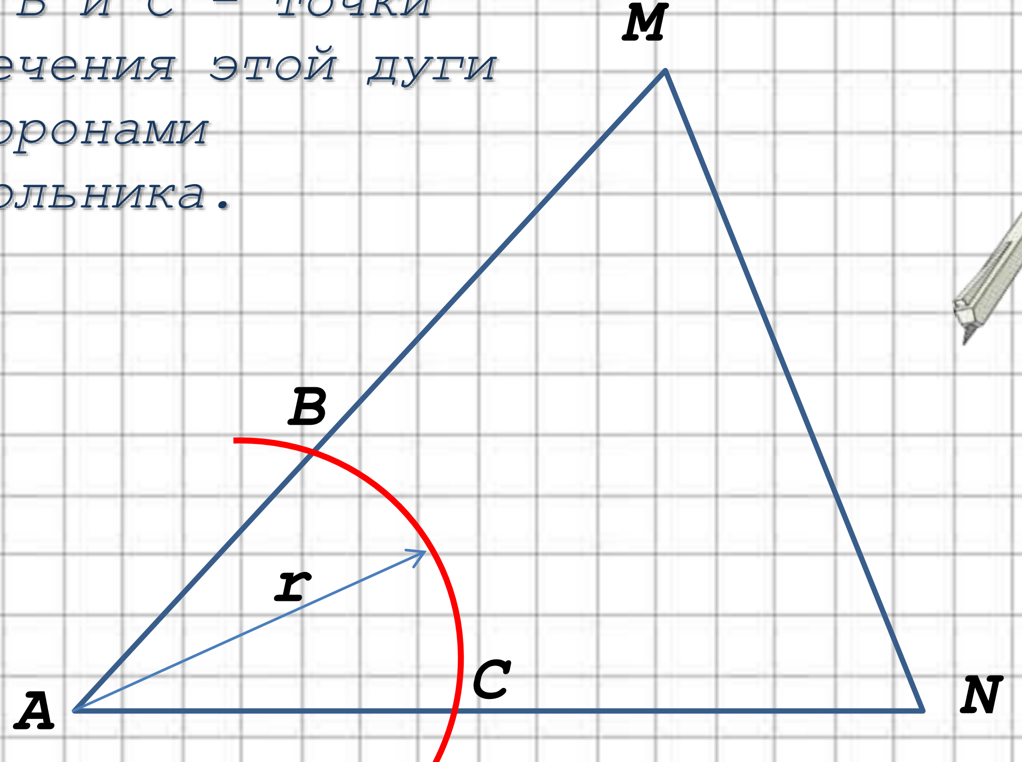
**Биссектрисой** треугольника называется отрезок биссектрисы угла, делящий угол при вершине на два равных угла.

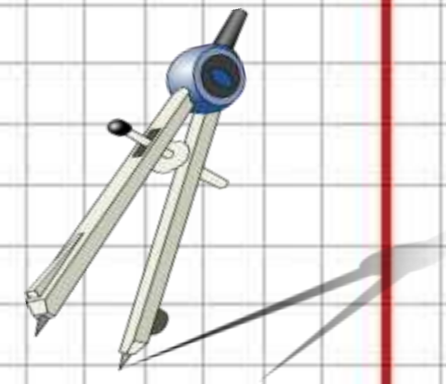
Для построения биссектрисы треугольника необходимо выполнить следующие построения:

1) Построить биссектрису какого-либо угла треугольника (Биссектриса угла – это луч, выходящий из вершины угла и делящий его на две равных угла).
2) Найти точку пересечения биссектрисы угла с противоположной стороной треугольника.
3) Соединить вершину треугольника с точкой пересечения на противоположной стороне отрезком – это и будет биссектриса.

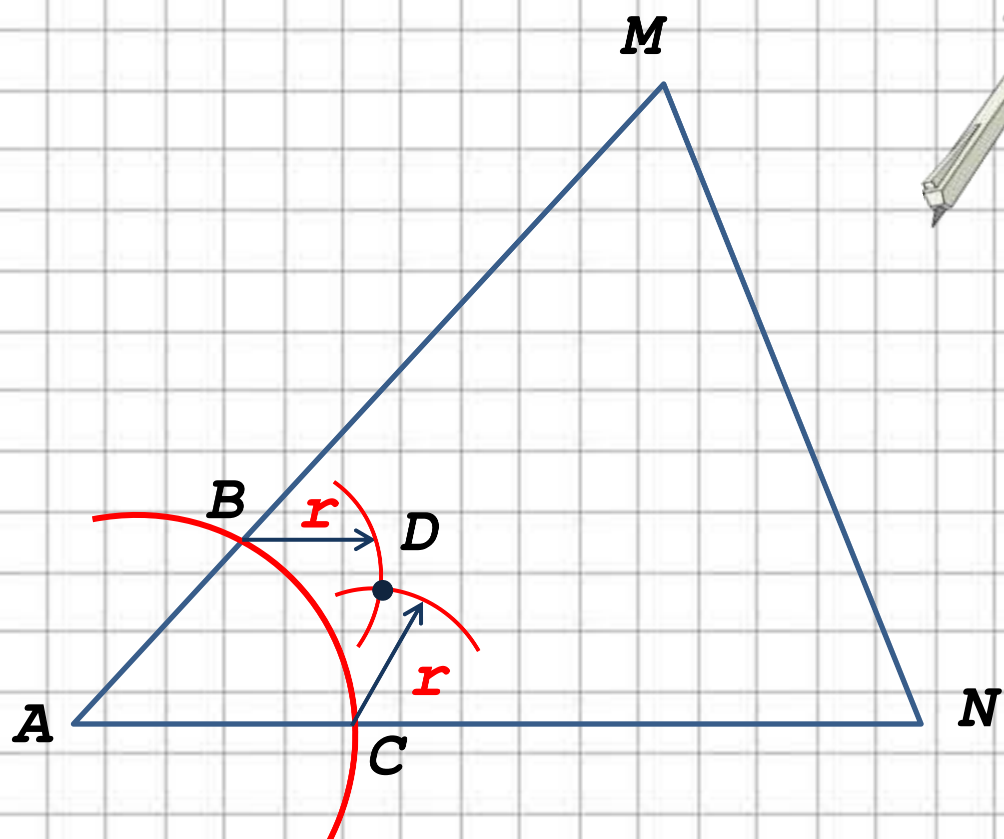
# Построение биссектрисы треугольника

1) Из вершины A данного треугольника, как из центра, описываем циркулем дугу произвольного радиуса r.
   Пусть B и C – точки пересечения этой дуги со сторонами треугольника.

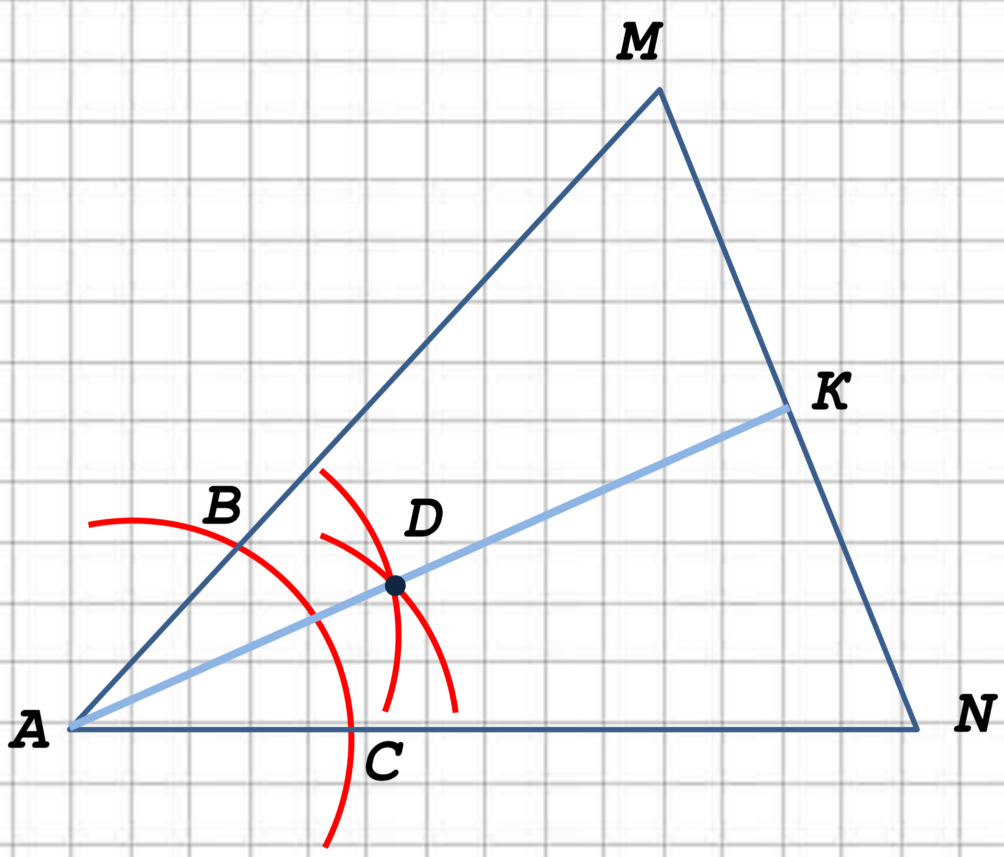


2) Из точек B и C проведем дуги одинакового радиуса **r** во внутренней области угла треугольника. Пусть точка D – точка их пересечения.



3) Проведем луч AD до пересечения с противоположной стороной треугольника. Отметим на стороне MN точку К – точку пересечения луча AD со стороной MN Отрезок АК – биссектриса угла А треугольника AMN.



# Пример построения биссектрис в треугольнике

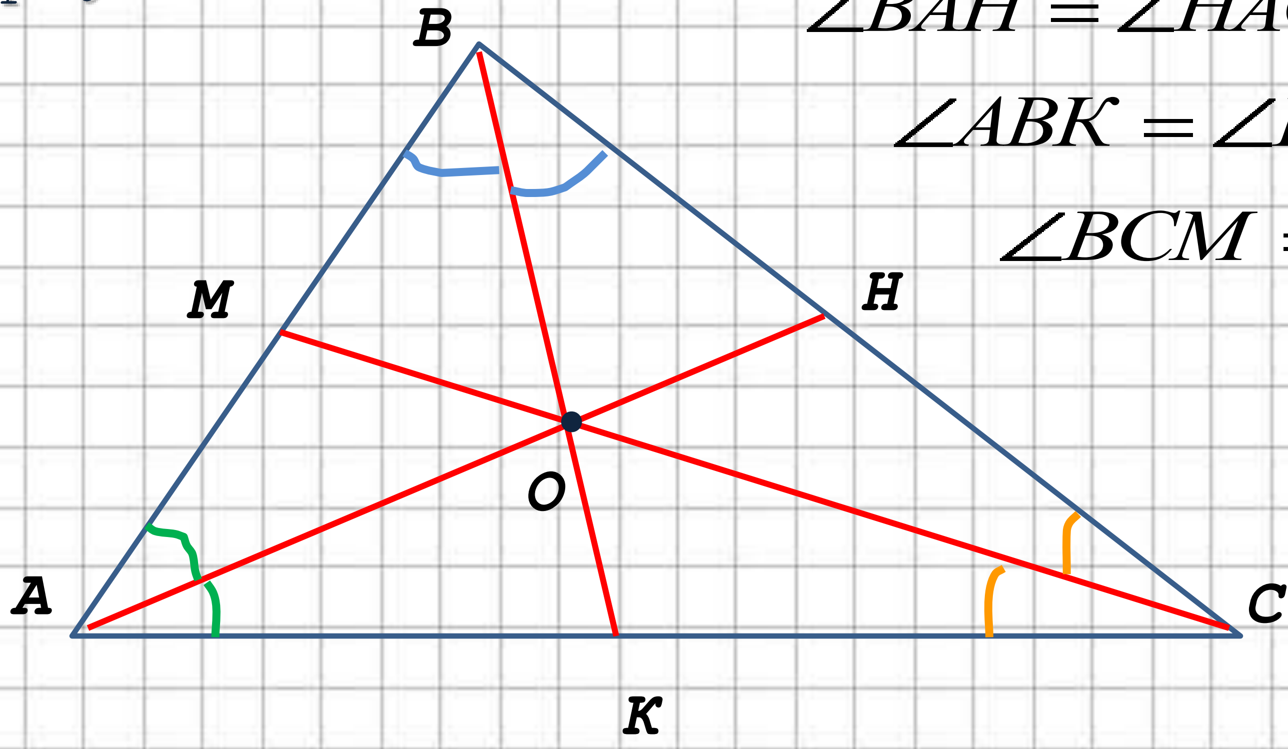
**Треугольник АВС:**

CM; BK и AH – биссектрисы треугольника ABC.
(·)O – точка пересечения биссектрис треугольника.

$$\angle BAH = \angle HAC$$

$$\angle ABK = \angle KBC$$

$$\angle BCM = \angle MCA$$

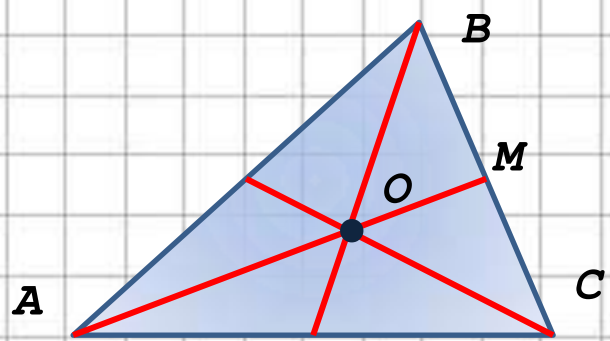


В спор вмешался треугольник:
-Что вы, знает каждый школьник, что для
меня вы все равны.
Будьте же всегда дружны!
Но вас предупреждаю я:
У каждой миссия своя!

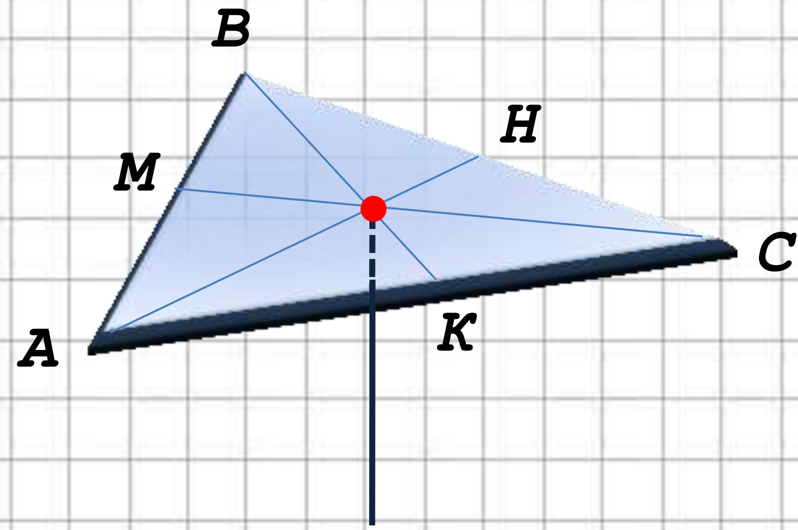
# Основное свойство медиан треугольника

В любом треугольнике медианы пересекаются в одной точке и делятся этой точкой в отношении 2:1, считая от вершины.

$$\frac{AO}{OM} = \frac{2}{1}$$



Точка пересечения медиан треугольника имеет физический смысл: она является его **центром масс**.

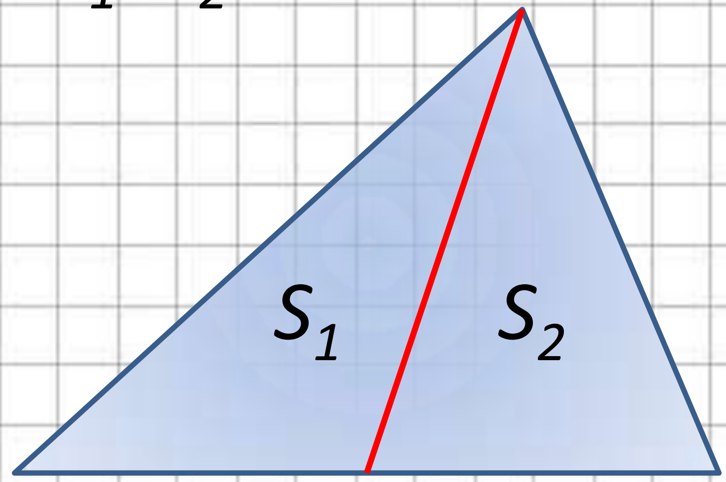



# Медианы и площади.

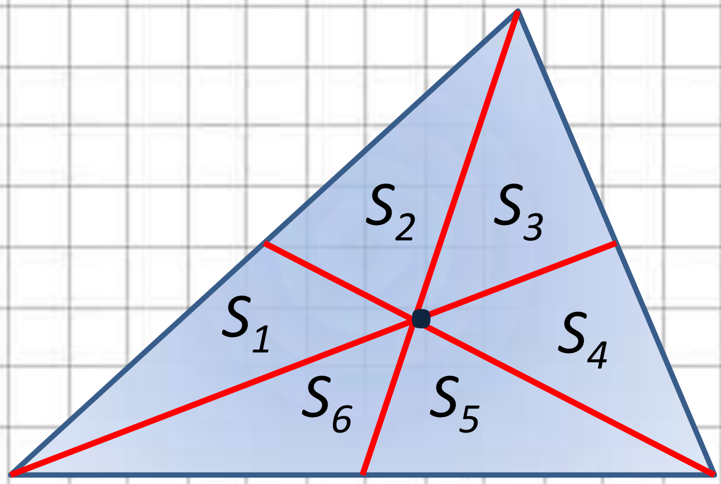
1.Медиана разбивает треугольник на два **равновеликих**, то есть имеющих **одинаковую площадь.**

2. Три медианы разбивают треугольник на шесть равновеликих.

$S_1=S_2$

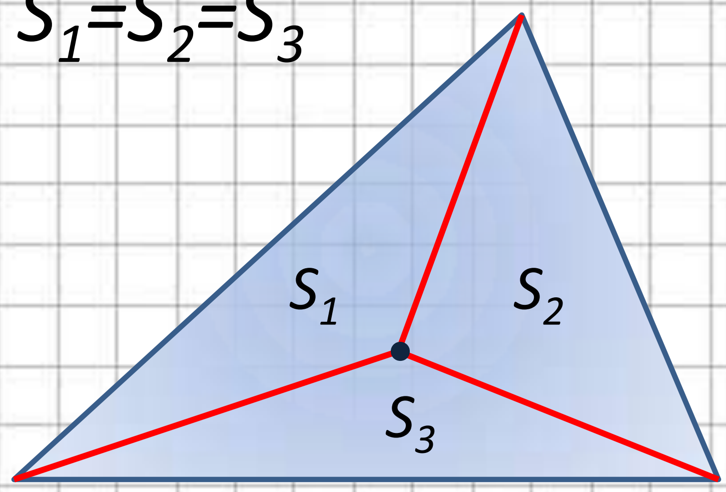



$S_1=S_2=S_3=S_4=S_5=S_6$



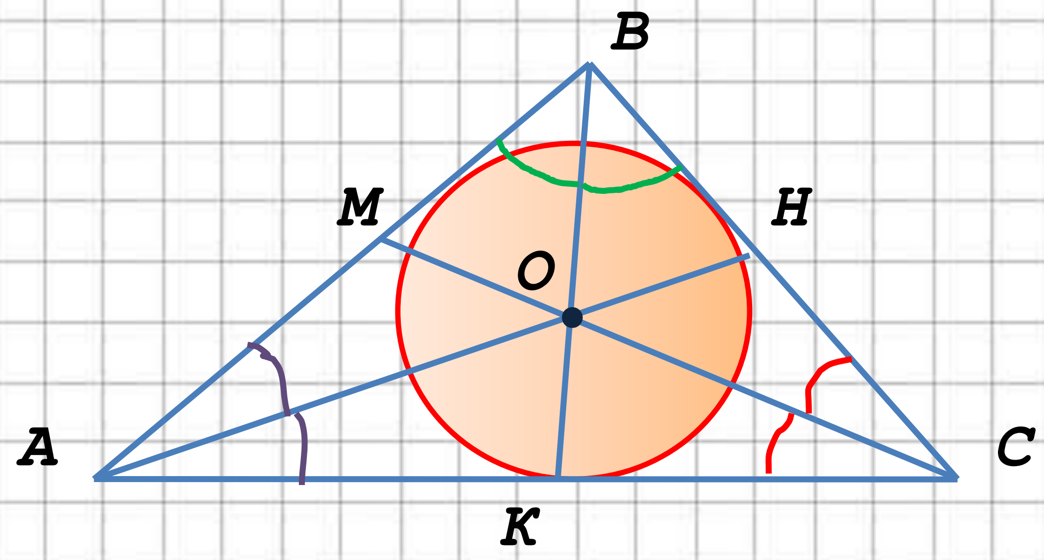
3. Отрезки, соединяющие точку пересечения медиан с вершинами треугольника, разбивают треугольник на три равновеликих треугольника.

$S_1=S_2=S_3$

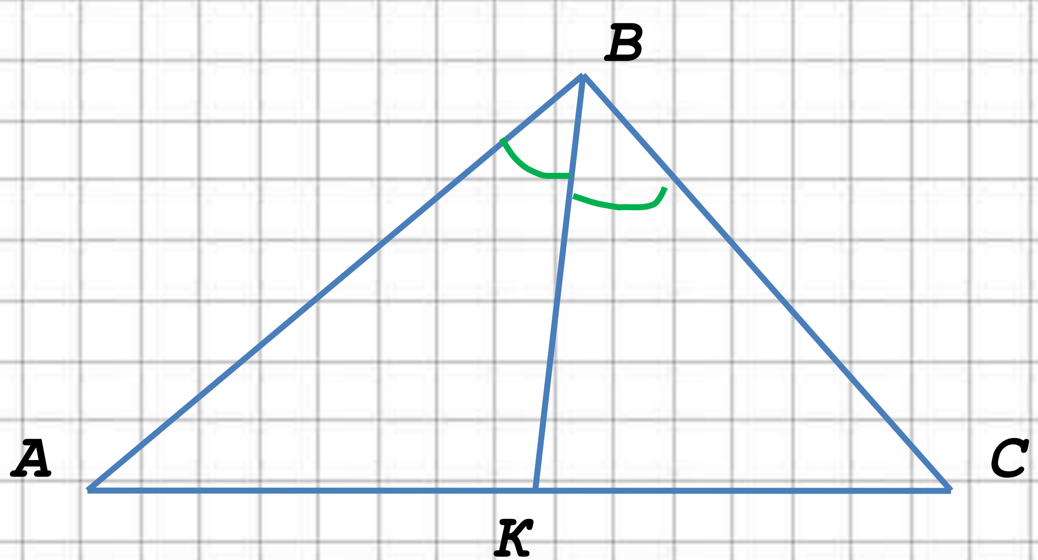


# Основное свойство биссектрис треугольника

1. Биссектрисы внутренних углов треугольника пересекаются в центре вписанной окружности.



2. Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противоположную сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам.




$$\frac{AK}{AB} = \frac{KC}{BC}$$

# Домашнее задание:

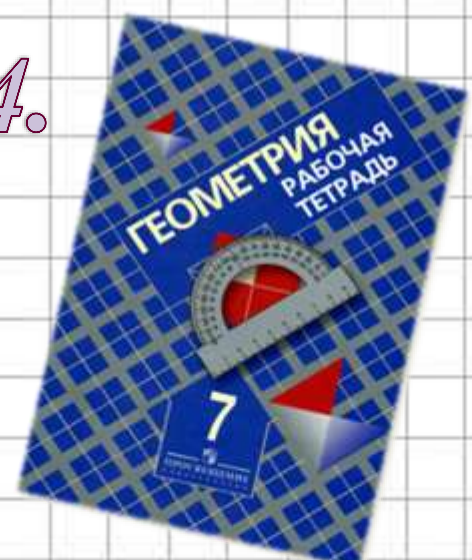
Учебник геометрии Атанасян Л.С.

§ 2 раздел 17 № 101; 102;103.

Дополнительно:

Рабочая тетрадь

№ 60; 63; 64.

Урок окончен.

До новой встречи!