Государственное бюджетное образовательное учреждение среднего профессионального образования

«Владимирский авиамеханический колледж»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ

по дисциплине

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Владимир

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемая методическая разработка предназначена для студентов специальности *230115* «*Программирование в компьютерных системах*», выполняющих лабораторные работы по дисциплине «Численные методы в программировании» в среде программирования Turbo Pascal 7.0.

Методические указания содержат задания для выполнения 9 лабораторных работ по 15 вариантов в каждой.

Целесообразно использование методических указаний на занятиях в качестве раздаточного материала и для самостоятельного изучения.

Разработка может быть рекомендована для проведения лабораторных работ по родственным дисциплинам и специальностям.

Требования к выполнению лабораторных работ

Содержание лабораторной работы

1) Получить задание согласно номеру варианта.
2) Составить математическую модель решения задачи.
3) Составить алгоритм решения задачи в виде блок-схемы.
4) Составить текст программы.
5) Создать исходный файл в интегрированной среде программирования Turbo Pascal 7.0.
6) Выполнить и отладить программу.
7) Получить листинг программы.
8) Составить отчет.
9) Ответить на контрольные вопросы.

Содержание отчета

1) Тема, цель.
2) Текст задания.
3) Математическая модель решения задачи.
4) Блок-схема программы.
5) Текст программы.
6) Результат работы программы.

Лабораторная работа № 1

Элементарная теория погрешностей

Цель работы:

Научится работать с приближёнными числами, вычислять алгебраические выражения и оценивать их точность.

Оборудование, материалы:

1. Методические указания по выполнению работы

Задание:

Пусть a, b, y – приближённые числа с верными в строгом смысле значащими цифрами, x - точное число. Вычислите

$$z = \frac{ab - e^x}{\sin y}$$

и оцените погрешность результата. Для вычисления значений функций e^x и $\sin y$ используйте математические таблицы, либо микрокалькулятор, либо компьютер.

Данные по вариантам:

Вариант	a	b	x	y
1	2,03	-1,680	0,960	0,503
2	0,971	3,27	0,035	-1,061
3	1,510	-1,85	1,115	0,234
4	-0,193	-5,98	2,06	2,160
5	3,112	0,786	1,736	-2,542
6	-1,745	1,080	0,745	-2,541
7	10,7	0,0837	0,501	-1,43
8	3,07	-1,248	1,63	0,966
9	-0,812	2,19	0,602	0,366
10	2,410	-0793	2,029	1,96
Вариант	a	b	x	y
11	8,345	0,16	0,977	-2,222

12	-1,050	2,48	1,319	0,840
13	0,189	-9,975	1,09	1,05
14	-14,1	0,782	0,543	0,641
15	3,56	1,086	2,22	-2,396

Порядок выполнения работы:

Результаты расчётов расположите в таблицах:

a		b		x		y	
Δ_a		Δ_b		Δ_x		Δ_y	
δ_a		δ_b		δ_x		δ_y	

z_1		z_2		z_3		z_4		z	
$\Delta(z_1)$		$\Delta(z_2)$		$\Delta(z_3)$		$\Delta(z_4)$		$\Delta(z)$	
$\delta(z_1)$		$\delta(z_2)$		$\delta(z_3)$		$\delta(z_4)$		$\delta(z)$	

где $z_1 = ab, \quad z_2 = e^x, \quad z_3 = z_1 - z_2, \quad z = z_3 / z_4$.

1. Заполните первую таблицу, определив абсолютные погрешности исходных данных по известным верным значащим цифрам.
2. Оцените погрешности $z_1 = ab$, взяв для этого две-три значащие цифры произведения. Затем найдите верные значащие цифры z_1 и запишите ответ с одной сомнительной цифрой.
3. Вычислите $z_2 = e^x$ и округлите его при необходимости так, чтобы погрешность округления не оказала существенного влияния на точность дальнейших расчётов. Продолжите таким же образом.

Контрольные вопросы:

1. Абсолютная и относительная погрешности приближённых чисел и правило их записи.
2. Верные значащие цифры приближённых чисел.
3. Нахождение абсолютной погрешности по верным цифрам.
4. Правило округления чисел.
5. Правило записи приближённых чисел.
6. Оценка влияния погрешностей аргументов на значение функции.
7. Оценка погрешностей арифметических действий.

Лабораторная работа №2

Метод половинного деления

Цель работы:

Научиться численно находить корни произвольных алгебраических уравнений с заданной точностью, применяя метод половинного деления.

Оборудование, материалы:

1. ПЭВМ, инструментальная среда программирования Turbo Pascal 7.0
2. Методические указания по выполнению работы

Задание:

Отделите корни данного уравнения и уточните их методом половинного деления с точностью $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$.

Уравнения по вариантам:

Вариант	Уравнение
1	$x^2 + e^x = 2$
2	$x^2 + \cos(2 + x) = 1$
3	$3\sin(x + 0{,}7) - 0{,}5x = 0$
4	$x\ln(x+1) = 1$
5	$\cos x - (x-1)^2 = 0$
6	$\ln(x+1) - (x-2)^2 = 0$
7	$5\sin x = x$
8	$2\ln x - 0{,}5x + 1 = 0$
9	$(x-2)\ln x = 1$
10	$x\ln(x+2) = 2$
11	$\sin(x - 0{,}5) - 2x + 0{,}5 = 0$
12	$x^3 - 0{,}5 - \sin x = 0$

Вариант	Уравнение
13	$\cos(x+0{,}3)=x^2$
14	$\sin(x+1)=0{,}2x$
15	$x^2-3\sin x=0$

Порядок выполнения работы:

1. Отделите графически все корни уравнения $f(x)=0$ так, чтобы на отрезках изоляции корней функция f удовлетворяла условиям метода половинного деления.
2. Выполните один шаг метода для одного из корней вручную и проверьте условие окончания вычислений.
3. Составьте программу уточнения корня с точностью до ε, выводящую результаты в таблицу:

n	a_n	b_n	E_n
…	…	…	…

где a_n, b_n - концы вложенных отрезков, E_n - их длины.

4. Найдите все приближённые корни уравнения и выпишите их с верными значащими цифрами.

Контрольные вопросы:

1. Этапы приближённого решения уравнений с одним неизвестным.
2. Отделение корней. Графическое отделение корней.
3. Условия применения метода половинного деления.
4. Алгоритм метода половинного деления.
5. Условие окончания процесса деления при заданной допустимой погрешности.

Лабораторная работа №3

Комбинированный метод хорд и секущих

Цель работы:

Научиться численно находить корни произвольных алгебраических уравнений с заданной точностью, применяя комбинированный метод хорд и касательных.

Оборудование, материалы:

1. ПЭВМ, инструментальная среда программирования Turbo Pascal 7.0
2. Методические указания по выполнению работы

Задание:

Отделите аналитически один из корней данного уравнения и определите его с точностью до $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$ комбинированным методом хорд и касательных.

Уравнения по вариантам:

Вариант	Уравнение
1	$2x^3 - 3x^2 - 12x - 5 = 0$
2	$x^3 + 3x^2 - 24x - 10 = 0$
3	$x^3 - 3x^2 + 3 = 0$
4	$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$
5	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 12 = 0$
6	$x^3 + 3x^2 - 1 = 0$
7	$x^3 - 3x^2 - 24x - 3 = 0$
8	$x^3 - 12x + 6 = 0$
9	$x^3 - 3x^2 + 2{,}5 = 0$
10	$2x^3 + 9x^2 - 21 = 0$
11	$x^3 + 3x^2 - 3{,}5 = 0$
12	$x^3 - 4x^2 + 2 = 0$

Вариант	Уравнение
13	$x^3+3x^2-24x+1=0$
14	$2x^3-3x^2-12x+8=0$
15	$2x^3+9x^2-6=0$

Порядок выполнения работы:

1. Отделите корни уравнения аналитически и выберите один из отрезков изоляции, на котором выполняются условия применимости метода.
2. Возьмите соответствующие начальные приближения и найдите вручную первые приближения. Проверьте условие окончания процесса вычислений.
3. Составьте программу уточнения корня с точностью до ε, которая выводила бы результаты в таблицу

n	x_n	y_n	E_n
…	…	…	…

где x_n и y_n – приближения к корню, найденные методами хорд и касательных соответственно, E_n – расстояния между ними.

4. Найдите приближённый корень и выпишите его с верными значащими цифрами.

Контрольные вопросы:

1. Отделение корней уравнения аналитическим способом.
2. Условия, при которых для уточнения корней применяются методы хорд и касательных.
3. Правила выбора начальных приближений для методов хорд и касательных.
4. Условие окончания процесса вычислений при заданной допустимой погрешности.

Лабораторная работа №4

Уточнение корней уравнений методом простой итерации

Цель работы:

Научиться численно находить корни алгебраических уравнений с заданной точностью, применяя метод простой итерации.

Оборудование, материалы:

1. ПЭВМ, инструментальная среда программирования Turbo Pascal 7.0
2. Методические указания по выполнению работы

Задание:

Отделите графически один из корней данного уравнения и определите его с точностью до $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$ методом простой итерации.

Уравнения по вариантам:

Вариант	Уравнение
1	$x - 5\sin x - 1 = 0$
2	$3x + \cos x + 1 = 0$
3	$\ln x + 2x = 0$
4	$2 - x - \ln x = 0$
5	$4\sin x + 2x = 0$
6	$\sin x - 0{,}2x + 0{,}5 = 0$
7	$2x + \ln x + 0{,}5 = 0$
8	$x - 2\ln x = 2$
9	$x + 2 - e^x = 0$
10	$0{,}25x + \cos x = 0$
11	$2\cos x = 1 - x$
12	$\ln(x+3) - x = 0$

Вариант	Уравнение
13	$x = (x+1)^3$
14	$x + \ln(1+x) = 2$
15	$x^3 - 2x + 2 = 0$

Порядок выполнения работы:

1. Найдите графически отрезок $[a;b]$ небольшой длины h, изолирующий один из корней, и проверьте результат аналитически.
2. Приведите исходное уравнение к виду $x = g(x)$, пригодному для метода простой итерации на отрезке $[c;d] = [a-h;b+h]$.
3. Вычислите вручную x_1, определите его абсолютную погрешность и проверьте условие окончания итерационного процесса.
4. Напишите программу вычисления приближений до достижения требуемой точности ε с выводом результатов в таблицу

n	x_n	E_n
…	…	…

где E_n – абсолютная погрешность приближения x_n.

5. Найдите приближённый корень и выпишите его с верными значащими цифрами.

Контрольные вопросы:

1. Методы отделения корней уравнения.
2. Алгоритм построения итерационной последовательности, порождаемой уравнением $x = g(x)$.
3. Достаточное условие сходимости итерационной последовательности.
4. Оценка погрешности n-ого приближения к корню.

5. Условие окончания итерационного процесса при заданной допустимой погрешности.
6. Способы приведения уравнения $f(x)=0$ к равносильному уравнению $x=g(x)$ с требуемыми для метода свойствами.

Лабораторная работа №5

Метод простой итерации приближённого решения систем линейных алгебраических уравнений

Цель работы:

Научиться находить приближённое решение систем линейных алгебраических уравнений с точными коэффициентами.

Оборудование, материалы:

1. ПЭВМ, инструментальная среда программирования Turbo Pascal 7.0
2. Методические указания по выполнению работы

Задание:

Дана система уравнений, коэффициенты при неизвестных и свободные члены которой являются точными числами. Найдите её приближённое решение с точностью до $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$

Система уравнений по вариантам:

Исходная система:

$$\begin{cases} Mx_1 - 0{,}04x_2 + 0{,}21x_3 - 18x_4 = -1{,}24, \\ 0{,}25x_1 - 1{,}23x_2 + Nx_3 - 0{,}09x_4 = P, \\ -0{,}21x_1 + Nx_2 + 0{,}80x_3 - 0{,}13x_4 = 2{,}56, \\ 0{,}15x_1 - 0{,}31x_2 + 0{,}06x_3 + Px_4 = M. \end{cases}$$

Вариант	M	N	P
1	-0,77	0,16	1,12
2	0,93	0,07	-0,84
3	-1,14	-0,17	0,95
4	1,08	0,22	-1,16
5	0,87	-0,19	1,08

Вариант	M	N	P
6	-1,21	0,20	0,88
7	1,09	-0,16	0,84
8	0,89	0,08	-1,21
9	-1,13	0,14	0,87
10	0,91	-0,23	-1,04
11	-0,88	0,10	0,91
12	1,25	-0,14	-1,09
13	0,79	0,18	-0,86
14	-1,19	-0,21	1,21
15	0,89	0,12	-1,15

Порядок выполнения работы:

1. Преобразуйте систему к приведённому виду с выполнением условия сходимости итерационной последовательности.
2. Взяв в качестве начального приближения вектор свободных членов приведённой системы, найдите вручную первое приближение, затем определите его абсолютную погрешность и проверьте условие окончания итерационного процесса.
3. Составьте программу вычисления приближений до достижения требуемой точности с выводом результатов в таблицу

k	x_1	x_2	x_3	x_4	E_k
…	…	…	…	…	…

где x_1, x_2, x_3, x_4 – координаты векторов-приближений, E_k – абсолютные погрешности этих векторов.

4. Найдите приближённое решение системы и выпишите его координаты с верными значащими цифрами

Контрольные вопросы:

1. Способы определения расстояния в пространстве $\mathfrak{R}^n$.
2. Абсолютная погрешность числового вектора и его координат.
3. Сходимость последовательности векторов в $\mathfrak{R}^n$.
4. Приведённая система уравнений, способы преобразования системы к приведённому виду.
5. Построение итерационной последовательности.
6. Достаточное условие сходимости итерационной последовательности.
7. Оценка погрешности приближённого решения.
8. Условие окончания итерационного процесса при нахождении решения с заданной точностью.

Лабораторная работа №6

Интерполирование математических таблиц

Цель работы:

Научиться по исходным конечным данным проводить их интерполяцию различными численными методами.

Оборудование, материалы:

1. ПЭВМ, инструментальная среда программирования Turbo Pascal 7.0
2. Методические указания по выполнению работы

Задание:

Дана таблица значений функции $f: f(x) = e^x - \sin x$ с верными цифрами:

x	*f(x)*
0	1
0,1	1,0053
0,2	1,0227
0,3	1,0543
0,4	1,1024
0,5	1,1693
0,6	1,2547
0,7	1,3695
0,8	1,5082
0,9	1,6763
1,0	1,8768
1,1	2,1130
1,2	2,3881
1,3	2,7057
1,4	3,0696

x	*f(x)*
1,5	3,4842
1,6	3,9536
1,7	4,4823
1,8	5,0758
1,9	5,7396

1. Вычислите приближённое значение *f(a)* с помощью первого интерполяционного многочлена Ньютона второй степени, определите его абсолютную погрешность и верные значащие цифры.
2. Линейным интерполированием найдите значение функции *f* для аргументов *a*, *b* и определите их верные значащие цифры с помощью таблицы конечных разностей.
3. Вычислите значения обратной для *f* функции φ для аргументов *c*, *d* по формуле обратного интерполирования и запишите ответы с двумя цифрами после десятичной запятой.

Все исходные данные *a*, *b*, *c*, *d* считаются точными числами.

Данные по вариантам:

Вариант	*a*	*b*	*c*	*d*
1	0,38	0,35	1,0059	2,3770
2	1,02	1,07	2,6456	1,9245
3	1,15	1,18	2,8775	1,2236
4	1,22	1,24	1,0023	1,3240
5	1,36	1,31	1,1232	1,1601
6	0,59	0,54	1,5222	2,2557
7	0,63	0,68	1,7092	3,3587
8	0,71	0,75	2,0988	1,0460
9	0,85	0,83	1,1847	2,9650
10	0,96	0,92	1,2775	1,0049

Вариант	*a*	*b*	*c*	*d*
11	0,12	0,18	1,4892	1,3764
12	0,23	0,26	2,1232	1,6058
13	1,58	1,55	3,2323	1,8334
14	0,44	0,47	1,0323	2,4590
15	0,06	0,02	1,0974	1,0608

Порядок выполнения работы указан в задании

Контрольные вопросы:

1. Табличная функция.
2. Задача интерполирования табличной функции.
3. Теорема о единственности задачи полиномиального интерполирования.
4. Конечные разности таблиц.
5. Первый и второй интерполяционные многочлены Ньютона. Оценка погрешностей интерполяционных формул Ньютона.
6. Формула линейного интерполирования и способы оценки её погрешности.
7. Обратное линейное интерполирование.

Лабораторная работа №7

Квадратичное приближение табличных функций по методу наименьших квадратов

Цель работы:

Научиться использовать метод наименьших квадратов для интерполирования приближённых табличных функций.

Оборудование, материалы:

1. ПЭВМ, инструментальная среда программирования Turbo Pascal 7.0
2. Методические указания по выполнению работы

По данной таблице найдите многочлен второй степени $P_2(x)$, являющийся наилучшим приближением к соответствующей табличной функции по методу наименьших квадратов. Начертите графики таблицы и найденного многочлена. Найдите все уклонения от табличных значений и среднеквадратичное уклонение.

Таблицы по вариантам:

Вариант	Таблица						
1	*x*	0,10	0,30	0,40	0,60	0,70	0,80
	y	0,25	0,50	0,65	0,55	0,42	0,30
2	*x*	-2,00	-1,80	-1,70	-1,60	-1,40	-1,30
	y	5,10	4,00	3,20	3,90	4,80	6,10
3	*x*	*1,30*	*1,40*	*1,60*	*1,70*	*2,00*	*2,10*
	y	2,40	1,80	1,20	1,40	2,30	2,90
4	*x*	0,40	0,70	0,90	1,10	1,40	1,60
	y	0,15	0,83	1,65	1,52	0,90	0,31
5	*x*	2,00	2,50	2,70	2,90	3,20	3,40
	y	-0,11	-0,81	-1,05	-0,90	-0,23	-0,05
6	*x*	-0,50	-0,30	-0,20	0,10	0,40	0,80
	y	2,30	1,20	1,05	0,90	1,20	2,10

Вариант	Таблица						
7	*x*	1,10	2,00	2,50	2,90	3,50	4,00
	y	0,32	0,05	-0,10	-0,12	0,12	0,27
8	*x*	0,30	0,50	0,80	0,90	1,20	1,40
	y	1,10	0,60	0,40	0,38	0,65	0,90
9	*x*	-0,40	-0,10	0,10	0,20	0,50	0,70
	y	1,30	3,50	4,10	3,90	2,80	1,10
10	*x*	-0,90	-0,80	-0,50	-0,40	-0,20	-0,10
	y	0,15	0,61	1,20	1,10	0,70	0,22
11	*x*	-1,00	-0,80	-0,70	-0,40	-0,30	-0,20
	y	1,40	0,90	0,65	0,51	0,78	1,30
12	*x*	0,20	0,30	0,50	0,70	0,90	1,20
	y	-2,10	-0,50	1,15	1,30	-0,60	-2,70
13	*x*	2,20	2,50	2,60	2,80	3,10	3,20
	y	1,70	0,80	0,52	0,30	0,91	1,50
14	*x*	-0,30	-0,10	0,20	0,30	0,70	0,90
	y	-2,10	1,30	3,00	2,40	-2,30	-8,00
15	*x*	1,20	1,40	1,50	1,60	1,80	2,10
	y	0,90	3,30	4,10	3,90	2,80	1,10

Порядок выполнения работы:

1. На координатной плоскости постройте точки таблицы и убедитесь, что они располагаются вблизи некоторой параболы.
2. Напишите в общем виде систему уравнений для определения коэффициентов многочлена $P_2(x)$ и выражения для коэффициентов системы.
3. Составьте программу вычисления коэффициентов и решения по правилу Крамера.
4. Найдите $P_2(x)$ (округлив коэффициенты до двух цифр в дробной части) и постройте её график на той же координатной плоскости, где отмечены точки таблицы.

5. Найдите все уклонения и среднеквадратичное уклонение многочлена $P_2(x)$ от табличной функции.

Контрольные вопросы:

1. Задача аналитического приближения табличных функций.
2. Задача приближения по методу наименьших квадратов.
3. Алгоритм построения наилучшего многочлена по данному методу.
4. Уклонения, среднеквадратичное уклонение.

Лабораторная работа №8

Приближённое вычисление определённых интегралов

Цель работы:

Научиться вычислять приближённое значение определённых интегралов с непрерывной подынтегральной функцией и оценивать погрешность приближения.

Оборудование, материалы:

1. ПЭВМ, инструментальная среда программирования Turbo Pascal 7.0
2. Методические указания по выполнению работы

Задание:

1. Вычислите данный интеграл вручную по формуле трапеций с точностью до $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$.
2. Вычислите данный интеграл по формуле Симпсона с точностью до $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$.
3. Вычислите интеграл по формуле прямоугольников с точностью до $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$.
4. Сравните полученные разными способами результаты по их точности.
5. Составьте программу для вычисления интеграла методами прямоугольников, трапеций, Симпсона.

Интегралы по вариантам:

Вариант	Интеграл
1	$\int_0^{\pi/2} \cos(1-2x)dx$
2	$\int_0^{1,5} \cos x dx$
3	$\int_0^{2} e^{2x} dx$

Вариант	Интеграл
4	$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos 3x dx$
5	$\int_{0}^{\pi/2} \sin 2x dx$
6	$\int_{-1}^{1} (x - e^{2x}) dx$
7	$\int_{0}^{2} \sqrt{1+x} dx$
8	$\int_{-1}^{1} (3x + \cos x) dx$
9	$\int_{-1}^{2} e^{x/2} dx$
10	$\int_{0}^{2} \sin(1+x) dx$
11	$\int_{0}^{1,5} (1 + x + x^4) dx$
12	$\int_{0}^{3} e^{-3x} dx$
13	$\int_{0}^{2} \ln(2x+3) dx$
14	$\int_{1}^{3} \sqrt{x-1} dx$
15	$\int_{0}^{\pi} (\sin x + x^2) dx$

Порядок выполнения работы указан в задании. При вычислениях по формуле Симпсона сначала надо определить число *n*, при котором формула обеспечивает точность ε, затем составить программу реализации формулы и с её помощью найти

$J_n^{(C)}$. Для того чтобы не учитывать вычислительные погрешности, шаг разбиения и значения функций следует брать с двумя запасными цифрами.

Контрольные вопросы:

1. Численный метод приближённого вычисления определённых интегралов.
2. Формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона.
3. Строгая оценка погрешностей этих формул.
4. Оценка погрешностей методом двойного пересчёта.
5. Определение шага разбиения отрезка интегрирования, при котором квадратурная формула обеспечивает заданную точность.
6. Вопросы оценки точности приближённого интеграла с учетом вычислительных погрешностей.

Лабораторная работа №9

Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера-Коши

Цель работы:

Научится находить приближённое решение дифференциальных уравнений первого порядка с использованием метода Эйлера-Коши и оценивать погрешность численного решения.

Оборудование, материалы:

1. ПЭВМ, инструментальная среда программирования Turbo Pascal 7.0
2. Методические указания по выполнению работы

Задание:

Используя метод Эйлера-Коши, найдите численное решение дифференциального уравнения на отрезке $[a;b]$ с шагом *h*=0,1, удовлетворяющее начальному условию $y(x_0) = y_0$ (в таблицу проставлять улучшенные значения y_i^*, найденные двукратными вычислениями с шагом *h*/2=0,05). Оцените погрешности чисел y_i^* методом двойного пересчёта и определите верные значащие цифры этих чисел. Начертите ломаную Эйлера.

Уравнения по вариантам:

Вариант	Уравнение	x_0	y_0	$[a;b]$
1	$y' = x + y$	0	0,8	[0;1]
2	$y' = x + \cos y$	1,8	2	[1,8;2,8]
3	$y' = e^x + y$	0	1,2	[0;1]
4	$y' = \sin x + xy$	0	2	[0;1]
5	$y' = x + 3\sin(y/3$	1,6	2	[1,6;2,6]

Вариант	Уравнение	x_0	y_0	$[a;b]$
6	$y' = e^{x+y}$	0	-1	[0;1]
7	$y' = xy + e^x$	-1	0,5	[-1;0]
8	$y' = x + y^2$	-2	0	[-2;-1]
9	$y' = \sin(x - y)$	1	3	[1;2]
10	$y' = \cos(x + y)$	2	0	[2;3]
11	$y' = \cos x + y$	2	0	[2;3]
12	$y' = x^2 + y$	1	0	[1;2]
13	$y' = x + e^y$	1	-1	[1;2]
14	$y' = x + \sin y$	1,5	3	[1,5;2,5]
15	$y' = x^2 + y^2$	0	0	[0;1]

Порядок выполнения работы:

1. Убедитесь в существовании и единственности решения поставленной задачи Коши.
2. Вычислите вручную y_1^* и оцените его погрешность.
3. Составьте программу вывода таблицы

x_i	y_i^*	y_i	E_i
…	…	…	…

где y_i – приближение к значению точного решения в точке x_i, найденное однократным вычислением по методу Эйлера-Коши (с шагом h=0,1), E_i – оценка погрешности значения y_i^*.

4. Получите искомое численное решение, выписывая табличные значения с верными значащими цифрами.
5. Постройте соответствующую ломаную Эйлера.

Контрольные вопросы:

1. Общее и частное решения обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка. Интегральные кривые.
2. Задача Коши. Теорема Пикара.
3. Геометрический смысл правой части дифференциального уравнения, разрешённого относительно производной.
4. Понятие численного решения. Ломаная Эйлера.
5. Метод Эйлера-Коши, его геометрический смысл.
6. Оценка погрешности численного решения методом двойного пересчёта.

Литература

1. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1973.
2. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. М.: Физматгиз, 1966.
3. Волков Е.А. Численные методы. М.: Наука, 1982.
4. Воробьева Г.Н., Данилова А.Н. Практикум по численным методам. М.: Высшая школа, 1979.
5. Данилина Н.И. Численные методы для техникумов. М., «Высш. школа», 1976.
6. Демидович Б.П., Марон П.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1970.
7. Демидович Б.П. и др. Численные методы анализа. М.: Наука, 1967.
8. Заварыкин В.М. и др. Численные методы. М.: Просвещение, 1990.
9. Иванова Т.П., Пухова Г.В. Программирование и вычислительная математика. М.: Просвещение, 1978.
10. Исаков В.Н. Элементы численных методов: Учебное пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений - М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 192 с.
11. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Физматгиз, 1963.
12. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на Фортране. М.: Мир, 1969.
13. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980.
14. Мудров Е.А. Численные методы на ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль.